Lösungen

Teil A (ohne Hilfsmittel)

Aufgabe 1

a)

$$2x+8=0$$
$$2x=-8$$
$$x=-4$$

b)

$$6x+4=2x-12$$
$$4x+4=-12$$
$$4x=-16$$
$$x=-4$$

c)

$$x^2-6x-16=0$$
$$x=3\pm\sqrt{3^2+16}$$
$$x=3\pm\sqrt{9+16}$$
$$x=3\pm\sqrt{25}$$
$$x=3\pm5$$
$$x_1=8$$
$$x_2=-2$$

d)

$$2x^2-4x+2=0$$
$$x^2-2x+1=0$$
$$x=1\pm\sqrt{1^2-1}$$
$$x=1\pm\sqrt{0}$$
$$x=1$$

e)

$$\sqrt{x}=2 \quad | \; quadrieren$$
$$x=4$$

$$Probe: \sqrt{4}=2$$

f)

$$\sqrt{x+2}=8 \quad | \; quadrieren$$
$$x+2=64$$
$$x=62$$

$$Probe: \sqrt{62+2}=\sqrt{64}=8$$

g)

$$\frac{3}{x}=6 \qquad | \; mal\, x$$
$$3=6x$$
$$0{,}5=x$$

Aufgabe 2

$$A=a^2$$
$$U=4a$$
$$d=\sqrt{2}a$$

Aufgabe 3

$$d=2r$$
$$A=\pi\cdot r^2$$
$$U=2\pi r$$

Aufgabe 4

$$A=\pi\cdot\left(r_2^2-r_1^2\right)$$
$$U=2\pi\left(r_1+r_2\right)$$

Aufgabe 5

$$A=\frac{\alpha}{360}\cdot\pi r^2$$
$$U=\frac{\alpha}{180}\cdot\pi r$$

Aufgabe 6

$$U=3a$$
$$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$
$$A=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

Aufgabe 7

a) 2 m = 200 cm

b) 4 m² = 400 dm² = 40.000 cm²

c) 4000 mm = 400 cm = 40 dm

d) 3 m³ = 3000 dm³

e) 2 cm = 0,2 dm

f) 5 km = 5000 m = 50.000 dm = 500.000 cm

g) 40 m² = 4000 dm² = 400.000 cm² = 40.000.000 mm²

Aufgabe 8

a) wahr

b) wahr

c) wahr

d) falsch – Bei einem gleichseitigen Dreieck müssten alle Winkel gleich groß sein. Da die Winkelsumme insgesamt 180° beträgt, muss jeder Winkel 60° groß sein.

Aufgabe 9

a) Es handelt sich um ein Trapez.

b) $A=\frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h=\frac{1}{2}\cdot(7+4)\cdot 4=\frac{1}{2}\cdot 11\cdot 4=22\,cm^2$

Aufgabe 10

a) Es handelt sich um ein Drachenviereck.

b) $A=\frac{1}{2}\cdot e\cdot f=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 15=45\,cm^2$

Aufgabe 11

$$d = 2r = 10\,cm$$
$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$$
$$U = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$$

Aufgabe 12

Das Objekt besteht aus einem Halbkreis (oben) und einem Trapez (unten).

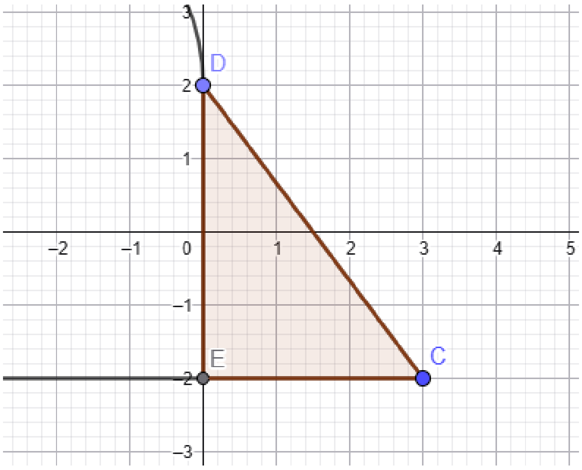
$$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (9+6) \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 4 = 30\,cm^2$$
$$A_{Halbkreis} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3^2 = \frac{1}{2}\pi 9 = 4{,}5\pi$$
$$A = A_{Trapez} + A_{Halbkreis} = 30 + 4{,}5\pi\,cm^2$$

Die Längen der Strecken AB und BC lassen sich direkt ablesen: 4 cm und 9 cm.

Die Länge des Halbkreises lässt sich mit der Umfangsformel für Kreise berechnen:

$$l = \frac{1}{2}U = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3 = 3\pi$$

Die Länge der Strecke DC lässt sich mit Hilfe eines rechtwinkligen Dreiecks und des Satzes von Pythagoras ausrechnen:



$$l^2 = 3^2 + 4^2$$
$$l^2 = 9 + 16$$
$$l^2 = 25$$
$$l = 5\,cm$$

Damit ergibt sich für den Umfang:

$$U = 4 + 9 + 3\pi + 5 = 18 + 3\pi$$

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Aufgabe 1

1a) $A = 5^2 = 25\ cm^2$ $\quad U = 4 \cdot 5 = 20\ cm$

b) $a^2 = 49 \quad |\sqrt{\ }$

$a = 7\ cm$ $\quad U = 4 \cdot 7 = 28\ cm$

c) $4a = 24 \quad |:4$

$a = 6\ cm$ $\quad A = 6^2 = 36\ cm^2$

Aufgabe 2

2a) $A = a \cdot h_a = 5 \cdot 3 = 15\ cm^2$

$U = 2a + 2b$

$17{,}2 = 2 \cdot 5 + 2b$

$17{,}2 = 10 + 2b \quad |-10$

$7{,}2 = 2b \quad |:2$

$3{,}6\ cm = b$

$A = b \cdot h_b$

$15 = 3{,}6 \cdot h_b \quad |:3{,}6$

$4{,}17\ cm \approx h_b$

b) $A = a \cdot h_a$

$8 = 4 \cdot h_a \quad |:4$

$2\ cm = h_a$

$U = 2a + 2b$

$U = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2{,}83$

$U = 13{,}66\ cm$

$A = b \cdot h_b$

$8 = 2{,}83 \cdot h_b \quad |:2{,}83$

$2{,}83\ cm \approx h_b$

Aufgabe 3

3a) $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (6{,}8 + 5) \cdot 2$

$= 11{,}8\ cm^2$

b) $A = \frac{1}{2} \cdot (5 + 3) \cdot 6 = 24\ cm^2$

c) $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$288{,}6 = \frac{1}{2} \cdot (28 + 16{,}4) \cdot h$

$288{,}6 = 22{,}2 \cdot h \mid :22{,}2$

$13\,cm = h$

d) $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$51 = \frac{1}{2} \cdot (8 + c) \cdot 6$

$51 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (8 + c)$

$51 = 3 \cdot (8 + c) \quad \mid :3$

$17 = 8 + c \quad \mid -8$

$9\,cm = c$

Aufgabe 4

4a) $U = 2a + 2b = 2 \cdot 2{,}83 + 2 \cdot 4{,}47 = 14{,}6\ cm$

$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12\ cm^2$

b) $U = 2a + 2b$

$19{,}74 = 2 \cdot 3{,}16 + 2b$

$19{,}74 = 6{,}32 + 2b$

$13{,}42 = 2b$

$6{,}71\,cm = b$

$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

$21 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot f$

$21 = 3{,}5 \cdot f$

$6\,cm = f$

Aufgabe 5

5a) $d = 2 \cdot r = 8\,cm$

$U = 2\pi r = 2\pi 4 = 8\pi \approx 25{,}13\,cm$

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi \approx 50{,}27\,cm^2$

b) $r = \frac{1}{2} d = 5\,cm$

$U = \pi d = 10\pi \approx 31{,}42\,cm$

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \approx 78{,}54\,cm^2$

c) $U = 2\pi r$

$20 = 2\pi r \quad |:2$

$10 = \pi r \quad |:\pi$

$3{,}18\,cm \approx r$

$A = \pi r^2$

$A = \pi \cdot 3{,}18^2$

$A \approx 31{,}77\,cm^2$

$d = 2 \cdot 3{,}18 = 6{,}36\,cm$

d) $A = \pi r^2$

$40 = \pi r^2 \quad |:\pi$

$\frac{40}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{40}{\pi}} \approx 3{,}57\,cm$

$U = 2\pi r$

$U = 2\pi \cdot 3{,}57 \approx 22{,}43\,cm$

$d = 2 \cdot 3{,}57 = 7{,}14\,cm$

Aufgabe 6

6a) $A = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = \pi \cdot 11^2 - \pi \cdot 4^2 = 121\pi - 16\pi$

$= 105\pi$

$\approx 329{,}87\,cm^2$

$U = 2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 2\pi \cdot 6 + 2\pi \cdot 11 = 12\pi + 22\pi$

$= 34\pi$

$\approx 106{,}81\,cm$

b) $2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 132$

$2\pi 6 + 2\pi r_2 = 132$

$12\pi + 2\pi r_2 = 132$

$2\pi r_2 = 132 - 12\pi$

$r_2 = \frac{132 - 12\pi}{2\pi} \approx 15 \text{ cm}$

$A = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = 15^2 \cdot \pi - 6^2 \cdot \pi$

$= 225\pi - 36\pi$

$= 189\pi \approx 593{,}76 \text{ cm}^2$

c) $A = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$

$50{,}24 = \pi \cdot 5^2 - \pi r_1^2$

$50{,}24 = 25\pi - \pi r_1^2$

$50{,}24 - 25\pi = -\pi r_1^2$

$\frac{50{,}24 - 25\pi}{-\pi} = r_1^2$

$\sqrt{\frac{50{,}24 - 25\pi}{-\pi}} = r_1$

$\sqrt{9} = r_1$

$3 \text{ cm} = r_1$

$U = 2\pi r_1 + 2\pi r_2$

$U = 2\pi \cdot 3 + 2\pi \cdot 5$

$U = 6\pi + 10\pi$

$U = 16\pi$

$U \approx 50{,}27 \text{ cm}$

Aufgabe 7

7a) $b = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r = \frac{60}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 = 5{,}24\ cm$

$A = \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 5^2 = 13{,}09\ cm^2$

$U = 2 \cdot r + b = 10 + 5{,}24 = 15{,}24\ cm$

b) $b = \frac{\alpha}{180} \cdot \pi r$

$5 = \frac{\alpha}{180} \pi \cdot 10 \quad | :10$

$0{,}5 = \frac{\alpha}{180} \pi \quad | \cdot 180$

$90 = \alpha \cdot \pi \quad | :\pi$

$\frac{90}{\pi} = \alpha$

$28{,}65^\circ \approx \alpha$

$A = \frac{28{,}65}{360} \cdot \pi \cdot 10^2$

$A \approx 25\ cm^2$

$U = 2r + b$

$U = 20 + 5$

$U = 25\ cm$

c) $A = \frac{\alpha}{360} \pi r^2$

$18{,}84 = \frac{60}{360} \pi r^2 \quad |$ kürzen

$18{,}84 = \frac{1}{6} \pi r^2 \quad | \cdot 6$

$113{,}04 = \pi r^2 \quad | :\pi$

$\frac{113{,}04}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{\ }$

$\sqrt{\frac{113{,}04}{\pi}} = r$

$6\ cm \approx r$

$b = \frac{60}{180} \cdot \pi \cdot 6$

$b = 2\pi \approx 6{,}28\ cm$

$U = 2r + b$

$U = 12 + 6{,}28$

$U = 18{,}28\ cm$

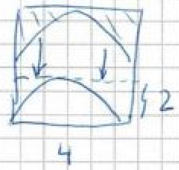
Aufgabe 8

15a) $A_{\square} = 6^2 = 36\ cm^2$

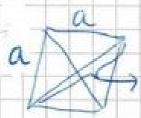
$A_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 3^2 = 4{,}5\pi\ cm^2$

$A_{\text{///}} = 36 - 4{,}5\pi = 21{,}86\ cm^2$

b) $A_{\text{///}} = 2 \cdot 4 = 8\ cm^2$



c) $A_{\circ} = \pi r^2 = \pi \cdot 3{,}8^2 = 45{,}36\ cm^2$



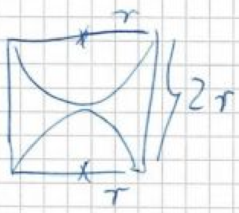
$\to 2 \cdot 3{,}8 = 7{,}6\ cm$

$a^2 + a^2 = 7{,}6^2$
$2a^2 = 7{,}6^2$
$2a^2 = 57{,}76$
$a^2 = 28{,}88$
$a \approx 5{,}37\ cm$

$A_{\square} = 5{,}37^2 = 28{,}88\ cm^2$
$A_{\text{///}} = 45{,}36 - 28{,}88 = 16{,}48\ cm^2$

Aufgabe 9

18a)

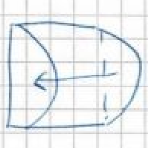


$A_{\square} = 2r \cdot 2r = 4r^2$

$A_{\triangledown} = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2$
$A_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2$
zusammen ein ganzer Kreis πr^2

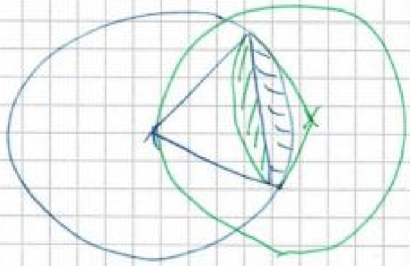
$A = 4r^2 - \pi r^2 = (4 - \pi) \cdot r^2$

b) $A = 4r^2$

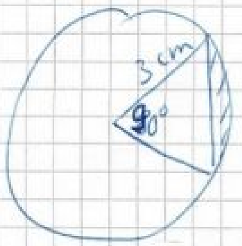


Aufgabe 10

1f)



Die beiden schraffierten Bereiche sind gleich groß. Es genügt daher, nur einen davon zu bestimmen.



$$A_{\sphericalangle} = \frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 3^2 = 7{,}07\ cm^2$$

$$A_{\triangleleft} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5\ cm^2$$

$$\Rightarrow A = 7{,}07 - 4{,}5 = 2{,}57\ cm^2$$

$$\Rightarrow A_{gesucht} = 2 \cdot 2{,}57 = \underline{5{,}14\ cm^2}$$

Aufgabe 11

Es handelt sich um einen Kreisring, mit 12 cm als großem Durchmesser (also 6 cm Radius) und 3,5 cm als kleinem Durchmesser (also 1,75 cm Radius). Wir suchen zuerst den Flächeninhalt des Kreisrings:

$$A = \pi \cdot (r_g^2 - r_i^2) = \pi \cdot (6^2 - 1{,}75^2) = \pi \cdot (36 - 3{,}0625) = 32{,}9375\,\pi \approx 103{,}48\, cm^2$$

Die Beschichtung kostet 20 Euro pro m². Da ein Quadratmeter aus 100 Quadratdezimetern besteht sind das 20 Euro pro 100 dm² bzw. 0,2 Euro pro dm² oder 20 Cent pro dm². 103,49 cm² entsprechen aber 1,0349 dm². Damit ergibt sich: 1,0349 mal 20 = 20,698, oder gerundet 20,7 Cent.

Aufgabe 12

Wir haben zwei Kreise: Der eine hat einen Umfang von 10 m = 1000 cm und der andere von 10,44 m = 1044 cm. Wir vergleichen die Radien der beiden Kreise:

$$U_1 = 2\pi r$$
$$1000 = 2\pi r$$
$$500 = \pi r$$
$$\frac{500}{\pi} = r$$
$$159{,}15\,cm \approx r$$

$$U_2 = 2\pi r$$
$$1044 = 2\pi r$$
$$522 = \pi r$$
$$\frac{522}{\pi} = r$$
$$166{,}16\,cm \approx r$$

Der Unterschied zwischen den beiden Radien beträgt 166,16 – 159,15 = 7,01 cm. Gerundet auf ganze Zentimeter ergibt sich als Ergebnis: 7 cm.

Aufgabe 13

Wenn die vordere Scheibe eine Umdrehung macht, so legt ein Punkt auf dem Rand der Scheibe einmal den Umfang der kreisförmigen Scheibe zurück:

$$U = 2\pi r$$
$$U = 2\pi \cdot 12$$
$$U = 24\pi$$

Ein Punkt auf dem Rand der hinteren Scheibe legt denselben Weg zurück. Er befindet sich allerdings auf einer Scheibe mit kleinerem Radius (Radius r = 4 cm):

$$U = 2\pi r$$
$$U = 2\pi 4$$
$$U = 8\pi$$

Der Umfang des kleinen Kreises passt dreimal in den Umfang des oberen Kreises hinein. Deshalb dreht er sich dreimal, wenn sich der obere einmal dreht.

Aufgabe 14

Die quadratische Querschnittsfläche hat eine Kantenlänge von 4 cm (Wurzel aus 16). Der runde Holzstab hat daher einen maximalen Durchmesser von 4 cm und damit einen Radius von 2 cm. Deshalb gilt für die Querschnittsfläche des Holzstabes: $A = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \approx 12{,}57\,cm^2$.

Aufgabe 15

a) Die Fläche besteht aus zwei Rechtecken und einem Parallelogramm.

$$A_{R1}=0{,}8\cdot 1{,}2=0{,}96\,m^2$$
$$A_{R2}=1{,}5\cdot 0{,}8=1{,}2\,m^2$$
$$A_P=0{,}8\cdot 2{,}3=1{,}84\,m^2$$
$$A=A_{R1}+A_{R2}+A_P=4\,m^2$$

Dabei ist zu beachten, dass das Parallelogramm eine Seite mit der Länge 0,8 m hat. Die mit 2,3 m gekennzeichnete Strecke steht senkrecht auf der 0,8 m langen Seite, ist also ihre Höhe. Daher kann man die Fläche des Parallelogramms mit 0,8 mal 2,3 ausrechnen.

b) 4 mal 45 Euro = 180 Euro. Die Kosten betragen 180 Euro.

Aufgabe 16

a) Der Sportplatz besteht aus einem Rechteck in der Mitte und zwei Halbkreisen links und rechts, die sich zu einem vollen Kreis ergänzen.

$$A_R=100\cdot 63{,}66=6366\,m^2$$
$$A_K=\pi\cdot 31{,}83^2=1013{,}15...\pi\approx 3182{,}9\,m^2$$
$$A=A_R+A_K=9548{,}9\,m^2$$

Dabei ist zu beachten, dass das Rechteck als eine Seitenlänge 100 m hat. Die andere entspricht dem doppelten Radius: 2 mal 31,83 = 63,33 m.

b) Die Länge der äußeren Begrenzungslinie entspricht dem Umfang. Der Umfang besteht aus den beiden 100 m langen Seiten des Rechtecks und dem Umfang des Kreises.

$$U=2\cdot 100+2\pi\, 31{,}83=200+63{,}66\pi\approx 200+199{,}99=399{,}99\approx 400$$

Die Länge beträgt etwa 400 m.

Aufgabe 17

a) Die blauen Flächen sind jeweils ¾ eines Kreises, der die halbe Kantenlänge des Quadrats als Radius hat. Daher:

$$A=4\cdot\frac{3}{4}\cdot\pi\cdot 2{,}2^2=14{,}52\pi\approx 45{,}62\,cm^2$$

b) Die graue Fläche bleibt übrig, wenn man zuerst den ganz großen Kreis ausrechnet und davon dann das innere Quadrat und die blaue Fläche abzieht. Um die Fläche des ganz großen Kreises zu berechnen braucht man seinen Radius. Dieser Radius besteht aber aus dem halben Durchmesser des Quadrats und dem Radius der unvollständigen blauen Kreise.

$$r_g = \frac{1}{2} d + r_{blau} = 3{,}1\,cm + 2{,}2\,cm = 5{,}3\,cm$$

$$A_g = \pi \cdot 5{,}3^2 = 28{,}09\,\pi \approx 88{,}25\,cm^2$$
$$A_{blau} = 45{,}62\,cm^2$$
$$A_{Quadrat} = 4{,}4^2 = 19{,}36\,cm^2$$
$$A = A_g - A_{blau} - A_{Quadrat} = 88{,}25 - 45{,}62 - 19{,}36 = 23{,}27\,cm^2$$

Die graue Fläche hat einen Inhalt von 23,27 cm².

Aufgabe 18

Die Seitenfläche besteht aus einem Dreieck und einem Kreisausschnitt. Wir berechnen für beide jeweils den Flächeninhalt.

Das Dreieck hat eine Grundseite von 130 cm. Die dazu gehörende Höhe hat eine Länge von 85 cm. Die mit 85 cm gekennzeichnete Strecke steht senkrecht auf der Verlängerung der mit 130 cm gekennzeichneten Strecke, ist also die Höhe. Damit ergibt sich:

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot 130 \cdot 85 = 5525\,cm^2$$

Der Kreisausschnitt hat einen Winkel von 70° und einen Radius von 100 cm. Damit ergibt sich:

$$A_K = \frac{70}{360} \cdot \pi \cdot 100^2 \approx 6108{,}65\,cm^2$$

Damit erhalten wir: A = 5525 + 6108,65 = 11.633,65 cm²