

AUFGABEN

Teil A (ohne Hilfsmittel)

Aufgabe 1

Rechne aus. Im Ergebnis darf keine Potenz oder Wurzel stehen. Das Ergebnis darf als Bruch angegeben werden.

- | | | | | | |
|-------------|---------------|-------------|-------------|-----------------------|----------------------|
| a) 3^2 | b) 2^4 | c) 5^0 | d) 2^{-1} | e) $25^{\frac{1}{2}}$ | f) $8^{\frac{1}{3}}$ |
| g) 5^{-3} | h) $36^{0,5}$ | i) 0^0 | j) 1^3 | k) $4^{-\frac{1}{2}}$ | l) $8^{\frac{2}{3}}$ |
| m) 10^3 | n) $(-1)^3$ | o) $(-2)^4$ | p) 10^7 | | |

Aufgabe 2

Gib an, welche der folgenden Zahlen kleiner als 1, gleich 1 bzw. größer als 1 sind:

- | | | | | | |
|----------|-------------|----------|------------|----------------------|-----------------------|
| a) 2^0 | b) 5^{-4} | c) 2^1 | d) $0,5^2$ | e) $7^{\frac{1}{2}}$ | f) $8^{-\frac{2}{5}}$ |
|----------|-------------|----------|------------|----------------------|-----------------------|

Aufgabe 3

a) Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach:

- | | | |
|---------------------------|------------------|-----------------------|
| Zahl 1: 3^0 | Zahl 2: 3^{-5} | Zahl 3: 3^{-4} |
| Zahl 4: $3^{\frac{1}{4}}$ | Zahl 5: 3^2 | Zahl 6: $\frac{1}{3}$ |

b) Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach:

- | | | |
|---------------|------------------|-----------------------|
| Zahl 1: 2^0 | Zahl 2: 2^{-5} | Zahl 3: 2^4 |
| Zahl 4: 32 | Zahl 5: 0,25 | Zahl 6: $\frac{1}{8}$ |

c) Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach:

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------|-------------------|
| Zahl 1: $100^{\frac{1}{2}}$ | Zahl 2: 0,25 | Zahl 3: 10^{-1} |
| Zahl 4: 10^{-2} | Zahl 5: $\frac{1}{1000}$ | Zahl 6: 0 |

Aufgabe 4

Fasse zu einer einzigen Potenz zusammen:

a) $3^4 \cdot 3^5$ b) $2^3 \cdot 2^{-4}$ c) $(3^4)^5$ d) $5^4 \cdot 5^4 \cdot 5^7$ e) $\frac{3^2 \cdot 2^2}{6^{10}}$
f) $x^6 \cdot x^8$ g) $x^3 \cdot x^4 \cdot x^{-5}$ h) $\frac{x^3 \cdot x^5}{x^2}$ i) $(12x^6) : (-3x^3)$

Aufgabe 5

Rechne die folgenden Ausdrücke aus:

a) 5^0 b) $9^{\frac{1}{2}}$ c) $81^{-\frac{1}{2}}$ d) $27^{\frac{2}{3}}$ e) $\log_2(4)$
f) $\log_{10}(1000)$ g) $\log_9(3)$ h) 7^2 i) $\log_2(-4)$
j) 3^{-3} k) $\log_a(a^4)$ l) 17^1 m) $\log_{\sqrt{2}}(4)$

Aufgabe 6

Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach:

a)	Zahl 1: 8	Zahl 2: 2^0	Zahl 3: $\log_2(16)$	Zahl 4: 2^{-2}	Zahl 5: 0
b)	Zahl 1: 3^2	Zahl 2: 3^{-1}	Zahl 3: $\log_3(3)$	Zahl 4: $\sqrt[3]{27}$	Zahl 5: -1

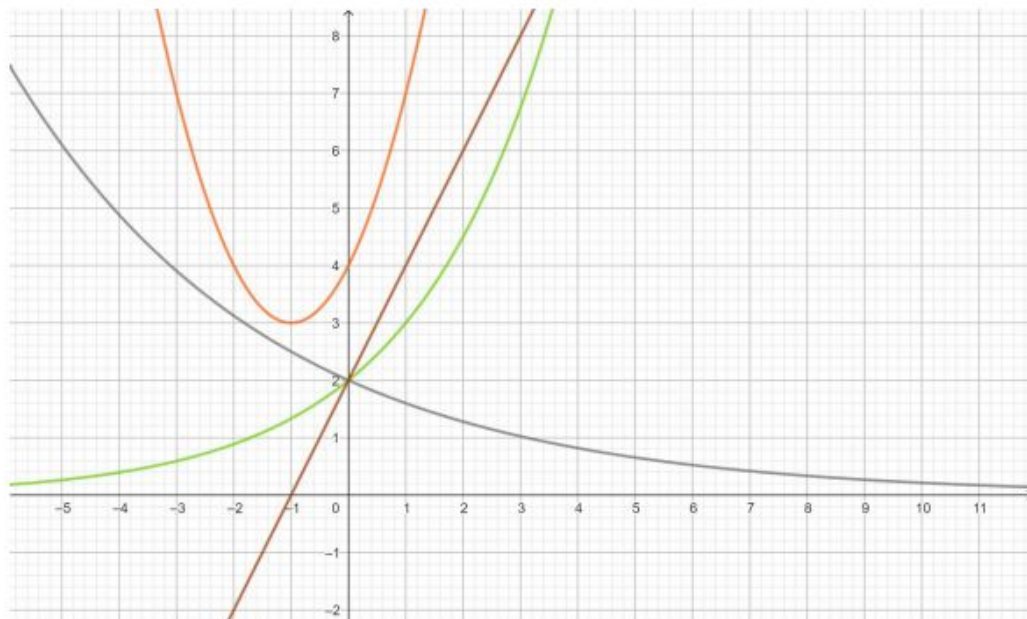
Aufgabe 7

Löse die folgenden Gleichungen:

a) $2x^2 + 4x - 16 = 0$ i) $x^2 - 10x = 0$
b) $x^2 - 6x + 4 = 4$ j) $x^2 - 25 = 0$
c) $8x + 10 = 26$ k) $x^2 - 4x - 12 = 0$
d) $\log_2(32) = x$ l) $x^3 - 4x^2 = 0$
e) $\log_2(x) = 2$ m) $2 \cdot 3^x = 18$
f) $\log_x(81) = 2$ n) $x \cdot 2^3 = 48$

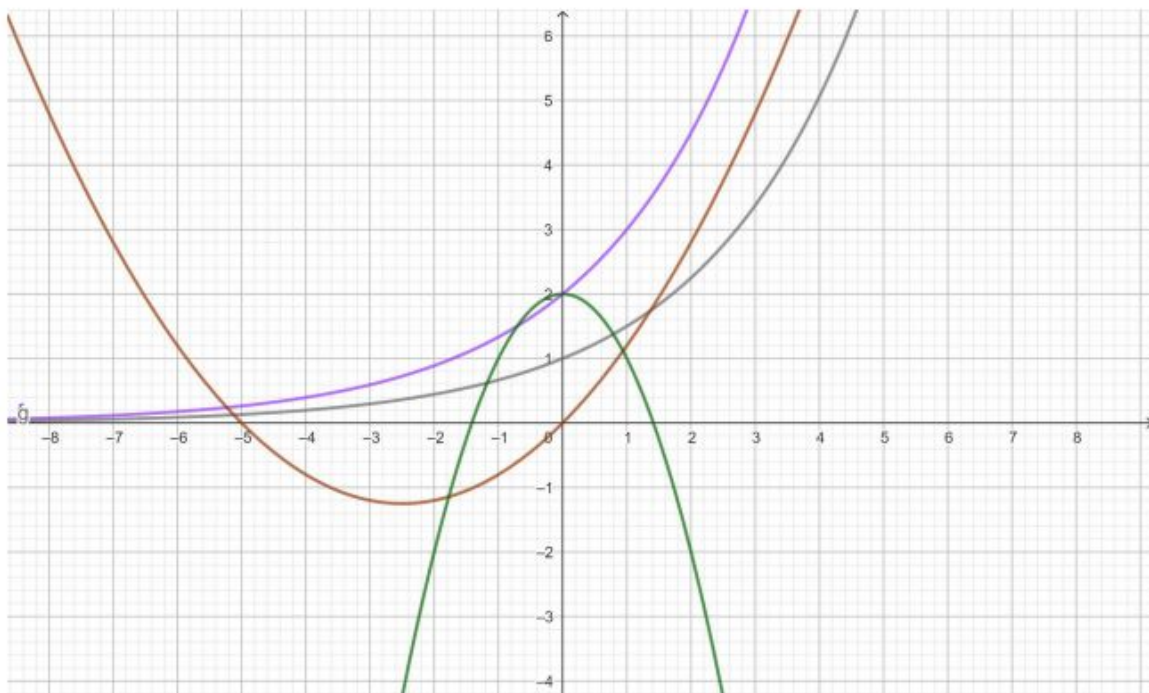
Aufgabe 8

Gegeben sind die Funktionen $f(x)=x^2+2x+4$, $g(x)=2 \cdot 1,5^x$, $h(x)=2 \cdot 0,8^x$ und $i(x)=2x+2$. Ihre Graphen sind im folgenden Koordinatensystem dargestellt. Erläutere, welche Funktion zu welchem Graphen gehört.



Aufgabe 9

Gegeben sind die Funktionen $f(x)=2 \cdot 1,5^x$, $g(x)=1,5^x$, $h(x)=0,2x^2+x$ und $i(x)=-x^2+2$. Ihre Graphen sind im folgenden Koordinatensystem dargestellt. Erläutere, welche Funktion zu welchem Graphen gehört.



Aufgabe 10

Die folgende Wertetabelle gehört zu einer Exponentialfunktion. Bestimme die Funktionsgleichung und fülle die Lücken.

x	0	1	2	4	
f(x)	20	40	80		1280

Aufgabe 11

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

- Bestimme die Nullstellen von f.
- Bestimme des Schnittpunktes von f mit der y-Achse.

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x)=2x^2+6x-20$.

- Bestimme die Nullstellen der Funktion f.
- Gib die Koordinaten des Schnittpunktes der Funktion f mit der y-Achse an.
- Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes der Funktion f.
- Der Punkt A (7 / y) liegt auf dem Graphen von f. Bestimme y.
- Der Punkt B (x / 10) liegt auf dem Graphen von f. Bestimme x.
- Zeige rechnerisch, dass der Punkt C (1 / 1) nicht auf dem Graphen von f liegt.
- Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von f mit der Funktion $g(x)=14x-26$.
- Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von f mit der Funktion $h(x)=x^2$.

Aufgabe 2

Gegeben ist die lineare Funktion $f(x)=0,5x+3$.

- Zeichne den Graphen von f in ein Koordinatensystem.
- Bestimme die Nullstelle von f.
- Gib die Koordinaten des Schnittpunkts von f mit der y-Achse an.
- Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes von f mit der Funktion $g(x)=2x-4$.
- Die Funktion h ist eine lineare Funktion. Ihr Graph ist parallel zu f und verläuft durch den Punkt A (1 / 1). Bestimme eine Funktionsgleichung für h.

Aufgabe 3

Gegeben ist die Exponentialfunktion $f(x)=4 \cdot 3^x$.

- Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes der Funktion f mit der y-Achse.
- Der Punkt A (2 / y) liegt auf dem Graphen von f. Bestimme y.
- Der Punkt B (x / 18) liegt auf dem Graphen von f. Bestimme x.
- Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes von f mit der Funktion $g(x)=10 \cdot 2^x$.

Aufgabe 4

Die Größe einer Bakterienkultur kann durch die Funktion $f(x)=12 \cdot 1,2^x$ beschrieben werden. Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab 10 Uhr und f(x) gibt die Größe in cm² an.

- Gib an, wie groß die Kultur um 10 Uhr war.
- Gib an, um wie viel Prozent die Kultur pro Stunde wächst.
- Bestimme die Größe der Kultur um 14:30 Uhr.
- Bestimme die Größe der Kultur um 9 Uhr.
- Bestimme, zu welcher Uhrzeit die Kultur eine Größe von 20 cm² erreicht.
- Bestimme, wie lange die Kultur für eine Verdopplung ihrer Größe benötigt.
- Um 15 Uhr werden 10 cm² der Kultur durch einen Unfall vernichtet. Anschließend wächst die Kultur wieder mit derselben Geschwindigkeit wie vorher.
 - Bestimme, welche Größe die Kultur um 17 Uhr unter den oben genannten Bedingungen hat.
 - Bestimme die Uhrzeit, zu der die Kultur wieder die Größe erreicht, welche sie um 15 Uhr vor dem Unfall hatte.

Aufgabe 5

Eine Bakterienkultur bedeckt im Moment 28 cm^2 . Sie verdreifacht jede Stunde ihre Größe.

- Stelle eine Exponentialfunktion auf, welche die Größe der Kultur beschreibt. Dabei soll x die Zeit in Stunden ab jetzt sein und $f(x)$ die Größe in cm^2 .
- Bestimme die Größe der Kultur nach 75 min.
- Bestimme die Größe der Kultur vor 2 Stunden.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die Kultur eine Größe von 100 cm^2 erreicht.
- Bestimme den Zeitraum, den die Kultur für eine Verdopplung ihrer Größe benötigt.
- Verändere die Funktionsgleichung von f so, dass die Kultur sich nicht jede Stunde verdreifacht, sondern nur alle zwei Stunden verdreifacht. Dabei soll x weiterhin die Zeit in Stunden angeben und $f(x)$ die Größe in cm^2 .

Aufgabe 6

Herr Tiex beobachtet eine Bakterienkultur und bestimmt jede Stunde ein Mal ihre Größe. Er erhält die folgenden Werte:

(Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab Beginn der Beobachtung und $f(x)$ gibt die Größe der Kultur in cm^2 an.)

x	0	1	2	3
$f(x)$	21	35,7	60,69	103,173

- Bestimme eine Funktionsgleichung von f .
- Gib an, wie groß die Kultur zu Beginn der Beobachtung war.
- Bestimme die Größe der Kultur 9 Stunden nach Beobachtungsbeginn.
- Bestimme die Größe der Kultur 20 Minuten nach Beobachtungsbeginn.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die Kultur eine Größe von 80 cm^2 erreicht.
- Bestimme, wie lange die Kultur für eine Verdopplung ihrer Größe benötigt.
- Die Größe einer weiteren Bakterienkultur kann mit der Funktion $g(x) = 40 \cdot 1,1^x$ beschreiben werden (wobei x die Zeit in Stunden ab Beobachtungsbeginn und $g(x)$ die Größe in cm^2 beschreibt). Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die eine Kultur die andere überholt.

Aufgabe 7

Auf einem Konto befinden sich im Moment 9000 Euro. Es gibt pro Jahr 1,2 % Zinsen. Wir rechnen mit Zinseszins.

- Stelle eine Exponentialfunktion auf, welche den Kontostand beschreibt. Dabei steht x für die Zeit in Jahren ab jetzt und $f(x)$ gibt den Kontostand in Euro an.
- Bestimme, wie viel Geld nach 6 Jahren auf dem Konto ist.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem der Kontostand einen Wert von 10.000 Euro erreicht.
- Bestimme, um wie viel Prozent der Kontostand innerhalb von 100 Jahren insgesamt anwächst.

Aufgabe 8

Es gibt zwei Bakterienkulturen. Ihr Wachstum kann beschrieben werden durch die Funktionen $f(x)=12 \cdot 1,3^x$ und $g(x)=10 \cdot 1,5^x$. Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab 11 Uhr und $f(x)$ für die Größe in cm^2 .

- Gib die Größe der beiden Kulturen jeweils um 11 Uhr an.
- Gib an, um wie viel Prozent die beiden Kulturen jeweils pro Stunde wachsen.
- Bestimme, wann die beiden Kulturen jeweils eine Größe von 20 cm^2 erreichen.
- Bestimme die Uhrzeit, zu der die eine Kultur die andere Kultur überholt.
 - Gib an, welche Kultur vor dem Überholen die größere Fläche bedeckt.

Aufgabe 9

In Tiexland leben im Moment 20 Millionen Menschen. Die Bevölkerung schrumpft jedes Jahr um 1 Prozent.

- Beschreibe die Größe der Bevölkerung mit einer Exponentialfunktion. Dabei soll x die Zeit in Jahren ab jetzt beschreiben und $f(x)$ die Größe der Bevölkerung in Millionen angeben.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die Bevölkerung nur noch 10 Millionen beträgt.
- Die Bevölkerung eines anderen Lands wird beschrieben von der Funktion $g(x)=10 \cdot 1,02^x$. Dabei gibt x die Jahre ab jetzt und $g(x)$ die Bevölkerung in Millionen an. Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die beiden Länder dieselbe Bevölkerung haben.

Aufgabe 10

Die Größe eines Baums beträgt im Moment 3 Meter. Er wächst pro Jahr um 20 cm.

- Beschreibe die Größe des Baums mit einer geeigneten Funktion. Dabei soll x die Zeit in Jahren ab jetzt angeben und $f(x)$ die Größe des Baums.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem der Baum eine Größe von 8 Metern erreicht.
- Die Größe eines zweiten Baums wird durch die Funktion $g(x)=0,4x+2$ beschrieben. Dabei steht x für die Zeit in Jahren ab jetzt und $g(x)$ für die Größe in Metern.
 - Gib an, um wie viele cm der zweite Baum pro Jahr wächst.
 - Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die beiden Bäume gleich groß sind.

Aufgabe 11

Die Flugroute einer Fliege kann mit der quadratischen Funktion $f(x)=\frac{-3}{400}x^2+\frac{3}{10}x$. Dabei steht x für die nach Osten in Luftlinie zurückgelegte Entfernung in Metern und $f(x)$ für die Höhe über dem Boden in Metern. Die Fliege befindet sich zu Beginn und am Ende ihres Fluges auf dem Boden.

- Bestimme die Entfernung, die die Fliege während ihres Fluges in Luftlinie nach Osten zurückgelegt hat.
- Bestimme die größte Höhe, welche die Fliege während ihres Fluges über dem Boden gehabt hat.
- Herr Tiex befindet sich 10 m vom Ort entfernt, wo die Fliege ihren Flug begann (in Luftlinie nach Osten) und er ist 1,75 m groß. Bestimme, mit wie viel Abstand die Fliege über seinen Kopf hinweggeflogen ist.

Aufgabe 12

Gegeben ist eine quadratische Funktion f . Ihre Funktionsgleichung hat die Gestalt $f(x) = ax^2 + c$ (d.h.: b ist gleich 0). Auf ihrem Graphen liegen die Punkte A (0 / 8) und B (3 / 24). Bestimme a und b .

Aufgabe 13

Fasse zu einer einzigen Potenz zusammen:

- | | | | |
|-----------------------------|--|-------------------------------------|--|
| a) $5^{14} \cdot 5^{12}$ | b) $7^4 \cdot 7^{-8}$ | c) $3^2 \cdot 3^{-15} \cdot 3^{10}$ | d) $(4^6)^7$ |
| e) $(5^{20})^{\frac{1}{2}}$ | f) $((7^3)^5)^2$ | g) $(5^6)^3 \cdot 5^7$ | h) $\frac{7^2 \cdot 7^5}{7^4 \cdot 7^3}$ |
| i) $x^4 \cdot x^7$ | j) $x^4 \cdot x^3 \cdot x^{-5}$ | k) $(x^{13})^3$ | l) $(x^5 \cdot x^{10})^2$ |
| m) $((x^3)^3)^4$ | n) $\frac{x^2 \cdot x^4}{x^3 \cdot x^2}$ | | |

Aufgabe 14

Vereinfache die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich:

- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| a) $5 \cdot x^3 \cdot x^2$ | b) $13x^5 \cdot 21x^9$ | c) $6x^3 \cdot 7x^5 \cdot 2x^2$ | d) $(4x)^3$ |
| e) $((5x)^2)^3$ | f) $(4x)^3 \cdot (3x)^4$ | g) $\frac{26x^9}{2x^7}$ | h) $\frac{5x^3 \cdot 6x^3}{2x^4}$ |
| i) $x^n \cdot x^{m-n}$ | | | |

Aufgabe 15

Vereinfache die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich:

- | | | | |
|---|---|--|--------------------------------|
| a) $\frac{4^3 \cdot 4^{-2} \cdot 4^4}{(4^2 \cdot 4^3)^2}$ | b) $\frac{(x^3 \cdot x^9 \cdot x^7)^2}{(x^2)^3}$ | c) $x^3 \cdot y^7 \cdot x^6$ | d) $\frac{x^4 \cdot y^5}{y^2}$ |
| e) $\frac{4x^5 \cdot 8y^7}{2y^6 \cdot x^3}$ | f) $\frac{x^4 \cdot y^5 - x^3 \cdot y^4 + x^5 \cdot y^3}{(xy)^2}$ | g) $\frac{2x^4 \cdot 5x^6}{4y^9} : \frac{5x^2 \cdot 4x^3}{8y^8}$ | |