# Lösungen (zu den Aufgaben vom 27.11.2024)

## Aufgabe 1

a) Es gibt $\binom{49}{6} = 13.983.816$ Ergebnisse.

b) P (6 Richtige) = 1 / 13.983.816

## Aufgabe 2

Es gibt 8! = 40.320 Reihenfolgen.

## Aufgabe 3

a) Er hat $\binom{12}{8} = 495$ Auswahlmöglichkeiten.

b) Die ersten vier Aufgaben müssen bearbeitet werden. Anschließend muss er noch vier weitere Aufgaben aus den verbliebenen 8 auswählen. Das macht insgesamt $\binom{8}{4} = 70$ Auswahlmöglichkeiten. Jede dieser 70 kombiniert die ersten vier Aufgaben mit einer sich jeweils voneinander unterscheidenden Auswahl von den restlichen acht.

c) Von den ersten sieben Aufgaben müssen vier ausgewählt werden. Das ergibt $\binom{7}{4} = 35$ Möglichkeiten. Anschließend muss er aber noch vier aus den restlichen 5 beantworten. Das macht wiederum $\binom{5}{4} = 5$ Varianten. Jede Variante von den ersten sieben kann mit jeder der letzten fünf Aufgaben kombiniert werden. Damit erhalten wir 35 mal 5 = 175 Möglichkeiten insgesamt.

c (2. Teil): Wenn er mindestens vier von den ersten 7 auswählt, so wählt er entweder 4 von den 7 aus (bereits ausgerechnet), oder 5, 6 bzw. 7.

Bei 5 ergibt sich: $\binom{7}{5} \cdot \binom{5}{3} = 21 \cdot 10 = 210$

Bei 6 ergibt sich: $\binom{7}{6} \cdot \binom{5}{2} = 7 \cdot 10 = 70$

Bei 7 ergibt sich: $\binom{7}{7} \cdot \binom{5}{1} = 5$

Das sind insgesamt 175+210+70+5 = 460 Möglichkeiten.

## Aufgabe 4

a) Für die erste Postkarte gibt es 6 mögliche Umschläge, für die zweite noch 5, für die dritte 4. Wir erhalten: 6 mal 5 mal 4 = 120 Möglichkeiten.

b) Für jede Postkarte kommt jeder Umschlag in Frage. Davon gibt es 6. Wir erhalten $6^3$ = 216 Möglichkeiten.

c) Höchstens 2 in jedem bedeutet: Entweder in jedem Umschlag ist nur eine Postkarte oder in einem Umschlag sind 2 (und in einem einzelnen Umschlag nur eine).
Im Fall „in jedem eine" haben wir (siehe Aufgabenteil a) 120 Möglichkeiten.
Im Fall „2 in einem und 1 in einem einzelnen Umschlag" haben wir
$6 \cdot 5 \cdot \binom{3}{2} = 90$ Möglichkeiten. Wir wählen einen Umschlag aus, in dem sich zwei Karten befinden (aus 6 Umschlägen). Dann wählen wir aus den verbliebenen fünf den aus, wo sich eine befindet. Von den drei Postkarten sind zwei im ersten Umschlag. Es gibt drei Möglichkeiten, aus den drei Karten zwei auszuwählen, die dann gemeinsam in einem Umschlag sind.

Wir erhalten zusammen 120 + 90 = 210 Möglichkeiten.

Man kann auch über mit dem Gegenereignis argumentieren. Da wir nur drei Karten haben, bleibt als einzige Möglichkeit übrig, dass alle in einem Umschlag sind. Da wir sechs Umschläge haben, ergeben sich 6 Möglichkeiten. Insgesamt aber haben wir maximal 216 Varianten. Die gesuchte Anzahl ist also 216-6 = 210.

## Aufgabe 5

Der runde Tisch hat 6 Plätze, die wir durchnummerieren. Person 1 wählt dann einen der 6 Plätze aus, Person 2 einen der verbliebenen fünf, Person 3 einen der übrigen vier usw. Wir erhalten 6! = 720 Möglichkeiten. Ein Jahr reicht also nicht aus.

## Aufgabe 6

a) Wir haben 10 Plätze. Für den ersten Platz gibt es 10 Möglichkeiten. Für den zweiten gibt es nur fünf (eine Person vom anderen Geschlecht). Für den dritten Platz gibt es dann vier Möglichkeiten (vom ersten Geschlecht sind vier Individuen übrig). Für den vierten Platz gibt es auch vier (vom zweiten Geschlecht sind vier übrig). Für den fünften und sechsten Platz gibt es jeweils drei. Für den siebten und achten Platz gibt es jeweils 2. Für die letzten Plätze gibt es nur eine.
Wir erhalten 10 mal 5 mal 4 mal 4 mal 3 mal 3 mal 2 mal 2 = 28.800 Möglichkeiten.

b) Wir erhalten fünf Gruppen, die jeweils aus einem Jungen und einem Mädchen bestehen. Zuerst wird eine von fünf Gruppen ausgewählt, dann eine von vier usw. Zum Schluss muss man bedenken, dass die Gruppen entweder mit einem Jungen oder einem Mädchen anfangen:
2 mal 5 mal 4 mal 3 mal 2 = 240 Möglichkeiten.

c) Es gibt 10! Möglichkeiten, wie sich die 10 Personen auf die 10 Plätze verteilen. Das macht 3628800 Varianten.

Wir ziehen von allen Möglichkeiten die ab, bei denen der Junge und das Mädchen zusammen sitzen würden. Entweder der Junge oder das Mädchen kommt zuerst: 2 Möglichkeiten. Es gibt 9 Möglichkeiten, die beiden zusammen irgendwo hinzusetzen (die erste der beiden Personen kommt auf dem 1., dem 2., dem 3. usw. bis 9. Platz). Die restlichen Plätze werden zum Schluss mit den verbliebenen acht Personen gefüllt: 2 mal 9 mal 8! = 725760.

Wir erhalten 10! -  2 mal 9 mal 8! = 2903040 Varianten.