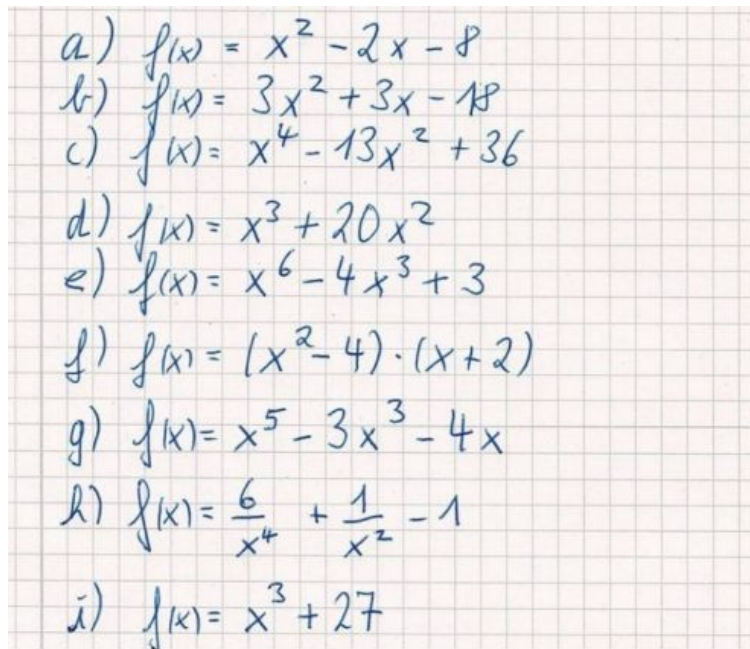


Aufgaben

Teil A (ohne Hilfsmittel)

Aufgabe 1

Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen:



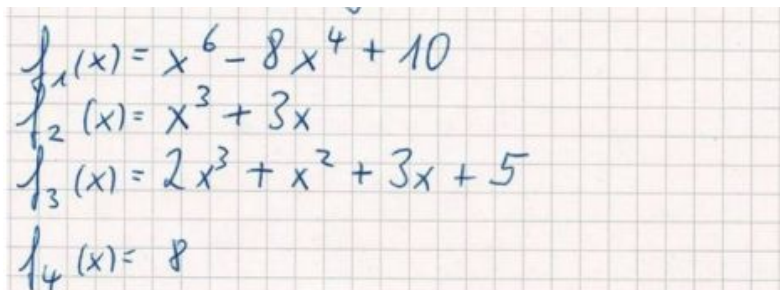
a) $f(x) = x^2 - 2x - 8$
b) $f(x) = 3x^2 + 3x - 18$
c) $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$
d) $f(x) = x^3 + 20x^2$
e) $f(x) = x^6 - 4x^3 + 3$
f) $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (x + 2)$
g) $f(x) = x^5 - 3x^3 - 4x$
h) $f(x) = \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^2} - 1$
i) $f(x) = x^3 + 27$

j) $f(x) = \sin(2x), 0 \leq x \leq 2\pi$

k) $f(x) = \cos(0,5x) + 1, 0 \leq x \leq 4\pi$

Aufgabe 2

Gib an, bei welchen der folgenden Funktionen eine Standardsymmetrie vorliegt. Und begründe deine Entscheidung:



$f_1(x) = x^6 - 8x^4 + 10$
 $f_2(x) = x^3 + 3x$
 $f_3(x) = 2x^3 + x^2 + 3x + 5$
 $f_4(x) = 8$

$f_5(x) = \cos(x)$

$f_6(x) = \sin(x)$

$f_7(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 + a \cdot x$, $a \in \mathbb{R}$.
Wie muss man a wählen, damit $x=5$ eine Nullstelle von f ist?

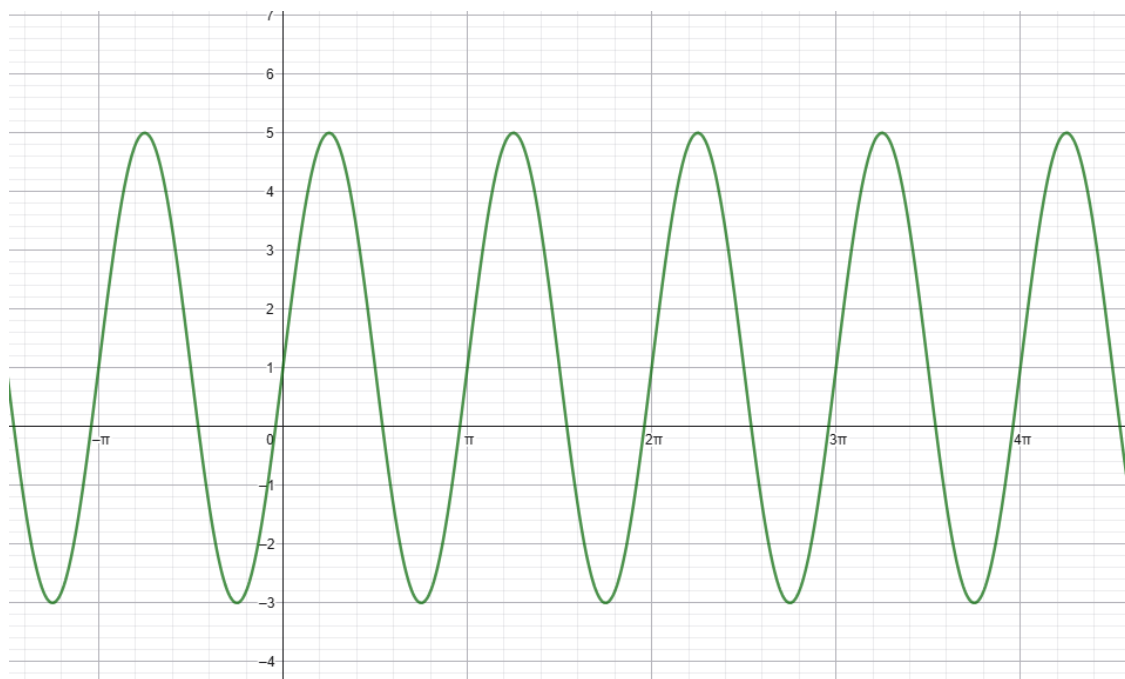
Aufgabe 4

a) Gib die Gleichung einer beliebigen ganzrat. Funktion 3. Grades an, welche drei verschiedene Nullstellen hat.

b) Gib die Gleichung einer beliebigen ganzrat. Funktion 4. Grades an, welche genau drei verschiedene Nullstellen hat.

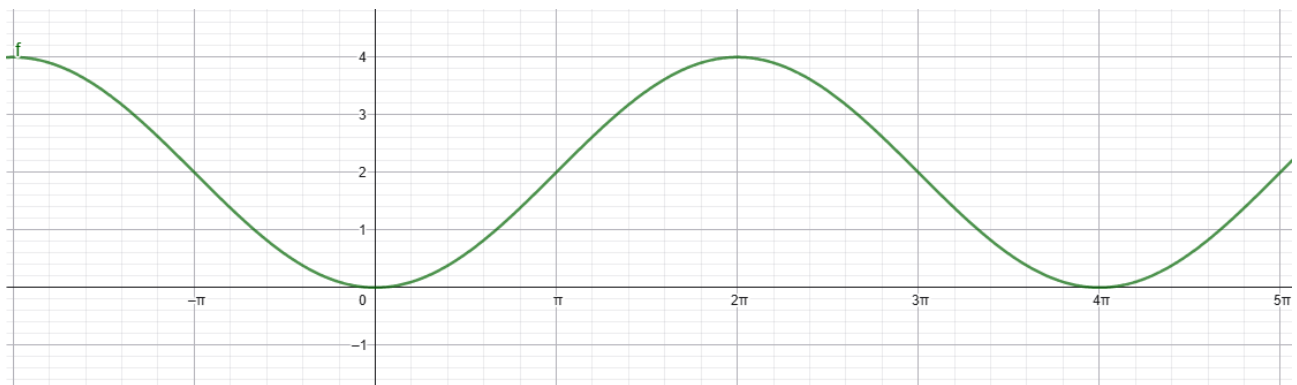
Aufgabe 5

Der nachfolgend abgebildete Graph gehört zu einer Funktion der Gestalt $f(x) = a \cdot \sin(b(x+c)) + d$.
Bestimme a , b , c und d .



Aufgabe 6

Der nachfolgend abgebildete Graph gehört zu einer Funktion der Gestalt $f(x) = a \cdot \sin(b(x+c)) + d$. Bestimme a, b, c und d.



Aufgabe 7

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2 \cdot \sin(3x) - 1$. Diese kann auch durch eine Gleichung der Form $g(x) = a \cdot \cos(b(x+c)) + d$ beschrieben werden. Bestimme a, b, c und d.

Aufgabe 8

Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 + 4$.
Sie ist symmetrisch zu einem Punkt
 $P(x_0/y_0)$. Bestimme x_0 und y_0 .

Aufgabe 9

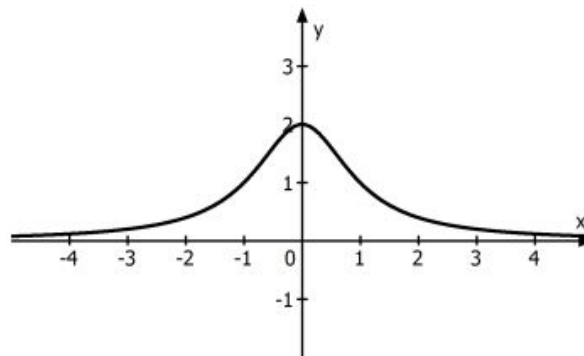
(Abitur Baden-Württemberg 2019)

Lösen Sie die Gleichung $(\cos(x))^2 + 2\cos(x) = 0$ für $0 \leq x \leq 2\pi$

Aufgabe 10

(Abitur Baden-Württemberg 2004)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f .
Welcher der folgenden Aussagen über die Funktion f sind wahr, falsch oder unentscheidbar?
Begründen Sie Ihre Antworten.



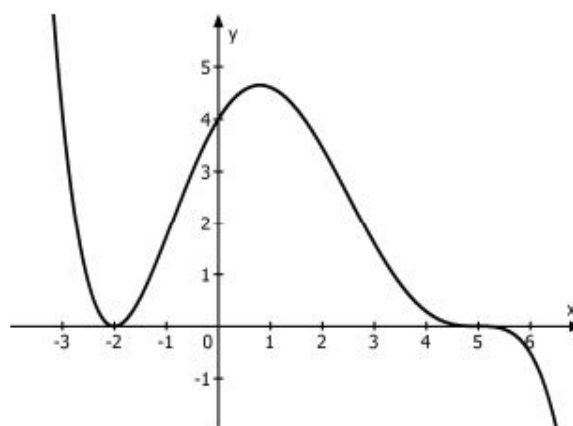
1. f ist streng monoton wachsend für $-3 < x < 3$.
2. Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.
3. Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y -Achse.
4. Es gilt $f(x) > 0$ für alle $x \in [-3; 3]$.

Aufgabe 11

(Abitur Baden-Württemberg 2006)

~~Aufgabe 11 (Abiturprüfung 2007)~~

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f .
Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.
Begründen Sie jeweils ihre Antwort.



1. Das Schaubild von f hat bei $x = -2$ einen Tiefpunkt.
2. Das Schaubild von f hat für $-3 \leq x \leq 6$ genau zwei Wendepunkte.
3. Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y -Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.
4. $f(0) > f(5)$

Aufgabe 12

(Abitur Baden-Württemberg 2014)

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2$.

- Beschreiben Sie, wie man den Graphen von g aus dem Graphen von f erhält.
- Bestimmen Sie die Nullstellen von g für $0 \leq x \leq 4$.

Aufgabe 13

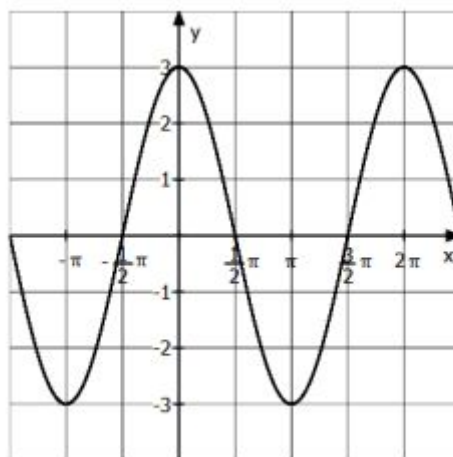
(Abitur Baden-Württemberg 2009)

Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 3$ besitzt einen Wendepunkt. Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt.

Aufgabe 14

(Abitur Baden-Württemberg 2025)

Die Abbildung zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f mit $f(x) = 3 \cdot \cos(x)$



-) Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion g ist gegeben durch $g(x) = a \cdot f(x) + b \cdot x$ mit reellen Zahlen a und b . Die Punkte $(0|-3)$ und $\left(\frac{\pi}{2} \mid \frac{3}{4}\pi\right)$ liegen auf dem Graphen von g . Ermitteln Sie a und b .

Aufgabe 15

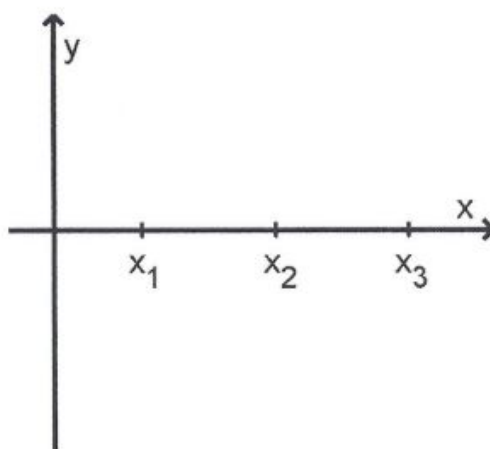
(Abitur Baden-Württemberg 2023)

Eine in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale, nicht lineare Funktion f mit erster Ableitungsfunktion f' und zweiter f'' hat folgende Eigenschaften:

- f hat bei x_1 eine Nullstelle.
- Es gilt $f'(x_2) = 0$ und $f''(x_2) \neq 0$.
- f' hat ein Minimum an der Stelle x_3 .

Die Abbildung in der Anlage zeigt die Position von x_1, x_2 und x_3 .

- Begründen Sie, dass der Grad von f mindestens 3 ist.
- Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Graphen von f .



Aufgabe 16

Bestimme jeweils die Umkehrfunktion zu den folgenden Funktionen:

a) $f(x) = 2x - 5$

b) $f(x) = 0,5 \cdot (x - 2)^3 + 1$

Aufgabe 17

(Aufgabensammlung Hamburg Nr. 18)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + x + 1$ ($x \in \mathbb{R}$). Ihr Graph hat genau einen Wendepunkt.

a) **Weisen** Sie nach, dass der Wendepunkt die Koordinaten $(0|1)$ hat.

(3 BE)

Es werden Faktoren a und b vor den Potenzen von x eingeführt:

$$f_{a,b}(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x + 1 \quad (a \neq 0)$$

b) **Begründen** Sie, dass a und b keinen Einfluss auf die Lage des Wendepunktes haben.

(2 BE)

Aufgabe 18

(Aufgabensammlung Hamburg Nr. 34)

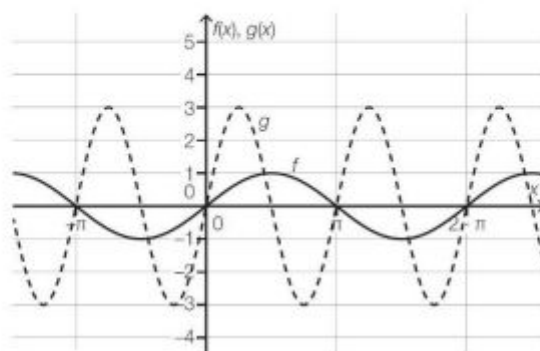
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$ ($x \in \mathbb{R}$).

- a) Weisen Sie **nach**, dass der Wendepunkt des Graphen von f auf der Geraden mit der Gleichung $y = x - 2$ liegt. (3 BE)
- b) Der Graph von f wird verschoben. Der Punkt $(2|0)$ des Graphen der Funktion f besitzt nach der Verschiebung die Koordinaten $(3|2)$. Der verschobene Graph gehört zu einer Funktion h . **Geben** Sie eine Gleichung von h an. (2 BE)

Aufgabe 19

Parameter einer Sinusfunktion* - 1_386, FA6.3, 2 aus 5

Die unten stehende Abbildung zeigt die Graphen von zwei Sinusfunktionen f und g der Form $a \cdot \sin(b \cdot x)$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

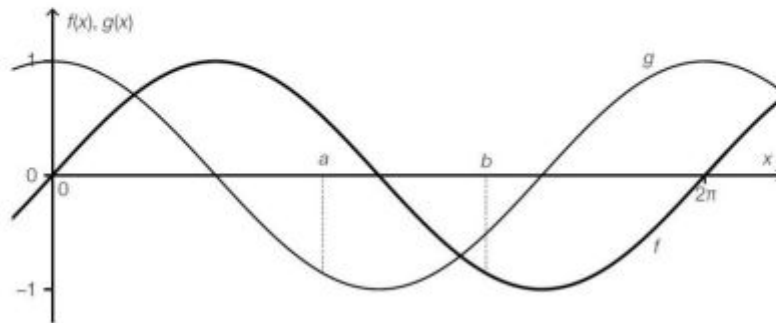
Der Parameter a ist bei f dreimal so groß wie bei g .	☐
Würde man den Parameter b bei f verdreifachen, so wäre der neue Graph mit jenem von g deckungsgleich.	☐
Für den Parameter b von f gilt: $b = 1$.	☐
Der Parameter b ist bei g doppelt so groß wie bei f .	☐
Eine Veränderung des Parameters a bewirkt eine Verschiebung des Graphen der Funktion in senkrechter Richtung.	☐

Aufgabe 20

Winkelfunktionen* - 1_673, FA6.5, Offenes Antwortformat

In der unten stehenden Abbildung sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ dargestellt.

Für die in der Abbildung eingezeichneten Stellen a und b gilt: $\cos(a) = \sin(b)$.



Bestimmen Sie $k \in \mathbb{R}$ so, dass $b - a = k \cdot \pi$ gilt!

Aufgabe 21

Gib jeweils die Definitions- und Wertemenge der folgenden Funktionen an:

a) $f(x) = 2x - 5$

b) $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$

c) $f(x) = 2 \cdot \sin(5x) + 1$

d) $f(x) = \frac{4}{x}$

e) $f(x) = \frac{4}{(x-1)^2}$

f) $f(x) = \sqrt{x-2}$

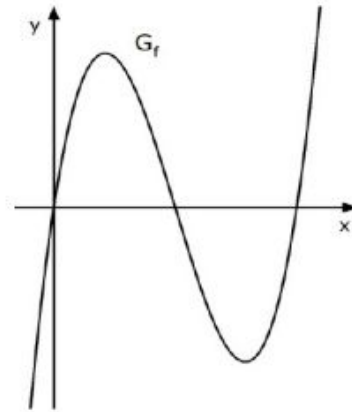
Aufgaben

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Aufgabe 1

(Abitur Baden-Württemberg 2022)

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$.



- a) Berechnen Sie die Nullstellen von f . (1,5 VP)
Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes W von G_f . (1,5 VP)

Die Gerade t_1 ist die Tangente an G_f in W .
Zeigen Sie, dass $y = -4x + 8$ eine Gleichung von t_1 ist. (1 VP)

- b) Die Gerade t_2 ist die Tangente an G_f im Ursprung O . Die Geraden t_1 und t_2 schneiden sich im Punkt Q . Berechnen Sie für das Dreieck OWQ die Weite des Innenwinkels bei Q .

(2 VP)

Für ein $u > 0$ ist die Tangente an G_f im Punkt $B(u|f(u))$ parallel zu t_2 .

Bestimmen Sie den Wert von u .

(1,5 VP)

c)

Für die Funktion h mit $h(x) = x^3 - 4x$ gilt $f(x) = h(x - 2)$. Erläutern Sie, welche Symmetrieeigenschaft daraus für G_f folgt.

(1,5 VP)

d)

Der Graph G_{f^*} entsteht durch Spiegelung des Graphen G_f an der Geraden mit der Gleichung $x = a$. Die Tangente an G_{f^*} im Wendepunkt von G_{f^*} schneidet die y -Achse im Punkt $S(0|16)$. Bestimmen Sie den Wert von a .

(2,5 VP)

Aufgabe 2

2) Gegeben sei ein Stausee. Die Funktion $f(x) = x^3 - 11x^2 + 28x$, $0 \leq x \leq 7$, beschreibt, wie viel Wasser pro Stunde zu- bzw. abfließt (Veränderungsrate). Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab 10 Uhr und $f(x)$ für die Veränderungsrate in Tausend Liter pro Stunde. Eine positive Veränderungsrate bedeutet Zufluss, eine negative Abfluss.

a) Bestimme die Höhe der Veränderungsrate um 12 Uhr

b) Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die Veränderungsrate 10.000 ℓ/h beträgt.

c) Bestimme rechnerisch die Zeitpunkte, wo die Abflussrate bzw. die Zuflussrate am höchsten war. Gib die jeweilige Höhe der Rate an.

d) Bestimme rechnerisch den Zeitpunkt, zu dem die Veränderungsrate am stärksten zugenommen hat.

e) Bestimme rechnerisch die Zeitpunkte, zu denen am meisten bzw. am wenigsten Wasser im Stausee war.

f) Zeigen Sie: Innerhalb der ersten vier Stunden sind mit Sicherheit weniger als 84.000 ℓ in den Stausee hineingeflossen.

g) Die Funktion g beschreibt die Veränderungsrate des hier betrachteten Stausees, wenn man zusätzlich zu den bei f schon berücksichtigten Zu- und Abflüssen noch einen Zufluss öffnet, durch den konstant 10.000 ℓ/h zufließen.

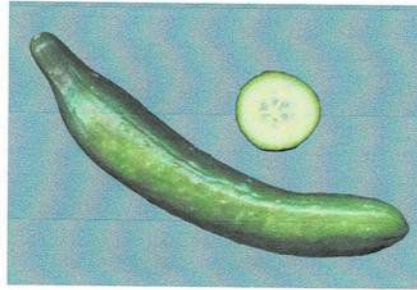
① Bestimme die Gleichung von g

② Bestimme, ob es noch Zeiträume gibt, wo mehr Wasser ab- als zufließt.

Aufgabe 3

3) (Abitur Hamburg 2012)

Der große Lebensmittelkonzern AKEDE bot in seinen Geschäften vor der EHEC-Epidemie im Frühjahr 2011 Salatgurken zu einem Preis von 0,50 € pro Stück an. Der Konzern zahlt den liefernden Landwirten 0,25 € pro Salatgurke.



Landwirt Kleinschmidt baut Salatgurken für AKEDE an. Seine Kosten werden von der Funktion $K(x) = \frac{1}{120}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{50}{3}x + 100$ beschrieben. Dabei steht x für die tägliche Produktionsmenge an Kisten mit jeweils 100 Gurken und $f(x)$ für die täglichen Kosten in Euro.

- Bestimme eine Funktion $G(x)$, mit der Landwirt Kleinschmidt seinen täglichen Gewinn bzw. Verlust bestimmen kann.
- Bestimme rechnerisch die Produktionsmengen, bei denen Herr Kleinschmidt insgesamt Gewinn macht.
- Berechnen Sie die Produktionsmenge, bei der Landwirt Kleinschmidt den maximalen Gewinn erzielt, und geben Sie den größtmöglichen Gewinn an.

Im Frühjahr 2011 kam es zu einer Vielzahl an EHEC-Infektionen. Die Gesundheitsbehörden warnten in dieser Zeit eindringlich vor dem Verzehr von rohen Tomaten, Gurken, Salat und Sojasprossen. Um dennoch möglichst viele der gelieferten Salatgurken abzusetzen, beschloss das Unternehmen AKEDE einige Tage später, den Preis zu senken und auch den Landwirten wie Herrn Kleinschmidt nur noch 15 € pro Kiste zu zahlen.

- Bestimme rechnerisch, ob Herr Kleinschmidt unter diesen Bedingungen noch einen Gewinn erwirtschaften kann.

Vor der Epidemie wurden in der AKEDE-Filiale in Husstadt täglich 500 Salatgurken verkauft. Nach Beginn der Erkrankungen und vor der Preissenkung setzte die Filiale 70 % weniger ab.

g) AKEDE verkaufte die Salatgurken nach der Preissenkung in seinen Geschäften zu einem Preis von 0,20 €.

- Ermitteln Sie, wie viele Salatgurken die Filiale in Husstadt nach der Preissenkung mindestens täglich verkaufen müsste, damit die Preissenkung nicht zu einer weiteren Reduzierung des Erlöses für AKEDE führt.
- Beurteilen Sie, ob das Ziel einer Steigerung des Erlöses mittels der beschriebenen Preissenkung in der Krisensituation realistisch ist.

(10P)

Aufgabe 4

mindestens täglich verkaufen musste, damit die Preissenkung nicht zu einer weiteren Reduzierung des Erlöses für AKEDE führt.

- Beurteilen Sie, ob das Ziel einer Steigerung des Erlöses mittels der beschriebenen Preissenkung in der Krisensituation realistisch ist.

4) Der Verlauf einer Straße wird beschrieben durch die Funktion $f(x) = x^3 - 12x^2 + 32x$, $0 \leq x \leq 9$. Die x- und y-Achse geben die Himmelsrichtungen an. Eine Längeneinheit entspricht einem Kilometer in der Realität.

- Bestimme rechnerisch die am weitesten nördlich und die am weitesten südlich gelegene Stelle der Straße.
- Der Ort Tiexdorf hat die Koordinaten $T(2|24)$. Bestimme rechnerisch, ob die Straße durch Tiexdorf verläuft.
- Bestimme rechnerisch, wie weit man von Tiexdorf aus nach Osten gehen muss, um (wieder) auf die Straße zu stoßen.
- Gib an, in welchen Bereichen die Straße nach links bzw. nach rechts gekrümmt ist.

Aufgabe 5

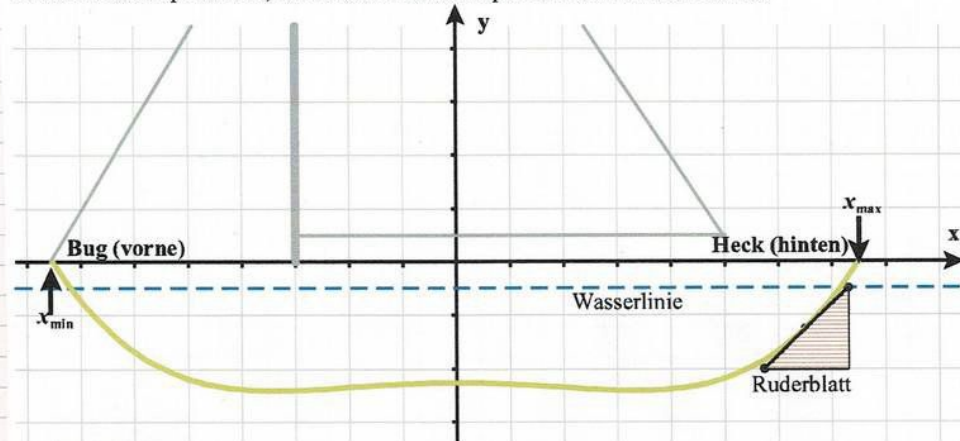
5) (Abitur Hamburg 2010)

Der Segler Piet Meyer möchte sich eine neue Yacht für das Hochseesegeln bauen lassen. Dazu trifft er sich mit seinem Schiffskonstrukteur, um dessen Entwurf für die Rumpfform von Meyers neuem Schiff zu diskutieren.

Der Konstrukteur stellt für die Seitenansicht des Schiffes die folgende Funktion f auf:

$$f(x) = \frac{1}{6750}x^4 - \frac{1}{75}x^2 - 4,5 \quad \text{für } x \in [x_{\min}; x_{\max}] \quad (\text{siehe Skizze})$$

Eine Einheit entspricht 1 m, eine Kästchenseite entspricht hier 2 m in der Realität.



a) Bestimme die Länge des Schiffes

Der Rumpf eines Schiffes ist allerdings nicht komplett unter Wasser. Es ragt ein gewisser Teil aus dem Wasser heraus. Die Seitenansicht dieses Teils nennt man *Freibord*. Wir gehen davon aus, dass die Wasserlinie parallel zur oben eingezeichneten x-Achse liegt.

- b) Bestimmen Sie den maximalen Tiefgang, wenn das Freibord um $h = 1$ m über die Wasserlinie herausragt.

In dem Punkt $(13 | f(13))$ wird ein Ruderblatt in Form eines rechtwinkligen Dreiecks befestigt. Die Hypotenuse des Dreiecks soll dabei tangential zum Rumpf verlaufen, d.h. den Rumpf im angegebenen Befestigungspunkt berühren, und soll genau bis zur Wasserlinie reichen.

- c)
- Zeigen Sie, dass die Gleichung dieser Tangente in guter Näherung $g(x) = 0,96x - 15$ lautet.
 - Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Tangente mit der Wasserlinie und berechnen Sie die Fläche in der Seitenansicht des Ruderblattes, wenn das Ruderblatt 3 m hoch ist.

Die maximale Geschwindigkeit, die ein Schiff der obigen Bauart durch Windkraft erreichen kann, hängt von der Länge des Schiffes entlang der Wasserlinie ab. Eine Faustformel zur Berechnung der maximalen Geschwindigkeit v in km/h ist für ein Einrumpfschiff

$$v_E = 4,5 \cdot \sqrt{\text{Länge des Schiffes in m entlang der Wasserlinie}}$$

- d) Berechnen Sie, wie schnell Herr Meyer mit der obigen Konstruktion eines Einrumpfschiffes maximal sein kann und wie lange er auf einer Regattastrecke von 500 Seemeilen mindestens unterwegs sein wird (1 Seemeile ≈ 1852 m).

Aufgabe 6

6) (Abitur Baden-Württemberg 2015)

Der Laderaum eines Lastkahn ist 50 m lang. Sein Querschnitt ist auf der gesamten Länge gleich und wird beschrieben durch die Funktion $f(x) = \frac{1}{125} x^4$, $-5 \leq x \leq 5$. Alle Angaben sind in Metern.

- Bestimme die Tiefe des Laderaumes in der Mitte
- Bestimme die Breite des Laderaumes in 3 m Höhe
- Bestimme den Bereich, in dem der Boden des Laderaums eine Steigung unter $2,86^\circ$ hat
- Zur Wartung steht der Lastkahn auf einer ebenen Plattform. Dort wird er stabilisiert durch gerade Stützen, die orthogonal zur Außenwand des Laderaums angebracht sind. Betrachtet werden zwei einander gegenüberliegende Stützen, deren Befestigungspunkte am Kahn durch die Punkte $P_1(-4 | f(-4))$ und $P_2(4 | f(4))$ beschrieben werden. Bestimme rechnerisch, in welchem Abstand voneinander diese Stützen auf der Plattform enden.

Aufgabe 7

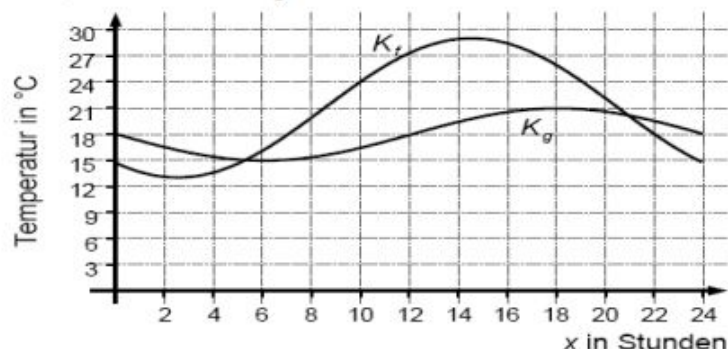
(Abitur Baden-Württemberg 2008)

Der Temperaturverlauf außerhalb eines Hauses während eines Tages kann durch eine Funktion f mit

$$f(x) = 8 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12}(x - 8,5)\right] + 21 \text{ mit } 0 \leq x \leq 24$$

beschrieben werden (x in Stunden seit 0 Uhr, $f(x)$ in $^{\circ}\text{C}$).

Die Abbildung zeigt das Schaubild K_f von f sowie den innerhalb des Hauses gemessenen Temperaturverlauf K_g .



- a) Gib an, zu welchen Uhrzeiten die Außentemperatur minimal bzw. maximal ist. Wann ist der Temperaturanstieg im Freien am größten?
- b) Bestimme einen Term der Funktion g , der den Temperaturverlauf K_g wiedergibt. Beschreibe, wie K_g aus dem Schaubild der Sinusfunktion mit $y = \sin(x)$ entsteht. Gib eine mögliche Ursache für die zeitliche Verschiebung der beiden Temperaturverläufe K_f und K_g an.
- c) Für den folgenden Tag wird vermutet, dass der Temperaturverlauf außerhalb des Hauses durch eine Funktion h mit

$$h(x) = 10 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12}(x - 8,5)\right] + ax + b \text{ mit } 24 \leq x \leq 48$$

beschrieben werden kann (x in Stunden, $h(x)$ in $^{\circ}\text{C}$).

Dabei stimmen zum Zeitpunkt $x = 24$ sowohl die durch f und h beschriebenen Temperaturen als auch ihre momentanen Änderungsraten überein. Berechne a und b .

Hinweis:

$$f'(x) = \frac{2\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12}(x - 8,5)\right)$$

$$h'(x) = \frac{5\pi}{6} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12}(x - 8,5)\right) + a$$

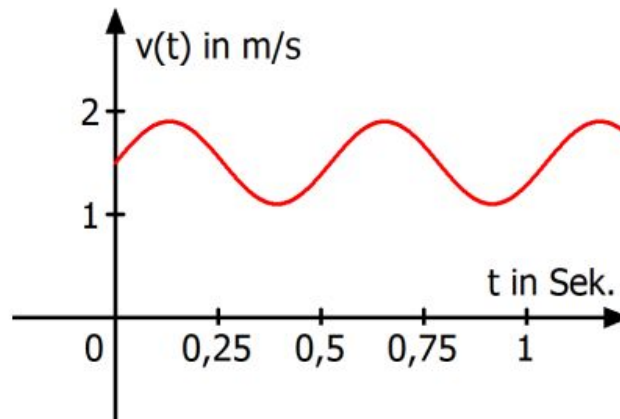
Aufgabe 8

(Abitur Baden-Württemberg 2004)

Die Geschwindigkeit eines Schwimmers schwankt periodisch um einen Wert. Messungen beim Training haben gezeigt, dass sich die Bewegung näherungsweise durch die Geschwindigkeits-Zeit-Funktion v mit

$$v(t) = 0,4 \cdot \sin(12t) + 1,5 \text{ mit } t \geq 0$$

beschreiben lässt (t ist die Zeit in s, Geschwindigkeit $v(t)$ in m/s).



- Bestimme die Periodendauer.
- Zwischen welchen Werten schwankt die Geschwindigkeit des Schwimmers?
- Gib zwei Zeitpunkte an, in denen die Geschwindigkeit am stärksten abnimmt.