Lösungen

Teil A (ohne Hilfsmittel)

Aufgabe 1

a)

$$2x+8=0$$
$$2x=-8$$
$$x=-4$$

b)

$$6x+4=2x-12$$
$$4x+4=-12$$
$$4x=-16$$
$$x=-4$$

c)

$$x^2-6x-16=0$$
$$x=3\pm\sqrt{3^2+16}$$
$$x=3\pm\sqrt{9+16}$$
$$x=3\pm\sqrt{25}$$
$$x=3\pm 5$$
$$x_1=8$$
$$x_2=-2$$

d)

$$2x^2-4x+2=0$$
$$x^2-2x+1=0$$
$$x=1\pm\sqrt{1^2-1}$$
$$x=1\pm\sqrt{0}$$
$$x=1$$

e)

$$\sqrt{x}=2 \qquad | \ quadrieren$$
$$x=4$$

$$Probe:\sqrt{4}=2$$

f)

$$\sqrt{x+2}=8 \qquad | \ quadrieren$$
$$x+2=64$$
$$x=62$$

$$Probe:\sqrt{62+2}=\sqrt{64}=8$$

g)

$$\frac{3}{x}=6 \qquad | \; mal\, x$$

$$3=6x$$

$$0{,}5=x$$

Aufgabe 2

$$A=a^2$$

$$U=4a$$

$$d=\sqrt{2}a$$

Aufgabe 3

$$d=2r$$

$$A=\pi\cdot r^2$$

$$U=2\pi r$$

Aufgabe 4

$$A=\pi\cdot\left(r_2^2-r_1^2\right)$$

$$U=2\pi\left(r_1+r_2\right)$$

Aufgabe 5

$$A=\frac{\alpha}{360}\cdot\pi r^2$$

$$U=\frac{\alpha}{180}\cdot\pi r$$

Aufgabe 6

$$U=3a$$

$$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$A=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

Aufgabe 7

a) 2 m = 200 cm

b) 4 m² = 400 dm² = 40.000 cm²

c) 4000 mm = 400 cm = 40 dm

d) 3 m³ = 3000 dm³

e) 2 cm = 0,2 dm

f) 5 km = 5000 m = 50.000 dm = 500.000 cm

g) 40 m² = 4000 dm² = 400.000 cm² = 40.000.000 mm²

Aufgabe 8

a) wahr

b) wahr

c) wahr

d) falsch – Bei einem gleichseitigen Dreieck müssten alle Winkel gleich groß sein. Da die Winkelsumme insgesamt 180° beträgt, muss jeder Winkel 60° groß sein.

Aufgabe 9

a) Es handelt sich um ein Trapez.

b) $A=\frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h=\frac{1}{2}\cdot(7+4)\cdot 4=\frac{1}{2}\cdot 11\cdot 4=22\,cm^2$

Aufgabe 10

a) Es handelt sich um ein Drachenviereck.

b) $A=\frac{1}{2}\cdot e\cdot f=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 15=45\,cm^2$

Aufgabe 11

$$d=2r=10\,cm$$
$$A=\pi\cdot r^2=\pi\cdot 5^2=25\pi$$
$$U=2\pi\cdot r=2\pi\cdot 5=10\pi$$

Aufgabe 12

Das Objekt besteht aus einem Halbkreis (oben) und einem Trapez (unten).

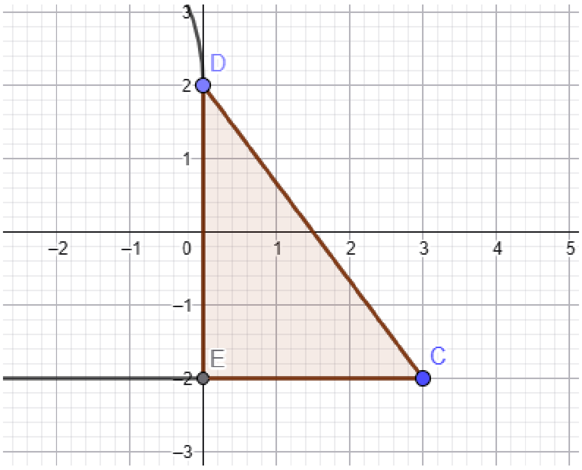
$$A_{Trapez}=\frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h=\frac{1}{2}\cdot(9+6)\cdot 4=\frac{1}{2}\cdot 15\cdot 4=30\,cm^2$$
$$A_{Halbkreis}=\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 3^2=\frac{1}{2}\pi\,9=4{,}5\pi$$
$$A=A_{Trapez}+A_{Halbkreis}=30+4{,}5\pi\,cm^2$$

Die Längen der Strecken AB und BC lassen sich direkt ablesen: 4 cm und 9 cm.

Die Länge des Halbkreises lässt sich mit der Umfangsformel für Kreise berechnen:

$$l=\frac{1}{2}U=\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot r=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\pi\cdot 3=3\pi$$

Die Länge der Strecke DC lässt sich mit Hilfe eines rechtwinkligen Dreiecks und des Satzes von Pythagoras ausrechnen:



$$l^2=3^2+4^2$$
$$l^2=9+16$$
$$l^2=25$$
$$l=5\,cm$$

Damit ergibt sich für den Umfang:

$$U=4+9+3\pi+5=18+3\pi$$

Aufgabe 13

$$V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h$$
$$A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot h_F$$
$$O=a^2+4\cdot A_{Dreieck}=a^2+2\cdot a\cdot h_F$$
$$2a^2=d^2$$
$$h^2+\frac{1}{4}a^2=(h_F)^2$$
$$h^2+\frac{1}{4}d^2=s^2$$
$$(h_F)^2+\frac{1}{4}a^2=s^2$$

Aufgabe 14

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$O=\pi r 2+\pi r m$$
$$r^2+h^2=m^2$$

Aufgabe 15

$$V=\frac{1}{3}\cdot(h_F)^2\cdot(a^2+ab+b^2)$$
$$O=a^2+b^2+2\cdot(a+b)\cdot h_F$$
$$(\frac{a-b}{2})^2+h^2=(h_F)^2$$

Aufgabe 16

$$V=20\cdot 4=80\,cm^3$$
$$O=2\cdot 20+(5+2+5+8)\cdot 4=40+20\cdot 4=120\,cm^2$$

Aufgabe 17

$$V_{oben}=\frac{1}{3}\cdot 12^2\cdot 10=480$$
$$V_{unten}=\frac{1}{3}\cdot 12^2\cdot 9=432$$
$$V=480+432=912$$

Das Volumen beträgt 912 cm³

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Aufgabe 1

1a) $A = 5^2 = 25\ cm^2$ $\qquad U = 4 \cdot 5 = 20\ cm$

b) $a^2 = 49 \quad |\sqrt{\ }$

$a = 7\ cm$ $\qquad U = 4 \cdot 7 = 28\ cm$

c) $4a = 24 \quad |:4$

$a = 6\ cm$ $\qquad A = 6^2 = 36\ cm^2$

Aufgabe 2

2a) $A = a \cdot h_a = 5 \cdot 3 = 15\ cm^2$

$U = 2a + 2b$

$17{,}2 = 2 \cdot 5 + 2b$

$17{,}2 = 10 + 2b \quad |-10$

$7{,}2 = 2b \quad |:2$

$3{,}6\ cm = b$

$A = b \cdot h_b$

$15 = 3{,}6 \cdot h_b \quad |:3{,}6$

$4{,}17\ cm \approx h_b$

b) $A = a \cdot h_a$ $\qquad U = 2a + 2b$

$8 = 4 \cdot h_a \quad |:4$ $\qquad U = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2{,}83$

$2\ cm = h_a$ $\qquad U = 13{,}66\ cm$

$A = b \cdot h_b$

$8 = 2{,}83 \cdot h_b \quad |:2{,}83$

$2{,}83\ cm \approx h_b$

Aufgabe 3

3a) $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (6{,}8 + 5) \cdot 2$

$= 11{,}8\ cm^2$

b) $A = \frac{1}{2} \cdot (5 + 3) \cdot 6 = 24\ cm^2$

c) $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$288{,}6 = \frac{1}{2} \cdot (28 + 16{,}4) \cdot h$

$288{,}6 = 22{,}2 \cdot h \quad | :22{,}2$

$13\,cm = h$

d) $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$51 = \frac{1}{2} \cdot (8 + c) \cdot 6$

$51 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (8 + c)$

$51 = 3 \cdot (8 + c) \quad | :3$

$17 = 8 + c \quad | -8$

$9\,cm = c$

Aufgabe 4

4a) $U = 2a + 2b = 2 \cdot 2{,}83 + 2 \cdot 4{,}47 = 14{,}6\ cm$

$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12\ cm^2$

b) $U = 2a + 2b$

$19{,}74 = 2 \cdot 3{,}16 + 2b$

$19{,}74 = 6{,}32 + 2b$

$13{,}42 = 2b$

$6{,}71\,cm = b$

$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

$21 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot f$

$21 = 3{,}5 \cdot f$

$6\,cm = f$

Aufgabe 5

5a) $d = 2 \cdot r = 8\,cm$

$U = 2\pi r = 2\pi 4 = 8\pi \approx 25{,}13\,cm$

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi \approx 50{,}27\,cm^2$

b) $r = \frac{1}{2} d = 5\,cm$

$U = \pi d = 10\pi \approx 31{,}42\,cm$

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \approx 78{,}54\,cm^2$

c) $U = 2\pi r$

$20 = 2\pi r \quad |:2$

$10 = \pi r \quad |:\pi$

$3{,}18\,cm \approx r$

$A = \pi r^2$

$A = \pi \cdot 3{,}18^2$

$A \approx 31{,}77\,cm^2$

$d = 2 \cdot 3{,}18 = 6{,}36\,cm$

d) $A = \pi r^2$

$40 = \pi r^2 \quad |:\pi$

$\frac{40}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{40}{\pi}} \approx 3{,}57\,cm$

$U = 2\pi r$

$U = 2\pi \cdot 3{,}57 \approx 22{,}43\,cm$

$d = 2 \cdot 3{,}57 = 7{,}14\,cm$

Aufgabe 6

6a) $A = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = \pi \cdot 11^2 - \pi \cdot 4^2 = 121\pi - 16\pi$

$= 105\pi$

$\approx 329{,}87\,cm^2$

$U = 2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 2\pi \cdot 6 + 2\pi \cdot 11 = 12\pi + 22\pi$

$= 34\pi$

$\approx 106{,}81\,cm$

b) $2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 132$

$2\pi 6 + 2\pi r_2 = 132$

$12\pi + 2\pi r_2 = 132$

$2\pi r_2 = 132 - 12\pi$

$r_2 = \frac{132 - 12\pi}{2\pi} \approx 15\text{ cm}$

$A = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = 15^2 \cdot \pi - 6^2 \cdot \pi$

$= 225\pi - 36\pi$

$= 189\pi \approx 593{,}76\text{ cm}^2$

c) $A = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$

$50{,}24 = \pi \cdot 5^2 - \pi r_1^2$

$50{,}24 = 25\pi - \pi r_1^2$

$50{,}24 - 25\pi = -\pi r_1^2$

$\frac{50{,}24 - 25\pi}{-\pi} = r_1^2$

$\sqrt{\frac{50{,}24 - 25\pi}{-\pi}} = r_1$

$\sqrt{9} = r_1$

$3\text{ cm} = r_1$

$U = 2\pi r_1 + 2\pi r_2$

$U = 2\pi \cdot 3 + 2\pi \cdot 5$

$U = 6\pi + 10\pi$

$U = 16\pi$

$U \approx 50{,}27\text{ cm}$

Aufgabe 7

7a) $b = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r = \frac{60}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 = 5{,}24 \text{ cm}$

$A = \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 5^2 = 13{,}09 \text{ cm}^2$

$U = 2 \cdot r + b = 10 + 5{,}24 = 15{,}24 \text{ cm}$

b) $b = \frac{\alpha}{180} \cdot \pi r$

$5 = \frac{\alpha}{180} \pi \cdot 10 \quad | :10$

$0{,}5 = \frac{\alpha}{180} \pi \quad | \cdot 180$

$90 = \alpha \cdot \pi \quad | : \pi$

$\frac{90}{\pi} = \alpha$

$28{,}65° = \alpha$

$A = \frac{28{,}65}{360} \cdot \pi \cdot 10^2$

$A \approx 25 \text{ cm}^2$

$U = 2r + b$

$U = 20 + 5$

$U = 25 \text{ cm}$

c) $A = \frac{\alpha}{360} \pi r^2$

$18{,}84 = \frac{60}{360} \pi r^2 \quad | \text{kürzen}$

$18{,}84 = \frac{1}{6} \pi r^2 \quad | \cdot 6$

$113{,}04 = \pi r^2 \quad | : \pi$

$\frac{113{,}04}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{}$

$\sqrt{\frac{113{,}04}{\pi}} = r$

$6 \text{ cm} = r$

$b = \frac{60}{180} \cdot \pi \cdot 6$

$b = 2\pi \approx 6{,}28 \text{ cm}$

$U = 2r + b$

$U = 12 + 6{,}28$

$U = 18{,}28 \text{ cm}$

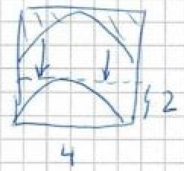
Aufgabe 8

15a) $A_{\square} = 6^2 = 36\ cm^2$

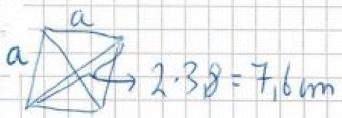
$A_{\frown} = \frac{1}{2}\cdot\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi\cdot 3^2 = 4,5\pi\ cm^2$

$A_{|||} = 36 - 4,5\pi \approx 21,86\ cm^2$

b) $A_{|||} = 2\cdot 4 = 8\ cm^2$



c) $A_{\circ} = \pi r^2 = \pi\cdot 3,8^2 = 45,36\ cm^2$



$a^2 + a^2 = 7,6^2$

$2a^2 = 7,6^2$

$2a^2 = 57,76$

$a^2 = 28,88$

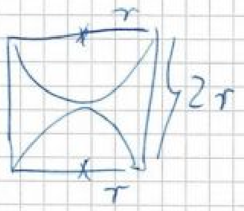
$a \approx 5,37\ cm$

$A_{\square} = 5,37^2 = 28,88\ cm^2$

$A_{|||} = 45,36 - 28,88 = 16,48\ cm^2$

Aufgabe 9

18a)



$A_{\square} = 2r\cdot 2r = 4r^2$

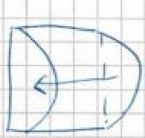
$A_{\smile} = \frac{1}{2}\cdot\pi r^2$ zusammen ein

$A_{\frown} = \frac{1}{2}\cdot\pi r^2$ ganzer Kreis

πr^2

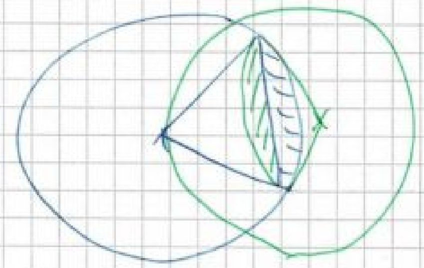
$A = 4r^2 - \pi r^2 = (4-\pi)\cdot r^2$

b) $A = 4r^2$

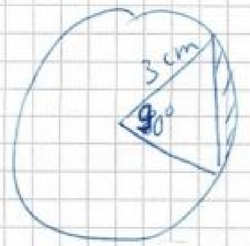


Aufgabe 10

1f)



Die beiden schraffierten Bereiche sind gleich groß. Es genügt daher, nur einen davon zu bestimmen.



$$A_{\sphericalangle} = \frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 3^2 = 7{,}07\ cm^2$$

$$A_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5\ cm^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{Segment}} = 7{,}07 - 4{,}5 = 2{,}57\ cm^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{gesucht}} = 2 \cdot 2{,}57 = \underline{5{,}14\ cm^2}$$

Aufgabe 11

Es handelt sich um einen Kreisring, mit 12 cm als großem Durchmesser (also 6 cm Radius) und 3,5 cm als kleinem Durchmesser (also 1,75 cm Radius). Wir suchen zuerst den Flächeninhalt des Kreisrings:

$$A=\pi\cdot(r_g^2-r_i^2)=\pi\cdot(6^2-1{,}75^2)=\pi\cdot(36-3{,}0625)=32{,}9375\,\pi\approx 103{,}48\,cm^2$$

Die Beschichtung kostet 20 Euro pro m². Da ein Quadratmeter aus 100 Quadratdezimetern besteht sind das 20 Euro pro 100 dm² bzw. 0,2 Euro pro dm² oder 20 Cent pro dm². 103,49 cm² entsprechen aber 1,0349 dm². Damit ergibt sich: 1,0349 mal 20 = 20,698, oder gerundet 20,7 Cent.

Aufgabe 12

Wir haben zwei Kreise: Der eine hat einen Umfang von 10 m = 1000 cm und der andere von 10,44 m = 1044 cm. Wir vergleichen die Radien der beiden Kreise:

$$U_1=2\pi r$$
$$1000=2\pi r$$
$$500=\pi r$$
$$\frac{500}{\pi}=r$$
$$159{,}15\,cm\approx r$$

$$U_2=2\pi r$$
$$1044=2\pi r$$
$$522=\pi r$$
$$\frac{522}{\pi}=r$$
$$166{,}16\,cm\approx r$$

Der Unterschied zwischen den beiden Radien beträgt 166,16 – 159,15 = 7,01 cm. Gerundet auf ganze Zentimeter ergibt sich als Ergebnis: 7 cm.

Aufgabe 13

Wenn die vordere Scheibe eine Umdrehung macht, so legt ein Punkt auf dem Rand der Scheibe einmal den Umfang der kreisförmigen Scheibe zurück:

$$U=2\pi r$$
$$U=2\pi\cdot 12$$
$$U=24\pi$$

Ein Punkt auf dem Rand der hinteren Scheibe legt denselben Weg zurück. Er befindet sich allerdings auf einer Scheibe mit kleinerem Radius (Radius r = 4 cm):

$$U=2\pi r$$
$$U=2\pi 4$$
$$U=8\pi$$

Der Umfang des kleinen Kreises passt dreimal in den Umfang des oberen Kreises hinein. Deshalb dreht er sich dreimal, wenn sich der obere einmal dreht.

Aufgabe 14

Die quadratische Querschnittsfläche hat eine Kantenlänge von 4 cm (Wurzel aus 16). Der runde Holzstab hat daher einen maximalen Durchmesser von 4 cm und damit einen Radius von 2 cm. Deshalb gilt für die Querschnittsfläche des Holzstabes: $A=\pi\cdot 2^2=4\pi\approx 12{,}57\,cm^2$.

Aufgabe 15

a) Die Fläche besteht aus zwei Rechtecken und einem Parallelogramm.

$$A_{R1}=0{,}8\cdot 1{,}2=0{,}96\,m^2$$
$$A_{R2}=1{,}5\cdot 0{,}8=1{,}2\,m^2$$
$$A_P=0{,}8\cdot 2{,}3=1{,}84\,m^2$$
$$A=A_{R1}+A_{R2}+A_P=4\,m^2$$

Dabei ist zu beachten, dass das Parallelogramm eine Seite mit der Länge 0,8 m hat. Die mit 2,3 m gekennzeichnete Strecke steht senkrecht auf der 0,8 m langen Seite, ist also ihre Höhe. Daher kann man die Fläche des Parallelogramms mit 0,8 mal 2,3 ausrechnen.

b) 4 mal 45 Euro = 180 Euro. Die Kosten betragen 180 Euro.

Aufgabe 16

a) Der Sportplatz besteht aus einem Rechteck in der Mitte und zwei Halbkreisen links und rechts, die sich zu einem vollen Kreis ergänzen.

$$A_R=100\cdot 63{,}66=6366\,m^2$$
$$A_K=\pi\cdot 31{,}83^2=1013{,}15...\pi\approx 3182{,}9\,m^2$$
$$A=A_R+A_K=9548{,}9\,m^2$$

Dabei ist zu beachten, dass das Rechteck als eine Seitenlänge 100 m hat. Die andere entspricht dem doppelten Radius: 2 mal 31,83 = 63,33 m.

b) Die Länge der äußeren Begrenzungslinie entspricht dem Umfang. Der Umfang besteht aus den beiden 100 m langen Seiten des Rechtecks und dem Umfang des Kreises.

$$U=2\cdot 100+2\pi\,31{,}83=200+63{,}66\pi\approx 200+199{,}99=399{,}99\approx 400$$

Die Länge beträgt etwa 400 m.

Aufgabe 17

a) Die blauen Flächen sind jeweils ¾ eines Kreises, der die halbe Kantenlänge des Quadrats als Radius hat. Daher:

$$A=4\cdot\frac{3}{4}\cdot\pi\cdot 2{,}2^2=14{,}52\pi\approx 45{,}62\,cm^2$$

b) Die graue Fläche bleibt übrig, wenn man zuerst den ganz großen Kreis ausrechnet und davon dann das innere Quadrat und die blaue Fläche abzieht. Um die Fläche des ganz großen Kreises zu berechnen braucht man seinen Radius. Dieser Radius besteht aber aus dem halben Durchmesser des Quadrats und dem Radius der unvollständigen blauen Kreise.

$$r_g = \frac{1}{2} d + r_{blau} = 3{,}1\,cm + 2{,}2\,cm = 5{,}3\,cm$$

$$A_g = \pi \cdot 5{,}3^2 = 28{,}09\,\pi \approx 88{,}25\,cm^2$$
$$A_{blau} = 45{,}62\,cm^2$$
$$A_{Quadrat} = 4{,}4^2 = 19{,}36\,cm^2$$
$$A = A_g - A_{blau} - A_{Quadrat} = 88{,}25 - 45{,}62 - 19{,}36 = 23{,}27\,cm^2$$

Die graue Fläche hat einen Inhalt von 23,27 cm².

Aufgabe 18

Die Seitenfläche besteht aus einem Dreieck und einem Kreisausschnitt. Wir berechnen für beide jeweils den Flächeninhalt.

Das Dreieck hat eine Grundseite von 130 cm. Die dazu gehörende Höhe hat eine Länge von 85 cm. Die mit 85 cm gekennzeichnete Strecke steht senkrecht auf der Verlängerung der mit 130 cm gekennzeichneten Strecke, ist also die Höhe. Damit ergibt sich:

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot 130 \cdot 85 = 5525\,cm^2$$

Der Kreisausschnitt hat einen Winkel von 70° und einen Radius von 100 cm. Damit ergibt sich:

$$A_K = \frac{70}{360} \cdot \pi \cdot 100^2 \approx 6108{,}65\,cm^2$$

Damit erhalten wir: A = 5525 + 6108,65 = 11.633,65 cm²

Aufgabe 19

9a) $G = a^2 = 6^2 = 36\ cm^2$
$U_G = 4a = 4 \cdot 6 = 24\ cm$

$V = G \cdot h = 36 \cdot 10 = 360\ cm^3$

$O = 2G + U_G \cdot h = 72 + 24 \cdot 10 = 312\ cm^2$

b) $G = a^2 = 2^2 = 4\ cm^2$
$U_G = 4a = 4 \cdot 2 = 8\ cm$

$V = G \cdot h$
$20 = 4 \cdot h \quad | :4$
$5cm = h$

$O = 2G + U_G \cdot h$
$O = 8 + 8 \cdot 5 = 48\ cm$

c) $O = 2G + U_G \cdot h$
$O = 2a^2 + 4a \cdot h$

$200 = 2a^2 + 4a \cdot 10$
$200 = 2a^2 + 40a \quad | :2$
$100 = a^2 + 20a$
$0 = a^2 + 20a - 100$
$a = -10 \pm \sqrt{100 + 100}$
$a = -10 \pm \sqrt{200}$
$a_1 = 4{,}14\ cm$
$(a_2 = -24{,}14)$

$G = 4{,}14^2$
$G = 17{,}1396\ cm^2$

$V = G \cdot h$
$V = 17{,}1396 \cdot 10$
$V = 171{,}396\ cm^3$

Aufgabe 20

10a) $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 128\pi$
$\approx 402{,}12 \text{ cm}^3$

$O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$
$= 2\pi \cdot 4^2 + 2\pi \cdot 4 \cdot 8$
$= 32\pi + 64\pi = 96\pi \approx 301{,}59 \text{ cm}^2$

b) $V = \pi r^2 h$
$200 = \pi r^2 \cdot 10 \quad | :10$
$20 = \pi r^2 \quad | :\pi$
$\frac{20}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{\ }$
$\sqrt{\frac{20}{\pi}} = r$
$2{,}52 \text{ cm} \approx r$

$O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$
$O = 2\pi \cdot 2{,}52^2 + 2\pi \cdot 2{,}52 \cdot 10$
$O \approx 39{,}9 + 158{,}34$
$= 198{,}24 \text{ cm}^2$

c) $O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$
$500 = 2\pi \cdot 5^2 + 2\pi \cdot 5 \cdot h$
$500 = 50\pi + 10\pi \cdot h$
$500 - 50\pi = 10\pi h$
$\frac{500 - 50\pi}{10\pi} = h$
$10{,}92 \text{ cm} = h$

$V = \pi r^2 h$
$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 10{,}92$
$V \approx 857{,}65 \text{ cm}^3$

Aufgabe 21

11a) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500}{3}\pi \approx 523{,}6\ cm^3$

$O = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi \approx 314{,}16\ cm^2$

b) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$500 = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad | \cdot \frac{3}{4}$

$375 = \pi r^3 \quad | : \pi$

$\frac{375}{\pi} = r^3 \quad | \sqrt[3]{\ }$

$\sqrt[3]{\frac{375}{\pi}} = r$

$4{,}92\ cm = r$

$O = 4\pi r^2$

$O = 4\pi \cdot 4{,}92^2$

$O = 304{,}19\ cm^2$

c) $O = 4\pi r^2$

$500 = 4\pi r^2 \quad | : 4$

$125 = \pi r^2 \quad | : \pi$

$\frac{125}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{\ }$

$\sqrt{\frac{125}{\pi}} = r$

$6{,}31\ cm \approx r$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6{,}31^3$

$V \approx 1052{,}39\ cm^3$

Aufgabe 22

12a) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3$

$V \approx 4188{,}79\ cm^3$

$4188{,}79 = a^3 \quad |\sqrt[3]{\ }$

$16{,}12\ cm = a$

b) $O = 4\pi r^2$

$O = 4\pi \cdot 10^2$

$O = 400\pi$

$O \approx 1256{,}64\ cm^2$

$1256{,}64 = 6a^2$

$209{,}44 = a^2 \quad |\sqrt{\ }$

$14{,}47\ cm = a$

c) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$2000 = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad |\cdot \frac{3}{4}$

$1500 = \pi r^3 \quad |:\pi$

$\frac{1500}{\pi} = r^3 \quad |\sqrt[3]{\ }$

$\sqrt[3]{\frac{1500}{\pi}} = r$

$7{,}82\ cm \approx r$

$O = 4\pi r^2$

$O = 4\pi \cdot 7{,}82^2$

$O = 768{,}46\ cm^2$

$768{,}46 = 6 \cdot a^2 \quad |:6$

$128{,}08 = a^2 \quad |\sqrt{\ }$

$11{,}32\ cm = a$

Aufgabe 23

LÖSUNGEN

1a)

$$h^2 + \frac{1}{4}a^2 = h_F^2$$
$$10^2 + \frac{1}{4}\cdot 16 = h_F^2$$
$$100 + 4 = h_F^2$$
$$104 = h_F^2$$
$$10{,}2\text{ cm} \approx h_F$$

$$G = 4^2 = 16\text{ cm}^2$$
$$M = 4\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot h_F$$
$$= 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 10{,}2$$
$$= 81{,}6\text{ cm}^2$$
$$O = G + M = 97{,}6\text{ cm}^2$$

$$h_F^2 + \frac{1}{4}a^2 = s^2$$
$$104 + \frac{1}{4}\cdot 16 = s^2$$
$$104 + 4 = s^2$$
$$108 = s^2$$
$$10{,}39\text{ cm} \approx s$$

$$V = \frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h$$
$$= \frac{1}{3}\cdot 4^2\cdot 10$$
$$= 53{,}\overline{3}\text{ cm}^3$$

$$2a^2 = d^2$$
$$2\cdot 4^2 = d^2$$
$$2\cdot 16 = d^2$$
$$32 = d^2$$
$$5{,}66\text{ cm} \approx d$$

b)

$$G = 100\text{ cm}^2$$
$$a^2 = 100$$
$$a = 10\text{ cm}$$

$$h_F^2 = h^2 + \frac{1}{4}a^2$$
$$8^2 = h^2 + \frac{1}{4}\cdot 100$$
$$64 = h^2 + 25$$
$$39 = h^2$$
$$6{,}24\text{ cm} = h$$

$$h_F^2 + \frac{1}{4}a^2 = s^2$$
$$8^2 + \frac{1}{4}\cdot 100 = s^2$$
$$64 + 25 = s^2$$
$$89 = s^2$$
$$9{,}43\text{ cm} = s$$

$$2a^2 = d^2$$
$$2\cdot 100 = d^2$$
$$200 = d^2$$
$$14{,}14\text{ cm} = d$$

$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_F$

$= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8$

$= 160 \text{ cm}^2$

$O = G + M = 260 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 6{,}24 = 208 \text{ cm}^3$

c) $2a^2 = d^2$

$2a^2 = 8^2$

$2a^2 = 64$

$a^2 = 32$

$a = 5{,}66 \text{ cm}$

$h_F^2 = \frac{1}{4}a^2 + h^2$

$h_F^2 = \frac{1}{4} \cdot 32 + 12^2$

$h_F^2 = 8 + 144$

$h_F^2 = 152$

$h_F = 12{,}33 \text{ cm}$

$s^2 = h_F^2 + \frac{1}{4} \cdot a^2$

$s^2 = 152 + \frac{1}{4} \cdot 32$

$s^2 = 152 + 8$

$s^2 = 160$

$s = 12{,}65 \text{ cm}$

$G = a^2 = 32 \text{ cm}^2$

$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_F$

$= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5{,}66 \cdot 12{,}33$

$= 139{,}58 \text{ cm}^2$

$O = G + M = 171{,}58 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

$= \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 12$

$= 128 \text{ cm}^3$

d) $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

$1000 = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot h$

$1000 = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot h$

$1000 = 12 \cdot h$

$83{,}\overline{3}\ cm = h$

$h^2 + \frac{1}{4} \cdot a^2 = h_F^2$

$6943{,}89 + \frac{1}{4} \cdot 36 = h_F^2$

$6943{,}89 + 9 = h_F^2$

$6952{,}89 = h_F^2$

$83{,}38\ cm = h_F$

$s^2 = \frac{1}{4} a^2 + h_F^2$

$s^2 = \frac{1}{4} \cdot 36 + 6952{,}89$

$s^2 = 9 + 6952{,}89$

$s^2 = 6961{,}89$

$s = 83{,}44\ cm$

$2a^2 = d^2$

$2 \cdot 6^2 = d^2$

$2 \cdot 36 = d^2$

$72 = d^2$

$8{,}49\ cm = d$

$G = a^2 = 36\ cm^2$

$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_F$

$= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 83{,}38$

$= 1000{,}56\ cm^2$

$O = G + M = 1036{,}56\ cm^2$

Aufgabe 24

2a) $r^2 + h^2 = m^2$

$6^2 + 10^2 = m^2$

$36 + 100 = m^2$

$136 = m^2$

$11{,}66\ cm = m$

$G = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \approx 113{,}1\ cm^2$

$M = \pi r m = \pi \cdot 6 \cdot 11{,}66 = 69{,}96\pi \approx 219{,}79\ cm^2$

$O = G + M = 332{,}89\ cm^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 10 = 120\pi \approx 376{,}99\ cm^3$

b) $G = 100\ cm^2$

$\pi r^2 = 100$

$r^2 = \frac{100}{\pi}$

$r = \sqrt{\frac{100}{\pi}}$

$r \approx 5{,}64\ cm$

$r^2 + h^2 = m^2$

$5{,}64^2 + h^2 = 10^2$

$31{,}8096 + h^2 = 100$

$h^2 = 68{,}1904$

$h = 8{,}26\ cm$

$M = \pi r m$

$= \pi \cdot 5{,}64 \cdot 10 = 56{,}4\pi = 177{,}19\ cm^2$

$O = G + M = 277{,}19\ cm^2$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5{,}64^2 \cdot 8{,}26$

$= 87{,}582...\pi$

$\approx 275{,}15\ cm^3$

c) $r^2 + h^2 = m^2$

$r^2 + 12^2 = 16^2$

$r^2 + 144 = 256$

$r^2 = 112$

$r = 10{,}58\ cm$

$G = \pi r^2 = \pi \cdot 10{,}58^2 = 111{,}9364\pi$

$\approx 351{,}66\ cm^2$

$M = \pi r m = \pi \cdot 10{,}58 \cdot 16 = 169{,}28\pi$

$\approx 531{,}81\ cm^2$

$O = G + M = 884{,}47\ cm^2$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 10{,}58^2 \cdot 12 = 447{,}7456\pi$

$\approx 1406{,}63\ cm^3$

d) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$

$1000 = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot h \quad | \cdot 3$

$3000 = \pi \cdot 16 \cdot h \quad | : 16\pi$

$\frac{3000}{16\pi} = h$

$59{,}68\text{ cm} = h$

$r^2 + h^2 = m^2$

$16 + 59{,}68^2 = m^2$

$3577{,}7024 = m^2$

$59{,}81\text{ cm} = m$

$G = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$
$= 50{,}27\text{ cm}^2$

$M = \pi r m = \pi \cdot 4 \cdot 59{,}81$
$= 239{,}24\pi$
$\approx 751{,}59\text{ cm}^2$

$O = G + M = 801{,}86\text{ cm}^2$

<u>Aufgabe 25</u>

3a) $\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + h_p^2 = h_T^2$

$\left(\frac{8-4}{2}\right)^2 + h_p^2 = 10^2$

$2^2 + h_p^2 = 10^2$

$4 + h_p^2 = 100$

$h_p^2 = 96$

$h_p \approx 9{,}8\text{ cm}$

$G = a^2 = 64\text{ cm}^2$

$S = b^2 = 16\text{ cm}^2$

$M = 4 \cdot \frac{1}{2}(a+b) \cdot h_T$
$= 4 \cdot \frac{1}{2}(8+4) \cdot 10$
$= 240\text{ cm}^2$

$O = G + S + M$
$= 320\text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot h_p \cdot (a^2 + ab + b^2)$
$= \frac{1}{3} \cdot 9{,}8 \cdot (64 + 32 + 16)$
$= 365{,}87\text{ cm}^3$

b) $S = 16$

$b^2 = 16$

$b = 4\text{ cm}$

$\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + h_p^2 = h_T^2$

$\left(\frac{5-4}{2}\right)^2 + 10^2 = h_T^2$

$0{,}25 + 100 = h_T^2$

$100{,}25 = h_T^2$

$10{,}01\text{ cm} = h_T$

$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h_T$ $\qquad G = 5^2 = 25\ cm^2$

$= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (5 + 4) \cdot 10{,}01$

$= 180{,}18\ cm^2$

$O = G + S + M = 221{,}18\ cm^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot h_p \cdot (a^2 + ab + b^2)$

$= \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot (25 + 9 + 16)$

$= 166{,}67\ cm^3$

Aufgabe 26

4a) $h_k^2 + \left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right)^2 = m^2$

$16^2 + \left(\frac{10-6}{2}\right)^2 = m^2$

$256 + 4 = m^2$

$260 = m^2$

$16{,}12\ cm = m$

$G = \pi r_1^2 = \pi \cdot 10^2$

$= 100\pi$

$\approx 314{,}16\ cm^2$

$S = \pi r_2^2 = \pi \cdot 6^2$

$= 36\pi$

$\approx 113{,}1\ cm^2$

$M = (r_1 + r_2) \cdot \pi \cdot m$

$= (10 + 6) \cdot \pi \cdot 16{,}12$

$= 257{,}92\ \pi$

$= 810{,}3\ cm^2$

$O = G + S + M$

$= 1237{,}56\ cm^2$

$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h_K \cdot (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

$= \frac{1}{3}\pi \cdot 16 \cdot (100 + 60 + 36)$

$= 1045{,}\overline{3}\ \pi$

$\approx 3284{,}01\ cm^3$

b) $h_k^2 + \left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right)^2 = m^2$

$h_k^2 + \left(\frac{12-2}{2}\right)^2 = 16^2$

$h_k^2 + 25 = 256$

$h_k^2 = 231$

$h_k = 15,2\ cm$

$G = \pi r_1^2 = 144\pi$

$\approx 452,39\ cm^2$

$S = \pi r_2^2 = 4\pi$

$\approx 12,57\ cm^2$

$M = (r_1 + r_2) \cdot \pi \cdot m$

$= (12+2) \cdot \pi \cdot 16$

$= 224\pi$

$\approx 703,72\ cm^2$

$O = G + S + M$

$= 1168,68\ cm^2$

$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h_k \cdot (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

$= \frac{1}{3}\pi \cdot 15,2 \cdot (144 + 24 + 4)$

$= 871,46\pi$

$\approx 2737,79\ cm^3$

Aufgabe 27

a) Wir rechnen zuerst h_F aus:

$$\frac{1}{4}a^2+h^2=(h_F)^2$$
$$\frac{1}{4}\cdot 35{,}42^2+21{,}65^2=(h_F)^2$$
$$\frac{1}{4}\cdot 1254{,}5764+468{,}7225=(h_F)^2$$
$$313{,}6441+468{,}7225=(h_F)^2$$
$$782{,}3666=(h_F)^2$$
$$27{,}97\,m=h_F$$

Jetzt rechnen wir den Mantel aus:

$$A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot h_F$$
$$A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot 35{,}42\cdot 27{,}97$$
$$A_{Dreieck}=495{,}3487\,m^2$$
$$M=4\cdot A_{Dreieck}=1931{,}39\,m^2$$

b)

$$V_{alt}=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h$$
$$V_{neu}=\frac{1}{3}\cdot(2a)^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 4a^2\cdot h=4\cdot V_{alt}$$

Das Volumen vervierfacht sich.

Aufgabe 28

13a) $U = 2\pi r$ $r = \frac{1}{2} \cdot d = 2000\ km$

$U = 2\pi \cdot 2000$

$U = 4000\pi$

$U \approx 12.566,37\ km$

⇒ Der Äquator ist 12.566,37 km lang

b) $\pi \cdot d = 50.000$

$d = 15.915,49\ km$

⇒ Der Durchmesser misst 15.915,49 km.

c) $r_{Umlauf} = r + 200$
$= 2000 + 200$
$= 2200$

$U = 2\pi\, r_{Umlauf} = 2\pi \cdot 2200 = 13823\ km$

⇒ Die Umlaufbahn misst 13.823 km.

d)
$$:20 \left(\begin{array}{ccc} 13.823 & — & 20 \\ 691,15 & — & 1 \end{array} \right) :20$$

⇒ Es sind 691,15 km/h.

Aufgabe 29

Wir haben einen Zylinder vor uns und berechnen zuerst seine Grundfläche:

$G = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \approx 28,27\ cm^2$

0,25 Liter sind 0,25 dm³ bzw. 250 dm³.

Nun können wir die fehlende Höhe ausrechnen:

$V=G\cdot h$
$250=28{,}27\dot{h}$
$h=8{,}84\,cm$

Die Markierung ist in 8,84 cm Höhe.

Aufgabe 30

5 mal 5 mal 2,8 = 70 cm³

Es gilt: 1 Liter = 1 dm³ = 1000 cm³ und 1 Milliliter = 1 cm³

Es sind 70 ml.

Aufgabe 31

$$V=G\cdot h=\frac{1}{2}\cdot(13+7)\cdot 19\cdot 12=2280\,cm^3$$

$$O=\frac{2\cdot 1}{2}(13+7)\cdot 19+(13+19{,}4+7+19{,}1)\cdot 12=380+702=1082\,cm^2$$

Aufgabe 32

$$V_{Pyramide}=\frac{1}{3}\cdot 8^2\cdot 10=213{,}33\,cm^3$$
$$V_{Zylinder}=\pi\cdot 0{,}5^2\cdot 3=2{,}36\,cm^3$$
$$V_{Werkstück}=V_{Pyramide}-V_{Zyliner}=210{,}97\,cm^3$$
$$Gewicht=Volumen\cdot Dichte=210{,}97\cdot 8{,}5=1793{,}25\,g$$

Das Volumen beträgt 210,97 cm³ und das Gewicht 1793,25 g.

Aufgabe 33

Die Oberfläche besteht aus dem Mantel des Kegels, dem Mantel der Pyramide und dem Teil der Grundfläche der Pyramide, die nicht von der Grundfläche des Kegels überdeckt wird.

$$M_{Kegel}=\pi\,r\,m=\pi\cdot 25\cdot 75\approx 5890{,}49$$
$$M_{Pyramide}=4\cdot A_{Dreieck}=4\cdot\frac{1}{2}\cdot 50\cdot 75=7500$$
$$G_{Pyramide}=50^2=2500$$
$$G_{Kegel}=\pi\cdot 25^2=1963{,}5$$
$$O=M_{Kegel}+M_{Pyramide}+(G_{Pyramide}-G_{Kegel})=5890{,}49+7500+(2500-1963{,}5)=13926{,}99$$

Es sind 13.926,99 cm².

Aufgabe 34

a)

$$V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot h\cdot\left(r_1^2+r_1 r_2+r_2^2\right)=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 8\cdot\left(3{,}5^2+3{,}5\cdot 2{,}6+2{,}6^2\right)\approx 235{,}49$$

Das Glas fasst insgesamt 235,49 cm³.

b) Uns fehlt der Radius des inneren Kreises (in der Mitte des Glases, wo der Saft endet).

Hier gelten nun aber die Strahlensätze: Der eine Strahl steht senkrecht auf dem Boden des Glases, der andere verläuft entlang des Mantels. Der Radius oben und der innere Radius (wo der Saft endet) sind die beiden parallelen Strecken. Auf dem ersten Strahl sind zwei Längen bekannt: 5 cm und 8 cm. Beim zweiten ist die obere bekannt: 0,9 (der Unterschied zwischen dem Radius unten und dem oben). Damit kann man ausrechnen, was der Unterschied zwischen dem Radius in der Mitte und dem unten ist. Damit gilt:

$$\frac{5}{8}=\frac{x}{0{,}9}$$
$$\frac{5}{8}\cdot 0{,}9=x$$
$$0{,}5625\,cm=x$$

Der innere Radius ist nun 2,6 + 0,5625 = 3,1625 cm

Damit kann das gesuchte Saftvolumen bestimmt werden:

$$V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot h\cdot\left(r_1^2+r_1 r_2+r_2^2\right)=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 5\cdot\left(3{,}1625^2+3{,}1625\cdot 2{,}6+2{,}6^2\right)\approx 130{,}81$$

Es sind 130,81 cm³ Saft.

Aufgabe 35

Ein Liter entspricht 1 dm³, die 39 l sind also 39 dm³.

$$V_{halb}=\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$
$$39=\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$
$$58{,}5=\pi r^3$$
$$\frac{58{,}5}{\pi}=r^3$$
$$2{,}65=r$$

Der Durchmesser ist das Doppelte des Radiuses, also: d = 5,3 dm (oder 53 cm).