

Aufgaben (Teil A)

Aufgabe 1

Rechne die folgenden Ausdrücke aus:

a) $\binom{6}{3}$

b) $4!$

c) $\binom{6}{0}$

d) $\frac{5!}{3!}$

e) $\binom{3}{2} \cdot \binom{4}{1}$

f) $\binom{k}{0}$

g) $\binom{x}{1}$

h) $\binom{x}{2}$

Aufgabe 2

Vorgegeben sei das Pascalsche Dreieck. Bestimme die fehlenden Werte:

The image shows Pascal's Triangle with the following structure:

				1					
			1		1				
		1		2		1			
	1		3		?		1		
1		1		4		?		?	
	1		4		?		?		?
1		?		?		?		?	
	?		?		?		?		1

Aufgabe 3

Ein Zahlenschloss hat 3 Einstellringe mit den Ziffern 0-9.

- a) Wie viele Ziffernkombinationen sind möglich?
- b) Wie viele Ziffernkombinationen sind möglich, wenn man weiß, dass die mittlere Ziffer ungerade ist?
- c) Wie viele Ziffernkombinationen sind möglich, wenn man weiß, dass jede Ziffer nur einmal vorkommt?

Aufgabe 4

Karl muss für das Abitur lernen. Er möchte an 5 Tagen in der Woche lernen. Dabei soll auf jeden Fall der Samstag oder Sonntag frei bleiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es zur Festlegung der fünf Tage?

Aufgabe 5

Gegeben seien 2 Urnen. In der ersten sind 3 weiße und 2 blaue Kugeln. In der zweiten sind 2 weiße und 4 blaue Kugeln. Wir ziehen zuerst aus der 1. Urne und dann aus der 2. Urne jeweils eine Kugel.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ziehen wir 2 weiße Kugeln?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ziehen wir genau eine weiße Kugel?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ziehen wir mindestens eine blaue Kugel?

Aufgabe 6

Gegeben sei ein sechsseitiger Würfel, den wir dreimal nacheinander werfen.

- Wie viele verschiedene Ergebnisse sind möglich?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man nur gerade Zahlen (2, 4 oder 6) als Ergebnis?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man genau eine gerade Zahl unter den 3 Würfen?

Aufgabe 7

(Aufgabensammlung Hamburg Nr. 88)

In Urne A befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne B enthält drei rote und zwei weiße Kugeln.

Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:

Aus Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt; danach wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne A gelegt.

- Geben** Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne A nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.

Betrachtet wird das Ereignis E: Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.

- Untersuchen** Sie, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.

Aufgabe 8

(Aufgabensammlung Hamburg Nr. 87)

Ein Glücksrad ist in einen blauen, einen gelben und in einen roten Sektor unterteilt. Beim Drehen des Glücksrades tritt „Blau“ mit der Wahrscheinlichkeit p und „Rot“ mit der Wahrscheinlichkeit $2p$ ein.

- Geben** Sie an, welche Werte von p bei diesem Glücksrad möglich sind.
- Das Glücksrad wird zweimal gedreht.
Betrachtet wird das Ereignis E: Es tritt mindestens einmal „Rot“ ein.
Zeigen Sie, dass das Ereignis E mit der Wahrscheinlichkeit $P(E) = 4p - 4p^2$ eintritt.

Aufgabe 9

Bestimme, auf wie viele Nullen das Ergebnis von $20!$ endet.

Aufgabe 10

Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme

$$\begin{array}{l} \text{a) I. } x + y + z = 8 \\ \text{II. } 2x + 3y - z = 3 \\ \text{III. } 3x - 2y + 2z = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) I. } x - 2y + 3z = -3 \\ \text{II. } 2x + y - 4z = 9 \\ \text{III. } x + y - 2z = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) I. } x + 2y = 5 \\ \text{II. } -3x + y = -1 \end{array}$$

Aufgabe 11

(Vorbild: Aufgabensammlung Hamburg)

Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem durch:

$$\begin{array}{lcl} \text{I:} & 2x_1 & + 3x_2 + 5x_3 = 13 \\ \text{II:} & -2x_1 & + 2x_2 = -8 \\ \text{III:} & & x_2 + x_3 = 2 \end{array}$$

a) Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem keine Lösung hat.

b) Es gibt eine Zahl, durch die man die Zahl 2 auf der rechten Seite der dritten Gleichung ersetzen kann, sodass das geänderte Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.

Geben Sie diese Zahl an und begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 12 (Sachsen 2012)

- 2 Gegeben ist die Ebene E mit $E: x + 2y - 2z = 2$ und für jedes a ($a \in \mathbb{R}$) eine Ebene G_a mit $G_a: 3x + 4y + az = 1$.
Für jedes b ($b \in \mathbb{R}$) ist ein Punkt P_b ($1 \mid -2 \mid b$) gegeben.
- 2.1 Geben Sie den Wert für b an, für den der Punkt P_b in der Ebene E liegt. Erreichbare BE-Anzahl: 1
- 2.2 Bestimmen Sie den Abstand der Punkte P_b zur Ebene G_a für $a = 0$. Erreichbare BE-Anzahl: 2
- 2.3 Geben Sie den Wert für a an, für den die Ebenen E und G_a orthogonal zueinander verlaufen. Erreichbare BE-Anzahl: 1

Aufgabe 13 (BW 2024)

Aufgabe P3: (2 BE und 3 BE)

Gegeben ist die Schar der Ebenen $E_a: 2ax_1 - 4x_2 + (a - 2) \cdot x_3 = 12$ mit $a \in \mathbb{R}$.

- a) Ermitteln Sie denjenigen Wert von a , für den E_a parallel zur Gerade mit der

Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ verläuft.

- b) Prüfen Sie, ob die Ebene mit der Gleichung $6x_1 - 8x_2 + x_3 = 24$ zur Schar gehört.

Aufgabe 14 (BW 2024)

Aufgabe W4: (1 BE und 4 BE)

Gegeben ist die Schar der Geraden $g_k: \vec{x} = \begin{pmatrix} k \\ -4k \\ k \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ und $k \in \mathbb{R}$.

- a) Begründen Sie, dass alle Geraden der Schar parallel zueinander sind.

- b) Betrachtet wird das Quadrat mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Die Punkte $O(0|0|0)$ und $P(11|4|5)$ sind Eckpunkte des Quadrats.
- (2) Zwei Seiten des Quadrats liegen auf Geraden der Schar.

Weisen Sie nach, dass O und P keine benachbarten Eckpunkte dieses Quadrats sind.

Aufgabe 15 (BW 2023)

Aufgabe 4: (1 VP und 1,5 VP)

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass g in der Ebene $E: x_1 + x_2 + x_3 = 2$ liegt.

b) Gegeben ist außerdem die Schar der Geraden $h_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$ und

$a \in \mathbb{R}$. Weisen Sie nach, dass g und h_a für jeden Wert von a windschief sind.