

AUFGABEN

Aufgabe 1 (BW 2022)

Ein Onlineshop bietet Patronen mit schwarzer Tinte und Patronen mit farbiger Tinte an.

- a) Erfahrungsgemäß beträgt der Verkaufsanteil der Patronen mit schwarzer Tinte 65%. Betrachtet wird eine zufällige Auswahl von 100 verkauften Patronen. Es wird davon ausgegangen, dass dabei die Anzahl der Patronen mit schwarzer Tinte binomialverteilt ist. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

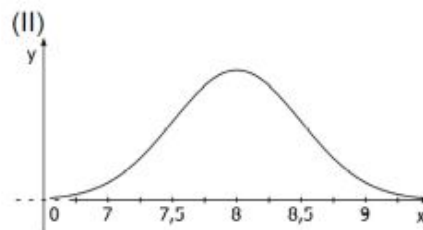
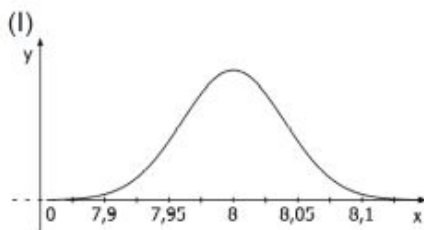
A: „Genau 66 der verkauften Patronen sind mit schwarzer Tinte gefüllt.“

(0,5 VP)

B: „Die Anzahl der verkauften Patronen mit schwarzer Tinte weicht um mehr als 10% vom Erwartungswert dieser Anzahl ab.“

(1,5 VP)

- b) Im Folgenden werden nur Patronen betrachtet, die mit schwarzer Tinte gefüllt sind. Die Füllmenge einer solchen Patrone wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert 8 ml und der Standardabweichung 0,04 ml angenommen. Eine der beiden Abbildungen zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion.



Geben Sie die Abbildung an, die den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion nicht zeigt, und begründen Sie Ihre Angabe. (1 VP)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Patrone weniger als 7,95 ml Tinte enthält. (0,5 VP)

Betrachtet wird das Ereignis, dass eine zufällig ausgewählte Patrone zwischen 7,98 ml und 8,04 ml Tinte enthält. Geben Sie ein anderes Ereignis im Sachzusammenhang an, welches exakt dieselbe Wahrscheinlichkeit hat. (1 VP)

Bestimmen Sie das kleinste Intervall $[a;b]$, so dass die Füllmenge einer zufällig ausgewählten Patrone mit einer Wahrscheinlichkeit von 92% in $[a;b]$ liegt. (2 VP)

- c) Betrachtet wird die für $x \geq 0$ definierte Funktion f mit $f(x) = 0,25 \cdot e^{-0,25x}$.

Die Zeitdauer in Stunden zwischen dem Eingang einer Bestellung im Onlineshop und dem Versand der Ware kann modellhaft durch eine stetige Zufallsgröße mit der Dichtefunktion f beschrieben werden.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 85% wird eine Ware innerhalb von t Stunden nach Eingang der Bestellung versandt. Bestimmen Sie den Wert von t .

(1,5 VP)

Aufgabe 2 (BW 2021)

Ein Unternehmen füllt Honig in Gläser mit der Aufschrift 250g ab. Die Füllmenge X eines Glases wird als normalverteilt angenommen mit dem Erwartungswert $\mu = 252$ und der Standardabweichung $\sigma = 2$ (alle Angaben in g).

- a) Ein Glas wird zufällig ausgewählt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als 250g Honig in diesem Glas sind. (0,5 VP)

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Füllmenge dieses Glases um höchstens 2% von 250g abweicht. (1,5 VP)

- b) Gesucht ist ein Wert $a \neq 245$ mit $P(a \leq X \leq a + 5) = P(245 \leq X \leq 250)$.

Begründen Sie, dass es solch einen Wert von a gibt und geben Sie diesen Wert an. (1,5 VP)

- c) Bei einer neuen Abfüllanlage beträgt die Standardabweichung der Füllmenge 1g. Bei ihr kann man durch einen Regler den Erwartungswert der Füllmenge mit einer Genauigkeit von 0,1g einstellen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes Glas weniger als 250g enthält, soll höchstens 15% betragen.

Ermitteln Sie, auf welchen Wert der Erwartungswert der Füllmenge mindestens eingestellt werden muss. (1,5 VP)

Bei einer Sonderaktion wird jedes fünfte Glas auf der Deckelinnenseite mit einem von außen nicht sichtbaren Gutschein versehen.

- d) Lena kauft während der Sonderaktion sechs Gläser und stellt sie in einer Reihe auf. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

A: „Genau drei dieser Gläser enthalten jeweils einen Gutschein.“ (0,5 VP)

B: „Die beiden ersten Gläser enthalten jeweils einen Gutschein.“ (1 VP)

C: „In genau zwei Gläsern befindet sich jeweils ein Gutschein, und diese Gläser stehen nicht unmittelbar nebeneinander.“ (1,5 VP)