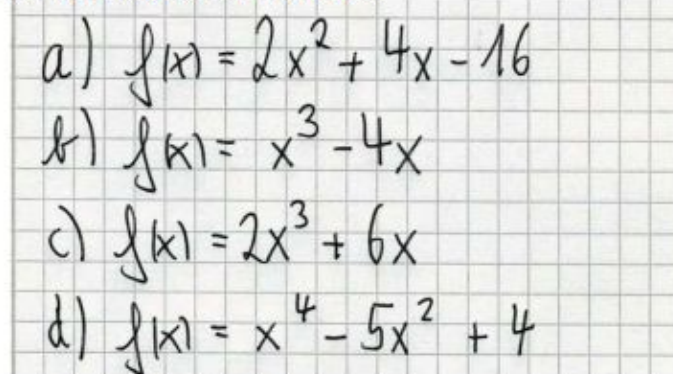


AUFGABEN

Teil A: ohne Hilfsmittel

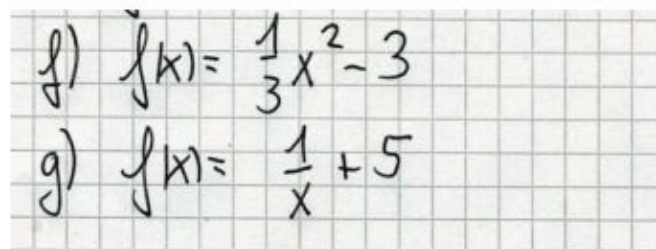
Aufgabe 1

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen:



a) $f(x) = 2x^2 + 4x - 16$
b) $f(x) = x^3 - 4x$
c) $f(x) = 2x^3 + 6x$
d) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

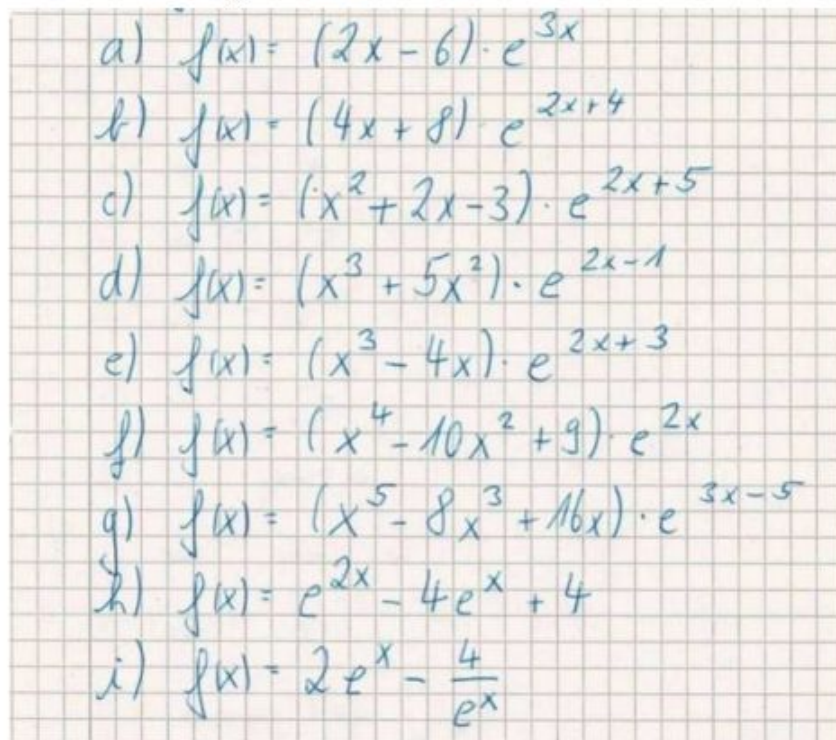
e) $f(x) = x^5 - 10x^3 + 9x$



f) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3$
g) $f(x) = \frac{1}{x} + 5$

Aufgabe 2

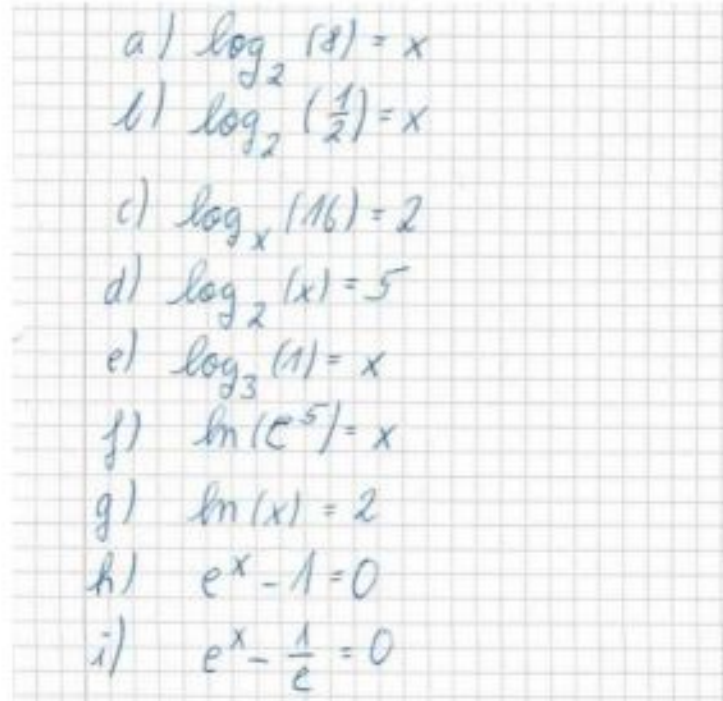
Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen:



a) $f(x) = (2x - 6) \cdot e^{3x}$
b) $f(x) = (4x + 8) \cdot e^{2x+4}$
c) $f(x) = (x^2 + 2x - 3) \cdot e^{2x+5}$
d) $f(x) = (x^3 + 5x^2) \cdot e^{2x-1}$
e) $f(x) = (x^3 - 4x) \cdot e^{2x+3}$
f) $f(x) = (x^4 - 10x^2 + 9) \cdot e^{2x}$
g) $f(x) = (x^5 - 8x^3 + 16x) \cdot e^{3x-5}$
h) $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 4$
i) $f(x) = 2e^x - \frac{4}{e^x}$

Aufgabe 3

Berechne jeweils x:



Handwritten solutions for Aufgabe 3:

- a) $\log_2(8) = x$
- b) $\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = x$
- c) $\log_x(16) = 2$
- d) $\log_2(x) = 5$
- e) $\log_3(1) = x$
- f) $\ln(e^5) = x$
- g) $\ln(x) = 2$
- h) $e^x - 1 = 0$
- i) $e^x - \frac{1}{e} = 0$

Aufgabe 4

Bestimme jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

- a) $f(x) = e^x$
- b) $f(x) = (2x+1) \cdot e^x$
- c) $f(x) = (5x+3) \cdot e^{2x+1}$
- d) $f(x) = (x^2+4x+2) \cdot e^{x^2+3}$
- e) $f(x) = (x^2+x-4) \cdot e^{2x^2+5x+1}$
- f) $f(x) = x^2 \cdot \sin(x)$
- g) $f(x) = (\sin(x))^2$
- h) $f(x) = \frac{x^2+4x+2}{4x+5}$
- i) $f(x) = \sqrt{x^2+4x}$
- j) $f(x) = (3+\cos(x))^4$
- k) $f(x) = 3 \cdot \sin(4x+3) - 2$

Aufgabe 5

Gib jeweils eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen an:

a) $f(x) = 4x^3 + 3x + 1$

b) $f(x) = 8x^3 - 3x$

c) $f(x) = 4 \cdot e^{2x}$

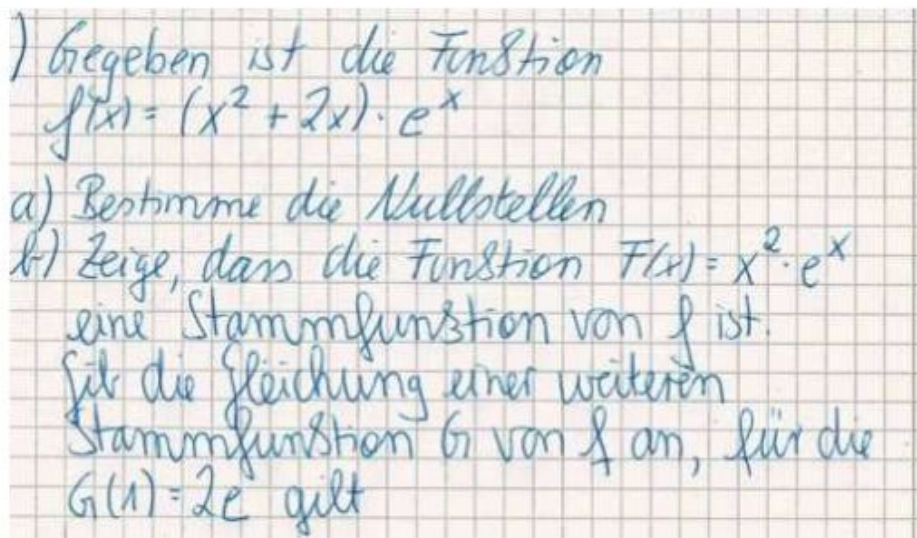
d) $f(x) = 3 + 0,5e^{-0,1x}$

e) $f(x) = 2 \cdot \cos(4x - 1) + 3$

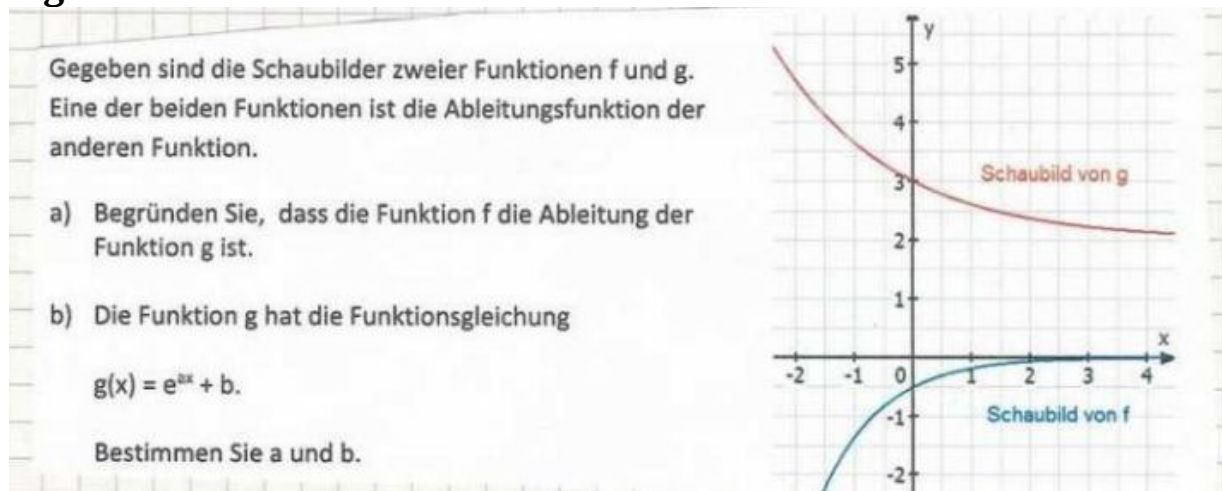
Aufgabe 6

Die Funktion $f(x) = (6x + 7) \cdot e^{2x}$ hat eine Stammfunktion der Form $F(x) = (ax + b) \cdot e^{cx}$. Bestimme die Stammfunktion mit Hilfe eines Formansatzes.

Aufgabe 7



Aufgabe 8

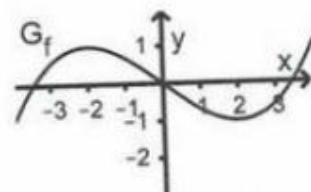


Aufgabe 9

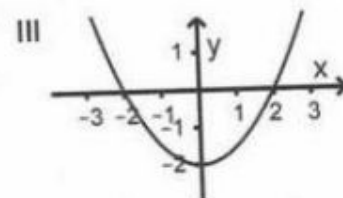
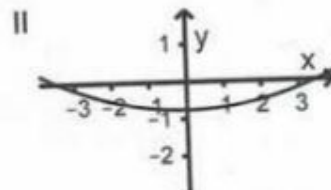
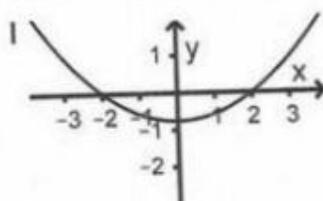
- Gegeben sei die Funktion $f(x) = 10x \cdot e^{-0,5x}$
- Bestimme die erste, zweite und dritte Ableitung.
 - Bestimme die Nullstelle von f .
 - Bestimme die Extremstelle von f
(Auf die y -Koordinate wird verzichtet)
 - Bestimme die Wendestelle von f
(Auf die y -Koordinate wird verzichtet)
 - Für jedes $u > 0$ sind $A(0|0)$, $B(u|0)$, und $C(u|f(u))$ die Eckpunkte eines Dreiecks. Gib den Flächeninhalt des Dreiecks in Abhängigkeit von u an.

Aufgabe 10

Der abgebildete Graph G_f stellt eine Funktion f dar.



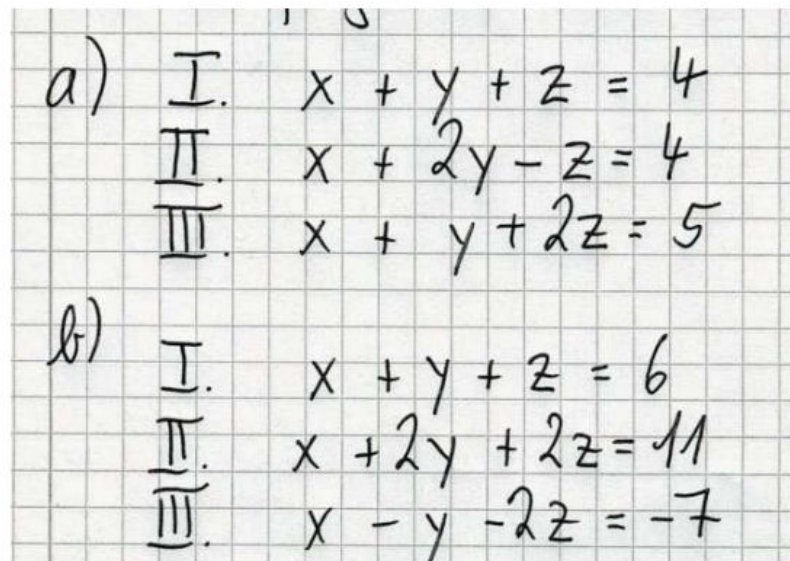
- a Einer der folgenden Graphen I, II und III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f . Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.



- b Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f . Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1; 3]$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

Aufgabe 11

Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme:



a)

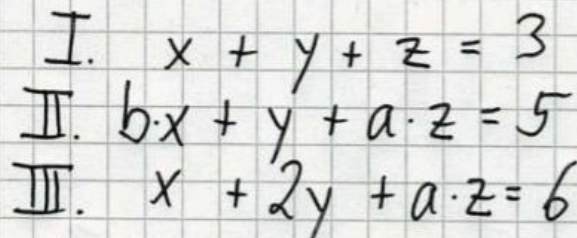
$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad x + y + z = 4 \\ \text{II.} \quad x + 2y - z = 4 \\ \text{III.} \quad x + y + 2z = 5 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad x + y + z = 6 \\ \text{II.} \quad x + 2y + 2z = 11 \\ \text{III.} \quad x - y - 2z = -7 \end{array}$$

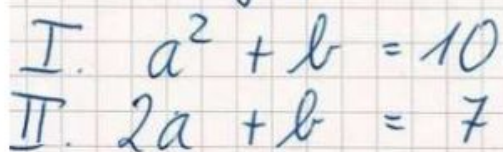
Aufgabe 12

Bestimme, was man für a und b einsetzen muss, damit $x=1$, $y=1$ und $z=1$ die Lösung des linearen Gleichungssystems ist:


$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad x + y + z = 3 \\ \text{II.} \quad b \cdot x + y + a \cdot z = 5 \\ \text{III.} \quad x + 2y + a \cdot z = 6 \end{array}$$

Aufgabe 13

Löse das folgende nichtlineare (!) Gleichungssystem:


$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad a^2 + b = 10 \\ \text{II.} \quad 2a + b = 7 \end{array}$$

Aufgabe 14

Gegeben ist eine quadratische Funktion $f(x)$, die $S(2/3)$ als Scheitelpunkt hat. Außerdem liegt $A(1/10)$ auf f . Bestimme die Funktionsgleichung.

Aufgabe 15

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

I. $x + y + z = 3$

II. $2x - y + 3z = 4$

III. $x - y + az = 1$

Bestimme, wie man a wählen muss, damit das System keine Lösung hat.

Lösungen (Teil A)

$$\begin{aligned} 1a) \quad 2x^2 + 4x - 16 &= 0 \quad | :2 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ x &= -1 \pm \sqrt{1+8} \\ x &= -1 \pm \sqrt{9} \\ x &= -1 \pm 3 \\ x_1 &= -4 \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad x^3 - 4x &= 0 \\ x \cdot (x^2 - 4) &= 0 \\ x_1 &= 0 \quad \text{oder} \quad x^2 - 4 = 0 \\ x_1 &= 0 \quad x^2 = 4 \quad | \sqrt{} \\ x_2 &= 2 \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad 2x^3 + 6x &= 0 \quad | :2 \\ x^3 + 3x &= 0 \\ x \cdot (x^2 + 3) &= 0 \\ x_1 &= 0 \quad x^2 + 3 = 0 \\ x^2 &= -3 \quad \nexists \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \quad x^4 - 5x^2 + 4 &= 0 \quad | x^2 = z \\ z^2 - 5z + 4 &= 0 \\ z &= 2,5 \pm \sqrt{6,25 - 4} \\ z &= 2,5 \pm \sqrt{2,25} \\ z &= 2,5 \pm 1,5 \\ z_1 &= 1 \quad z_2 = 4 \quad | \sqrt{} \quad z = x^2 \\ x^2 &= 1 \quad x^2 &= 4 \\ x_1 &= 1 \quad x_3 = 2 \\ x_2 &= -1 \quad x_4 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e) \quad & x^5 - 10x^3 + 9x = 0 \\
 & x \cdot (x^4 - 10x^2 + 9) = 0 \\
 & x_1 = 0 \quad x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad | x^2 = z \\
 & \quad \quad \quad z^2 - 10z + 9 = 0 \\
 & \quad \quad \quad z = 5 \pm \sqrt{25-9} \\
 & \quad \quad \quad z = 5 \pm \sqrt{16} \\
 & \quad \quad \quad z = 5 \pm 4 \\
 & \quad \quad \quad z_1 = 1 \quad z_2 = 9 \quad | z = x^2 \\
 & \quad \quad \quad x^2 = 1 \quad x^2 = 9 \quad | \sqrt{} \\
 & \quad \quad \quad x_2 = 1 \quad x_4 = 3 \\
 & \quad \quad \quad x_3 = -1 \quad x_5 = -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f) \quad & \frac{1}{3}x^2 - 3 = 0 \quad | +3 \\
 & \quad \quad \frac{1}{3}x^2 = 3 \quad | \cdot 3 \\
 & \quad \quad x^2 = 9 \quad | \sqrt{} \\
 & \quad \quad x_1 = 3 \\
 & \quad \quad x_2 = -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g) \quad & \frac{1}{x} + 5 = 0 \quad | -5 \\
 & \quad \quad \frac{1}{x} = -5 \quad | \cdot x \\
 & \quad \quad 1 = -5x \quad | : (-5) \\
 & \quad \quad -\frac{1}{5} = x
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

a) $(2x-6) \cdot e^{3x} = 0$

$$\begin{aligned} 2x-6 &= 0 & \text{oder} & e^{3x} = 0 \\ 2x &= 6 & \text{↯} & \\ x &= 3 \end{aligned}$$

b) $(4x+8) \cdot e^{2x+4} = 0$

$$\begin{aligned} 4x+8 &= 0 & \text{oder} & e^{2x+4} = 0 \\ 4x &= -8 & \text{↯} & \\ x &= -2 \end{aligned}$$

c) $(x^2+2x-3) \cdot e^{2x+5} = 0$

$$\begin{aligned} x^2+2x-3 &= 0 & \text{oder} & e^{2x+5} = 0 \\ x &= -1 \pm \sqrt{1+3} & \text{↯} & \\ x &= -1 \pm \sqrt{4} & & \\ x &= -1 \pm 2 & & \\ x_1 &= -3 & & \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

d) $(x^3+5x^2) \cdot e^{2x-1} = 0$

$$\begin{aligned} x^3+5x^2 &= 0 & \text{oder} & e^{2x-1} = 0 \\ x^2 \cdot (x+5) &= 0 & \text{↯} & \\ x^2 &= 0 & \text{oder} & x+5 = 0 \\ x_1 &= 0 & & x_2 = -5 \end{aligned}$$

e) $(x^3-4x) \cdot e^{2x+3} = 0$

$$\begin{aligned} x^3-4x &= 0 & \text{oder} & e^{2x+3} = 0 \\ x \cdot (x^2-4) &= 0 & \text{↯} & \\ x &= 0 & \text{oder} & x^2-4 = 0 \\ x_1 &= 0 & & x^2 = 4 \quad | \sqrt{} \\ & & & x_2 = -2 \\ & & & x_3 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f) \quad & (x^4 - 10x^2 + 9) \cdot e^{2x} = 0 \\
 & x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad \text{oder} \quad e^{2x} = 0 \\
 & x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad | \text{Subst.} \quad z \\
 & z^2 - 10z + 9 = 0 \\
 & z = 5 \pm \sqrt{25 - 9} \\
 & z = 5 \pm \sqrt{16} \\
 & z = 5 \pm 4 \\
 & z_1 = 9 \qquad z_2 = 1 \quad | \text{Resubst.} \\
 & x^2 = 9 \qquad x^2 = 1 \quad | \sqrt{} \\
 & x_1 = 3 \qquad x_3 = 1 \\
 & x_2 = -3 \qquad x_4 = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g) \quad & (x^5 - 8x^3 + 16x) \cdot e^{3x-5} = 0 \\
 & x^5 - 8x^3 + 16x = 0 \quad \text{oder} \quad e^{3x-5} = 0 \\
 & x \cdot (x^4 - 8x^2 + 16) = 0 \quad \wedge \\
 & x = 0 \quad \text{oder} \quad x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \quad | \text{Subst.} \\
 & x_1 = 0 \qquad z^2 - 8z + 16 = 0 \\
 & \qquad \qquad z = 4 \pm \sqrt{16 - 16} \\
 & \qquad \qquad z = 4 \quad | \text{Resubst.} \\
 & \qquad \qquad x^2 = 4 \\
 & \qquad \qquad x_2 = 2 \\
 & \qquad \qquad x_3 = -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h) \quad & e^{2x} - 4e^x + 4 = 0 \quad | \text{Subst.} \\
 & z^2 - 4z + 4 = 0 \\
 & z = 2 \pm \sqrt{4-4} \\
 & z = 2 \\
 & e^x = 2 \quad | \text{Resubst.} \\
 & x = \ln(2) \quad | \ln
 \end{aligned}$$

Beachte:
 $e^{2x} = (e^x)^2$

$$\begin{aligned}
 i) \quad & 2e^x - \frac{4}{e^x} = 0 \quad | \cdot e^x \\
 & 2e^x \cdot e^x - 4 = 0 \\
 & 2e^{2x} - 4 = 0 \\
 & 2e^{2x} = 4 \quad | :2 \\
 & e^{2x} = 2 \quad | \ln \\
 & 2x = \ln(2) \\
 & x = \frac{\ln(2)}{2}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

$$\begin{aligned}
 a) \quad & x=3, \text{ denn } 2^3=8 \\
 b) \quad & x=-1, \text{ denn } 2^{-1}=\frac{1}{2} \\
 c) \quad & x^2=16 \Rightarrow x=4 \\
 d) \quad & x=2^5=32 \\
 e) \quad & x=0, \text{ denn } 3^0=1 \\
 f) \quad & x=5, \text{ denn } e^5=e^5 \\
 g) \quad & \ln(x)=2 \Leftrightarrow e^2=x \\
 h) \quad & e^x-1=0 \\
 & e^x=1 \\
 & x=0
 \end{aligned}$$

$$1) e^x - \frac{1}{e} = 0$$

$$e^x = \frac{1}{e}$$

$$e^x = e^{-1}$$

$$\Rightarrow x = -1$$

Aufgabe 4

$$a) f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$b) f(x) = (2x+1) \cdot e^x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \cdot e^x + (2x+1) \cdot e^x$$

$$= (2x+3) \cdot e^x$$

$$c) f(x) = (5x+3) \cdot e^{2x+1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 5 \cdot e^{2x+1} + (5x+3) \cdot 2 \cdot e^{2x+1}$$

$$= 5 \cdot e^{2x+1} + (10x+6) \cdot e^{2x+1}$$

$$= (10x+11) \cdot e^{2x+1}$$

$$e) f(x) = (x^2+x-4) \cdot e^{2x^2+5x+1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (2x+1) \cdot e^{2x^2+5x+1} + (x^2+x-4) \cdot (4x+5) \cdot e^{2x^2+5x+1}$$

$$= (2x+1) \cdot e^{2x^2+5x+1} + (4x^3+4x^2-16x+5x^2+5x-20) \cdot e^{2x^2+5x+1}$$

$$= (2x+1) \cdot e^{2x^2+5x+1} + (4x^3+9x^2-11x-20) \cdot e^{2x^2+5x+1}$$

$$= (4x^3+9x^2-9x-19) \cdot e^{2x^2+5x+1}$$

$$f) f(x) = x^2 \cdot \sin(x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x \cdot \sin(x) + x^2 \cdot \cos(x)$$

$$g) f(x) = (\sin(x))^2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

$$\begin{aligned}
 \text{h) } f(x) &= \frac{x^2 + 4x + 2}{4x + 5} \\
 \Rightarrow f'(x) &= \frac{(2x + 4) \cdot (4x + 5) - (x^2 + 4x + 2) \cdot 4}{(4x + 5)^2} \\
 &= \frac{8x^2 + 10x + 16x + 20 - 4x^2 - 16x - 8}{(4x + 5)^2} \\
 &= \frac{4x^2 + 10x + 12}{(4x + 5)^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{j) } f(x) &= \sqrt{x^2 + 4x} = (x^2 + 4x)^{\frac{1}{2}} \\
 \Rightarrow f'(x) &= \frac{1}{2} \cdot (x^2 + 4x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 4) \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 4x}} \cdot (2x + 4) \\
 &= \frac{2x + 4}{2\sqrt{x^2 + 4x}} = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 4x}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{j) } f(x) &= (3 + \cos(x))^4 \\
 \Rightarrow f'(x) &= 4 \cdot (3 + \cos(x))^3 \cdot (-\sin(x)) \\
 &= -4 \cdot \sin(x) \cdot (3 + \cos(x))^3
 \end{aligned}$$

$$\text{k) } f(x) = 3 \cdot \sin(4x + 3) - 2$$

$$f'(x) = 3 \cdot \cos(4x + 3) \cdot 4 = 12 \cdot \cos(4x + 3)$$

Aufgabe 5

a)

$$f(x) = 4x^3 + 3x + 1$$
$$F(x) = x^4 + 1,5x^2 + x$$

b)

$$f(x) = 8x^3 - 3x$$
$$F(x) = 2x^4 - 1,5x^2$$

c)

$$f(x) = 4 \cdot e^{2x}$$
$$F(x) = 2 \cdot e^{2x}$$

d)

$$f(x) = 3 + 0,5e^{-0,1x}$$
$$F(x) = 3x - 5e^{-0,1x}$$

e)

$$f(x) = 2 \cdot \cos(4x - 1) + 3$$
$$F(x) = 2 \cdot \sin(4x - 1) \cdot 0,25 + 3x = 0,5 \cdot \sin(4x - 1) + 3x$$

Aufgabe 6

$$F(x) = (ax + b) \cdot e^{cx}$$
$$F'(x) = ae^{cx} + (ax + b) \cdot ce^{cx} = (acx + bc + a) \cdot e^{cx} = (6x + 7) \cdot e^{2x}$$

Daraus folgt:

$$c = 2$$

$$ac = 6$$

$$bc + a = 7$$

Daraus wiederum folgt:

$$2a = 6, \text{ also } a = 3$$

$$2b + a = 7$$

Und das führt zu:

$$2b + 3 = 7$$

$$2b = 4$$

$$b = 2$$

$$\text{Ergebnis: } F(x) = (3x + 2) \cdot e^{2x}$$

Aufgabe 7

2) $(x^2 + 2x) \cdot e^x = 0$
 $x^2 + 2x = 0$ oder $e^x = 0$
 $x \cdot (x+2) = 0$ $\Downarrow$
 $x_1 = 0$ $x_2 = -2$

6) $F'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$
 $= (2x + x^2) \cdot e^x$
 $= f(x)$
 $\Rightarrow F$ Stammfunktion von f
alle Stammfunktionen:
 $F(x) = x^2 e^x + c$

$$F(1) = e + c$$

$$2e = e + c$$

$$e = c$$

$$\text{Daher: } G(x) = x^2 e^x + e$$

Aufgabe 8

a) f wächst zwar monoton, aber es nähert sich für $x \rightarrow \infty$ immer mehr dem Grenzwert 0 an.
 f' müsste positiv sein, sich aber für $x \rightarrow \infty$ selbst 0 annähern, da f immer weniger wächst
Es gilt aber $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 2 \quad \Downarrow$
 $\Rightarrow f'(x) \neq g(x)$
 $\Rightarrow g'(x) = f(x)$

$$b) A(0|3) \text{ auf } g \Rightarrow g(0) = 3$$

$$e^{a \cdot 0} + b = 3$$

$$e^0 + b = 3$$

$$1 + b = 3$$

$$b = 2$$

$$\Rightarrow g(x) = e^{ax} + 2$$

$$B(1,5|2,5) \text{ auf } g \Rightarrow g(1,5) = 2,5$$

$$e^{1,5a} + 2 = 2,5$$

$$e^{1,5a} = 0,5 \quad | \ln$$

$$1,5a = \ln(0,5)$$

$$a = \frac{\ln(0,5)}{1,5}$$

$$\Rightarrow g(x) = e^{\frac{\ln(0,5)}{1,5}x} + 2$$

Aufgabe 9

$$\begin{aligned} a) f'(x) &= 10 \cdot e^{-0,5x} + (10x) \cdot (-0,5) \cdot e^{-0,5x} \\ &= 10 \cdot e^{-0,5x} + (-5x) \cdot e^{-0,5x} \\ &= (-5x + 10) \cdot e^{-0,5x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= -5 \cdot e^{-0,5x} + (-5x + 10) \cdot (-0,5) \cdot e^{-0,5x} \\ &= -5 \cdot e^{-0,5x} + (2,5x - 5) \cdot e^{-0,5x} \\ &= (2,5x - 10) \cdot e^{-0,5x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'''(x) &= 2,5 \cdot e^{-0,5x} + (2,5x - 10) \cdot (-0,5) \cdot e^{-0,5x} \\ &= 2,5 \cdot e^{-0,5x} + (-1,25x + 5) \cdot e^{-0,5x} \\ &= (-1,25x + 7,5) \cdot e^{-0,5x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) f(x) &= 0 \Leftrightarrow 10x \cdot e^{-0,5x} = 0 \quad | : e^{-0,5x} \\ 10x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N(0|0)$$

c) N.B.: $f'(x) = 0$

$$(-5x + 10) \cdot e^{-0,5x} = 0$$

$$-5x + 10 = 0 \text{ oder } e^{-0,5x} = 0$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$



H.B.: $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$

$$f''(2) = (2,5 \cdot 2 - 10) \cdot e^{-0,5 \cdot 2}$$

$$= -5 \cdot e^{-1} < 0$$

$\Rightarrow$ lok. Max. bei $x = 2$

$\Rightarrow$ Die gesuchte Extremstelle liegt bei $x = 2$

d) N.B.: $f''(x) = 0$

$$(2,5x - 10) \cdot e^{-0,5x} = 0$$

$$2,5x - 10 = 0 \text{ oder } e^{-0,5x} = 0$$

$$2,5x = 10$$

$$x = 4$$



H.B.: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$

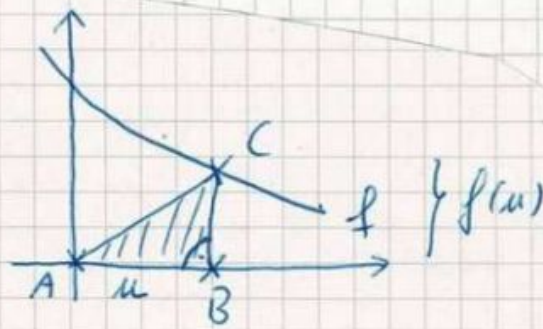
$$f'''(4) = (-1,25 \cdot 4 + 7,5) \cdot e^{-0,5 \cdot 4}$$

$$= 2,5 \cdot e^{-2} > 0$$

$\Rightarrow$ WS bei $x = 4$

$\Rightarrow$ Die gesuchte Wendestelle liegt bei $x = 4$

e)



$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot u \cdot f(u)$$

↑
Länge der
Strecke $\overline{AB}$

↑
Länge der Strecke
 $\overline{BC}$

$$\begin{aligned} A_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot u \cdot 10u \cdot e^{-0,5u} \\ &= 5u^2 \cdot e^{-0,5u} \end{aligned}$$

Aufgabe 10

a) f wächst bis $x \approx -2$, fällt dann bis $x \approx 2$ und wächst dann wieder

$\Rightarrow f'$ muss positiv sein bis $x \approx -2$, negativ von ca. -2 bis $x \approx 2$ und dann wieder positiv

$\Rightarrow$ Graph II kommt nicht in Frage
(negativ von ca. -3 bis ca. 3)

f verläuft um $x=0$ herum mit
 relativ konstanter Steigung
 Der Graph verläuft mehr oder weniger
 von $P_1(0/0)$ nach $P_2(-1/-1)$
 $\Rightarrow$ Steigung -1
 $\Rightarrow$ Graph III kommt nicht in Frage
 (bei $x=0$ Steigung ca. -2 , nicht -1)

b) f ist im gesamten Bereich $1 \leq x \leq 3$
 negativ
 $\Rightarrow f$ muss im gesamten Bereich
 streng monoton fallend sein

Aufgabe 11

a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \text{I-II} \\ \text{I-III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow -z = -1$$

$$z = 1$$

$$\Rightarrow -y + 2 = 0$$

$$2 = y$$

$$\Rightarrow x + 2 + 1 = 4$$

$$x = 1$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 1 & 2 & 2 & | & 11 \\ 1 & -1 & -2 & | & -7 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \text{I} - \text{II} \\ \text{I} - \text{III} \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 0 & -1 & -1 & | & -5 \\ 0 & 2 & 3 & | & 13 \end{pmatrix} 2 \cdot \text{II} + \text{III}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 0 & -1 & -1 & | & -5 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow z = 3$

$\Rightarrow -y - 3 = -5 \quad | +3$

$-y = -2$

$y = 2$

$\Rightarrow x + 2 + 3 = 6$

$x = 1$

Aufgabe 12

Wir setzen $x=y=z=1$ ein:

I. $1+1+1=3 \checkmark$

II. $b+1+a=5$

III. $1+2+a=6$

aus III folgt: $3+a=6$

$a=3$

$\Rightarrow b+1+3=5$

$b+4=5$

$b=1$

Aufgabe 13

Wir haben ein nichtlineares System. Daher können wir das Gauß-Verfahren nicht verwenden.

$$\text{I. } a^2 + b = 10 \Rightarrow b = 10 - a^2$$

$$\text{II. } 2a + b = 7 \Rightarrow b = 7 - 2a$$

$$\Rightarrow 10 - a^2 = 7 - 2a$$

$$-a^2 + 2a + 3 = 0$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$a = 1 \pm \sqrt{1+3}$$

$$a = 1 \pm \sqrt{4}$$

$$a = 1 \pm 2$$

$$a_1 = -1$$

$$a_2 = 3$$

$$\text{Fall 1: } a_1 = -1$$

$$\begin{aligned} b &= 7 - 2 \cdot (-1) \\ &= 7 + 2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\text{Fall 2: } a_2 = 3$$

$$\begin{aligned} b &= 7 - 2 \cdot 3 \\ &= 7 - 6 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{Lösung: } \begin{aligned} a_1 &= -1 \\ b_1 &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 3 \\ b_2 &= 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 14

$$f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e \quad S(d/e)$$
$$S(2/3) \Rightarrow f(x) = a \cdot (x-2)^2 + 3$$
$$A(1/10) \text{ auf } f \Rightarrow f(1) = 10$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 10 &= a(1-2)^2 + 3 \\ 10 &= a \cdot (-1)^2 + 3 \\ 10 &= a + 3 \\ 7 &= a \\ \Rightarrow f(x) &= 7 \cdot (x-2)^2 + 3 \\ &= 7 \cdot (x^2 - 4x + 4) + 3 \\ &= 7x^2 - 28x + 28 + 3 \\ &= 7x^2 - 28x + 31\end{aligned}$$

Aufgabe 15

15)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & a & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ 2 \cdot \text{I} - \text{I} \\ \text{I} - \text{III} \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1-a & 2 \end{array} \right) 2 \cdot \text{II} - 3 \cdot \text{III}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -5+3a & -2 \end{array} \right)$$
$$\begin{aligned}\Rightarrow -5+3a &= 0 \\ 3a &= 5 \\ a &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$