

# LÖSUNGEN

## Aufgabe 1

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{14}$   
b)  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{6}$   
c)  $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}$   
d)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{7}{2}}$   
e)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{60}$   
f)  $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{16}{3}}$   
g) kann nicht vereinfacht werden  
h)  $\sqrt{100} : \sqrt{5} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{100}{5}} = \sqrt{20}$   
i)  $(\sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3}) \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{54}$   
j)  $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{20}{10}} = \sqrt{2}$   
k)  $2 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{28}$   
l)  $\sqrt{6} + \sqrt{0} = \sqrt{6} + 0 = \sqrt{6}$

## Aufgabe 2

a)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{42}}{6}$   
b)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{24}}{3}$   
c)  $\frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{100} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{300}}{3}$

$$d) \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{8}}{2}$$

$$e) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3a}}{3}$$

### Aufgabe 3

a) 5; -7; 0; 20

b) 7; 1,2; -2

c) -5

d) (1) wahr

(2) wahr

(3) falsch

Sie bricht nicht ab & wird nicht periodisch

e)

(1) wahr

(2) wahr

(3) falsch

$\sqrt{4} = 2$  ist rational

(4) falsch

Irrationale Zahlen können nicht als Bruch dargestellt werden

(5) wahr  
z.B.  $\sqrt{1} = 1$

(6) falsch  
z.B.  $\sqrt{0,25} = 0,5$

(7)  $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3 \cdot \sqrt{3}$   
wahr

(8) falsch!

(9) wahr  $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}$

#### Aufgabe 4

1. Wert 3

2. Wert  $\frac{3 + \frac{8}{3}}{2} = \frac{17}{6} = 2,8\bar{3}$

3. Wert  $\frac{\frac{17}{6} + \frac{8}{12}}{2} = \frac{577}{204} = 2,82893\dots$

4. Wert  $\frac{\frac{577}{204} + \frac{8}{\frac{577}{204}}}{2} = 2,828427125\dots$

#### Aufgabe 5

$2 < \sqrt{8} < 3$

$2,5^2 = 6,25$  (zu wenig)

$2,5 < \sqrt{8} < 3$

$2,75^2 = 7,5625$  (zu wenig)

$2,75 < \sqrt{8} < 3$

Bestimmung der Mitte  $\frac{2,75+3}{2} = 2,875$   
 $2,875^2 = 8,2656... \quad (\text{zu viel})$   
 $2,75 < \sqrt{8^7} < 2,875$   
 Bestimmung der Mitte  $\frac{2,75+2,875}{2} = 2,8125$   
 $2,8125^2 = 7,91... \quad (\text{zu wenig})$   
 $2,8125 < \sqrt{8^7} < 2,875$

## Aufgabe 6

a)

$$\begin{array}{ll} \sqrt{x}=5 & | \text{quadrieren} \\ x=25 & \end{array}$$

Probe:  $\sqrt{25}=5$  korrekt  $\Rightarrow$  Lösung:  $x=25$

b)

$$\begin{array}{ll} \sqrt{x+3}=8 & | -3 \\ \sqrt{x}=5 & | \text{quadrieren} \\ x=25 & \end{array}$$

Probe:  $\sqrt{25+3}=5+3=8$  korrekt  $\Rightarrow$  Lösung:  $x=25$

c)

$$\begin{array}{ll} \sqrt{x+3}=4 & | \text{quadrieren} \\ x+3=16 & | -3 \\ x=13 & \end{array}$$

Probe:  $\sqrt{(13+3)}=\sqrt{(16)}=4$  korrekt  $\Rightarrow$  Lösung:  $x=13$

d)

$$\begin{array}{ll} \sqrt{2x+4}=7 & | \text{quadrieren} \\ 2x+4=49 & | -4 \\ 2x=45 & | \text{durch 2} \\ x=22,5 & \end{array}$$

Probe:  $\sqrt{(2 \cdot 22,5+4)}=\sqrt{(45+4)}=\sqrt{49}=7$  korrekt  $\Rightarrow$  Lösung:  $x=22,5$

e)

$$\begin{array}{l} 3 \cdot \sqrt{2x-1} = 9 \\ \sqrt{2x-1} = 3 \\ 2x-1 = 9 \\ 2x = 10 \\ x = 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \text{durch 3} \\ | \text{quadrieren} \\ | +1 \\ | \text{durch 2} \end{array}$$

$$\text{Probe: } 3 \cdot \sqrt{(9)} = 3 \cdot 3 = 9 \quad \text{korrekt} \quad \Rightarrow \quad \text{Lösung: } x = 5$$

f)

$$\begin{array}{l} \sqrt{x+2} = x \\ x+2 = x^2 \\ x^2 - x - 2 = 0 \\ x = 0,5 \pm \sqrt{0,25+2} \\ x = 0,5 \pm \sqrt{2,25} \\ x = 0,5 \pm 1,5 \\ x_1 \approx 2 \\ x_2 \approx -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \text{quadrieren} \\ | -x - 2 \\ | \text{pq-Formel} \end{array}$$

$$\text{Probe: } \sqrt{(2+2)} = \sqrt{(4)} = 2 \quad \text{korrekt}$$

$$\text{Probe: } \sqrt{(-1+2)} = \sqrt{(1)} = 1 \quad \text{nicht korrekt}$$

$$\Rightarrow \text{Lösung: } x = 2$$

g)

$$\begin{array}{l} 2 \cdot \sqrt{2x+3} = 2x \\ \sqrt{2x+3} = x \\ 2x+3 = x^2 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2 \\ x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \text{durch 2} \\ | \text{quadrieren} \\ | -2x - 3 \\ | \text{pq-Formel} \end{array}$$

$$\text{Probe: } 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 2 \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 \quad \text{korrekt}$$

$$\text{Probe: } 2 \cdot \sqrt{2 \cdot (-1) + 3} = 2 \cdot \sqrt{-2+3} = 2 \cdot 1 = 2 \quad \text{nicht korrekt}$$

$$\Rightarrow \text{Lösung: } x = 3$$

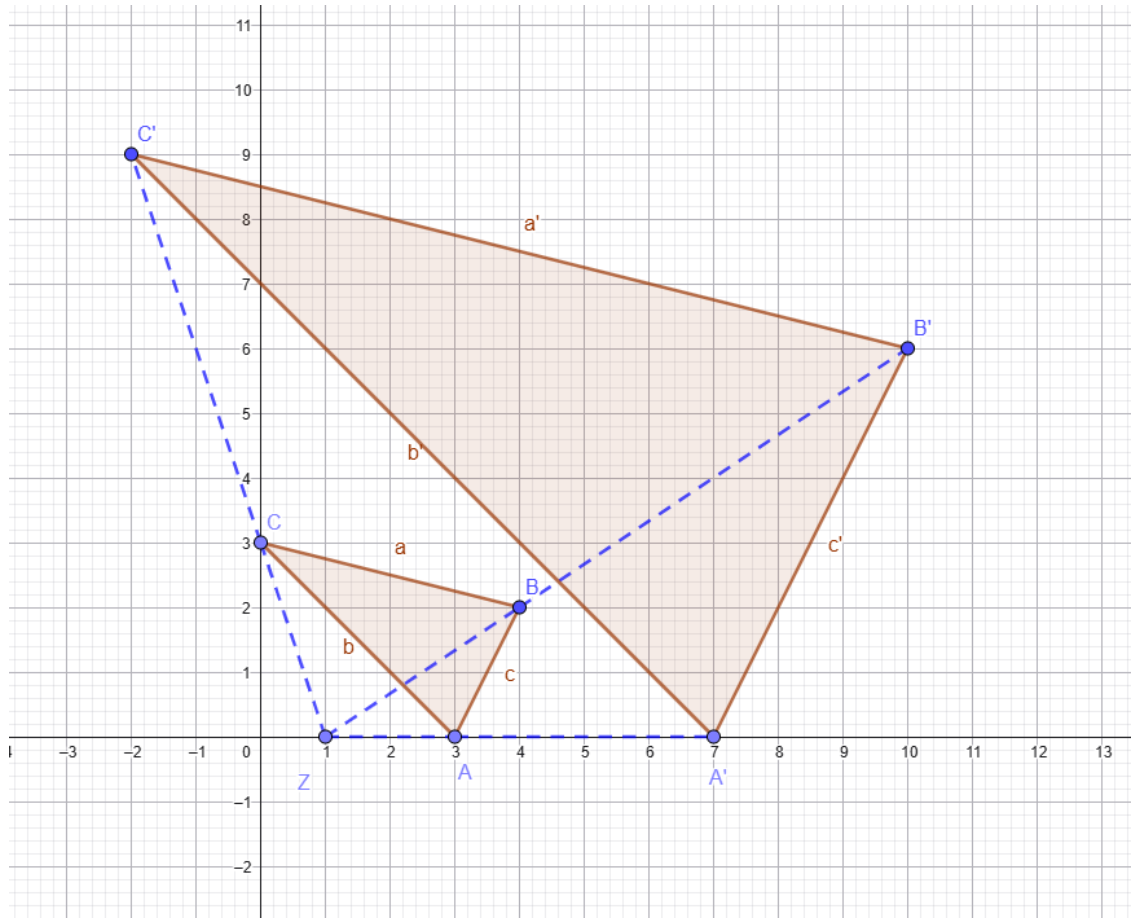
h)

$$\begin{array}{l} \sqrt{4x-4} = x \\ 4x-4 = x^2 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x = 2 \pm \sqrt{4-4} = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \text{quadrieren} \\ | -4x + 4 \\ | \text{pq-Formel} \end{array}$$

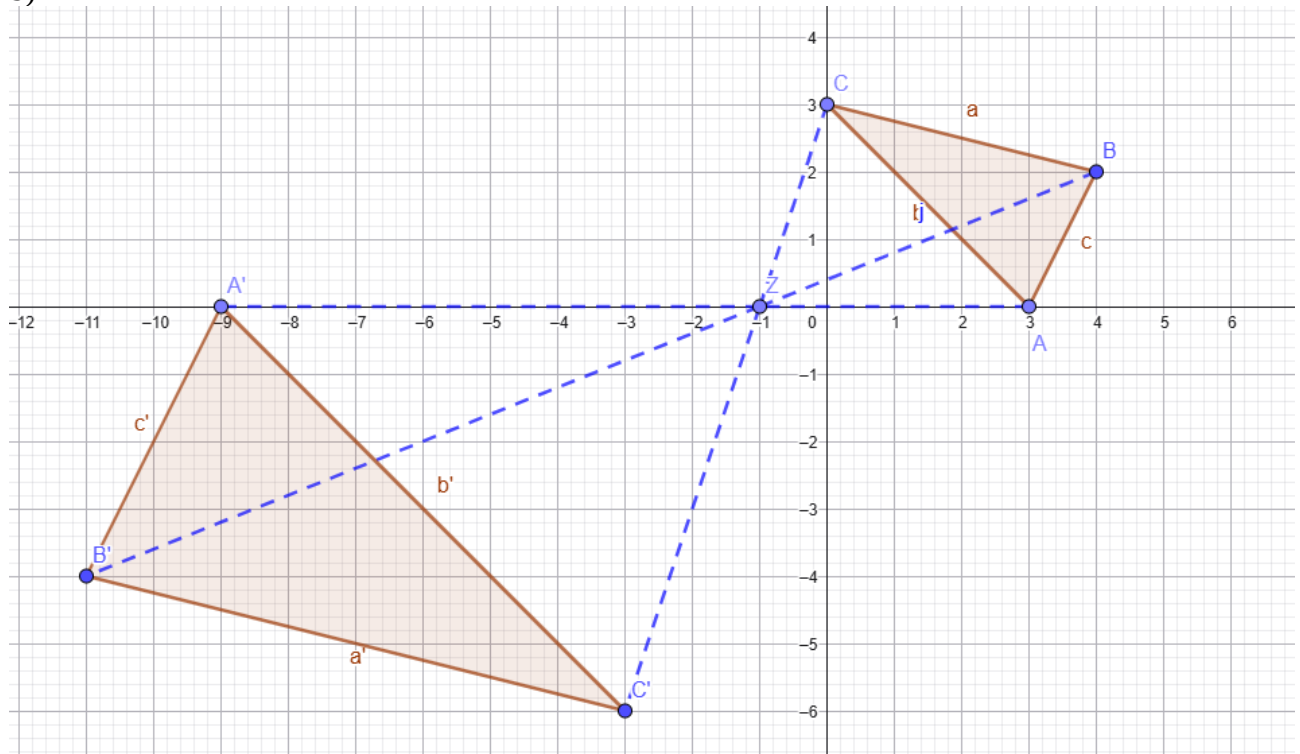
$$\text{Probe: } \sqrt{4 \cdot 2 - 4} = \sqrt{8-4} = \sqrt{4} = 2 \quad \text{korrekt} \quad \Rightarrow \quad \text{Lösung: } x = 2$$

# Aufgabe 7

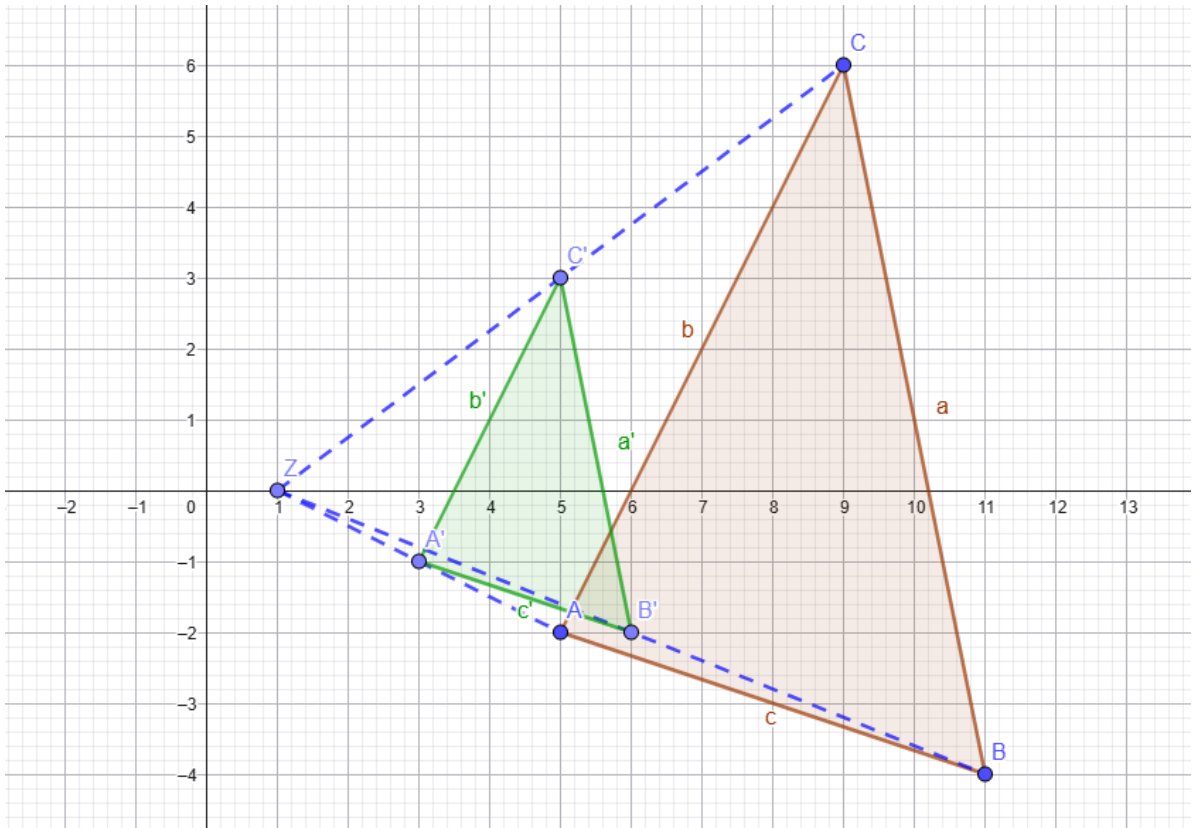
a)



b)

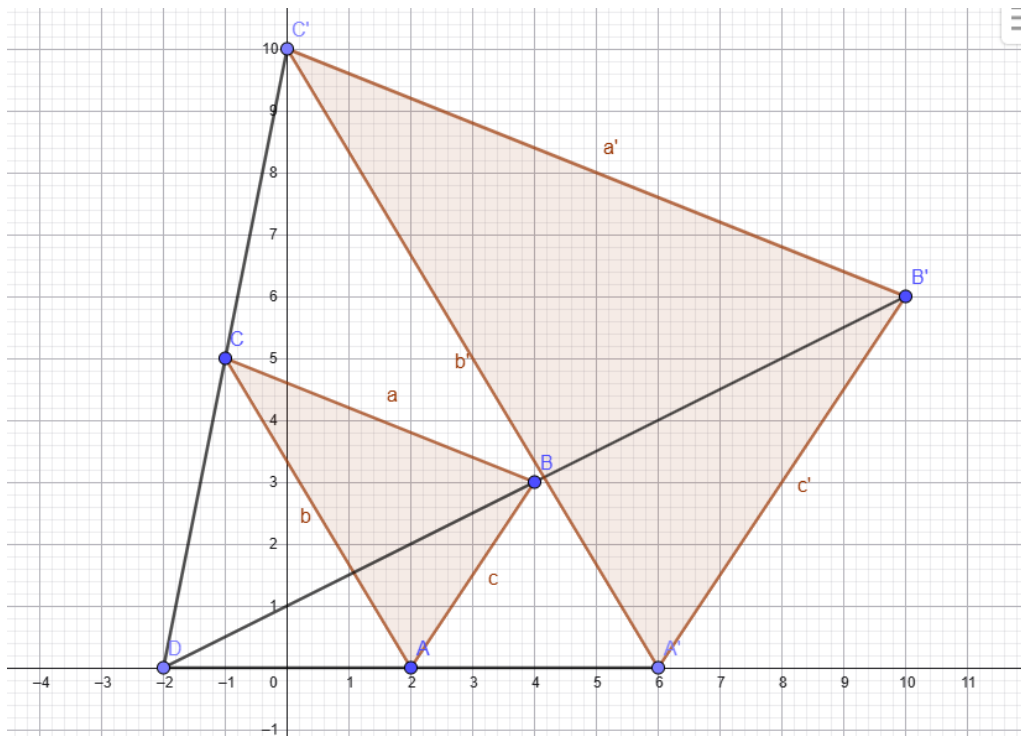


c)



## Aufgabe 8

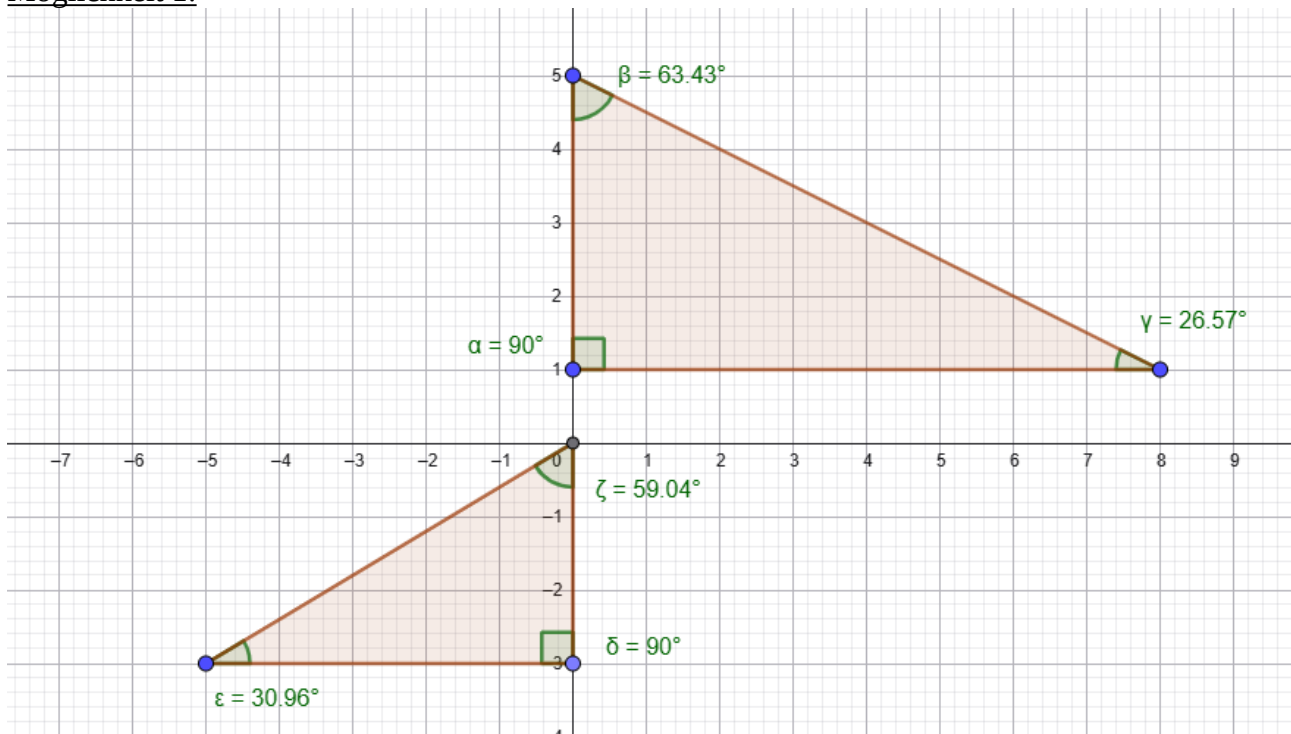
Wir verbinden A mit A', B mit B' und C mit C' und verlängern die Verbindungslinien, bis sie sich schneiden. Der Schnittpunkt ist dann das Streckzentrum Z, in diesem Fall Z(-2/0). Dann messen wir den Abstand zwischen Z und A und zwischen Z und A'. Die Abstände sind 4 bzw. 8 Längeneinheiten. Der Abstand hat sich durch die Streckung also verdoppelt, daher  $m = 2$ .



## Aufgabe 9

Bei einem Dreieck kann man die Ähnlichkeit nachweisen, indem man entweder zeigt, dass die zueinander passenden Winkel immer gleich groß sind (Möglichkeit 1), oder indem man zeigt, dass die zueinander passenden Seiten immer in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen (Möglichkeit 2).

### Möglichkeit 1:



Die Winkel sind nicht gleich groß. Nur der rechte Winkel kommt bei beiden Dreiecken vor. Die Dreiecke sind daher nicht ähnlich zueinander.

### Möglichkeit 2:

Wir betrachten die Seiten am rechten Winkel. Beim oberen Dreieck ist die eine Seite 8 Kästchen lang, beim unteren ist die entsprechende Seite 5 Kästchen lang. Das Verhältnis ist  $8 \text{ durch } 5 = 1,6$ . Die Seite des oberen Dreiecks ist 1,6-mal so lang wie die entsprechende Seite des unteren Dreiecks. Beim oberen Dreieck ist die andere am rechten Winkel gelegene Seite 4 Kästchen lang, beim unteren ist die entsprechende 3 Kästchen lang. Das Verhältnis ist  $4 \text{ durch } 3 = 1,33\dots$ . Die Seite des oberen Dreiecks ist 1,33-mal so lang wie die entsprechende Seite des unteren Dreiecks. Wir haben also nicht bei allen Seiten dasselbe Verhältnis. Die Dreiecke sind daher nicht ähnlich zueinander.

## Aufgabe 10

- a) Die Seiten  $a$  und  $a'$  stehen in einem Verhältnis von  $4,5 \text{ durch } 3 = 1,5$  zueinander. Der Ähnlichkeitsfaktor beträgt also 1,5 (jede Seite im zweiten Dreieck ist 1,5-mal so lang wie die entsprechende Seite im ersten Dreieck).

Daher gilt:

$$b' = 1,5 \text{ mal } b = 1,5 \text{ mal } 5 = 7,5 \text{ cm}$$
$$c' = 1,5 \text{ mal } c = 1,5 \text{ mal } 6 = 9 \text{ cm.}$$

b) Die Seiten  $a$  und  $a'$  stehen im Verhältnis  $0,7$  durch  $2,8 = 0,25$ . Der Ähnlichkeitsfaktor ist also  $m = 0,25$ . Jede Seite im zweiten Dreieck ist  $0,25$ -mal so lang wie die entsprechende Seite im ersten Dreieck.

Daher gilt:  $b' = 0,25 \text{ mal } b = 0,25 \text{ mal } 3,6 = 0,9 \text{ cm}$   
Und:  $0,25 \text{ mal } c = 1$ . Daraus folgt:  $c = 4 \text{ cm}$ .

## Aufgabe 11

Die Flächeninhalte der beiden Vierecke stehen im Verhältnis  $112,5$  durch  $50 = 1,25$ . Die größere Fläche ist  $1,25$ -mal so groß wie die kleinere.

Es gilt aber: Wenn zwei geometrische Figuren einen Ähnlichkeitsfaktor von  $m$  haben, dann ist der Flächeninhalt der einen Figur das  $m^2$ -fache des Flächeninhalts der anderen (weil alle Seiten  $m$ -facht werden).

Daher gilt:  $m^2 = 1,25$  und damit  $m = 1,5$ .

Jede Seite des größeren Vierecks ist  $1,5$ -mal so lang wie die entsprechende Seite im anderen Viereck. Der Flächeninhalt muss daher das  $1,5$ -fache sein.

Damit ergibt sich als Lösung:  $U = 1,5 \text{ mal } 45 = 67,5 \text{ cm}$ .

## Aufgabe 12

Die Ähnlichkeit von Dreiecken kann man nachweisen, wenn man zeigen kann, dass die jeweils entsprechenden Winkel gleich groß sind.

Dazu betrachten wir das untere Dreieck ABF. Das Dreieck hat bei F einen rechten Winkel (weil von B aus eine senkrechte Verbindung zur Diagonalen gezogen wurde). Die Winkel bei A und B nennen wir Alpha bzw. Beta. Alpha und Beta müssen zusammen  $90^\circ$  ergeben, da die Winkelsumme im Dreieck immer  $180^\circ$  beträgt (und wir schon einen rechten Winkel haben).

Das Rechteck hat bei B aber auch einen rechten Winkel. Daher muss der rechte Winkel vom unteren Dreieck (also Beta) mit dem unteren Winkel des Dreiecks FBC (dem Dreieck rechts) zusammen  $90^\circ$  ergeben. Da aber zugleich Beta plus Alpha gleich  $90^\circ$  ist (siehe oben), muss das Dreieck rechts unten einen Winkel haben, der dieselbe Größe wie Alpha hat.

Das Dreieck rechts hat einen rechten Winkel bei F und unten einen Winkel, der so groß ist wie Alpha. Dann muss aber der obere Winkel des rechten Dreiecks gleich groß sein wie Beta, da Alpha und Beta zusammen  $90^\circ$  ergeben und im rechten Dreieck bereits ein rechter Winkel und ein Alpha entsprechender Winkel vorhanden sind.

Analog zeigt man anschließend, dass auch die anderen beiden Dreiecke jeweils einen rechten Winkel haben sowie Winkel, die so groß sind wie Alpha und Beta.

Das Dreieck oben (Dreieck DEC) hat einen rechten Winkel bei D (weil von D aus eine senkrechte Verbindung zur Diagonalen gezeichnet wurde). Sein rechts gelegener Winkel (bei Eckpunkt C) muss aber so groß sein wie Alpha, da der obere Winkel des rechten Dreiecks Beta entspricht. Dann

muss aber der linke Winkel des oberen Dreiecks gleich Alpha sein (da die Winkelsumme  $180^\circ$  beträgt, ich einen rechten Winkel schon habe und  $\text{Alpha} + \text{Beta} = 90^\circ$  ist).

Das Dreieck links hat rechts beim Punkt E einen rechten Winkel. Der Winkel oben bei D muss Alpha entsprechen, da das Rechteck bei D einen rechten Winkel hat, der linke Winkel des oberen Dreiecks gleich Beta ist und  $\text{Alpha} + \text{Beta} = 90^\circ$  ist. Dann muss wiederum der untere Winkel des linken Dreiecks gleich Beta sein, da die Winkelsumme im linken Dreieck  $180^\circ$  ist, ich schon einen rechten Winkel und einmal Alpha habe (der Winkel oben) und  $\text{Alpha} + \text{Beta} = 90^\circ$  ist.

Aus alledem folgt: Die vier Dreiecke sind alle ähnlich zueinander.

