

Lösungen

Teil A (ohne Hilfsmittel)

Aufgabe 1

a)

$$\begin{aligned}2x^2 - 8x + 6 &= 0 && |:2 \\x^2 - 4x + 3 &= 0 \\x &= 2 \pm \sqrt{4-3} \\x &= 2 \pm \sqrt{1} \\x &= 2 \pm 1 \\x_1 &= 1 && x_2 = 3\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x^3 - 6x^2 - 7x &= 0 \\x \cdot (x^2 - 6x - 7) &= 0 \\x = 0 &\quad \text{oder} \quad x^2 - 6x - 7 = 0 \\x_1 = 0 &\quad x = 3 \pm \sqrt{9+7} \\x_1 = 0 &\quad x = 3 \pm \sqrt{16} \\x_1 = 0 &\quad x = 3 \pm 4 \\x_1 = 0 &\quad x_2 = -1 \quad x_3 = 7\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}(8x - 16) \cdot e^{-0,6x} &= 0 \\8x - 16 = 0 &\quad \text{oder} \quad e^{-0,6x} = 0 \\8x = 16 &\quad \text{keine Lösung} \\x = 2 &\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}x^3 - ax^2 &= 0 \\x^2 \cdot (x - a) & \\x^2 = 0 &\quad \text{oder} \quad x - a = 0 \\x_1 = 0 &\quad x_2 = a\end{aligned}$$

Fallunterscheidung:

$a = 0$: eine Nullstelle: $x = 0$

$a \neq 0$: zwei Nullstellen: $x_1 = 0$ $x_2 = a$

e)

$$\begin{aligned}(x^4 - 5x^2 + 4) \cdot e^{-4x} &= 0 \\x^4 - 5x^2 + 4 = 0 &\quad \text{oder} \quad e^{-4x} = 0 \\z^2 - 5z + 4 = 0 &\quad (\text{Substitution } x^2 = z) \quad \text{keine Lösung} \\z = 2,5 \pm \sqrt{6,25 - 4} & \\z = 2,5 \pm \sqrt{2,25} & \\z = 2,5 \pm 1,5 &\end{aligned}$$

$$z_1=1 \quad z_2=4 \quad (\text{Resubstitution } z=x^2)$$

$$x^2=1 \quad x^2=4$$

$$x_1=1 \quad x_2=-1 \quad x_3=-2 \quad x_4=2$$

f)

$$x^2 - 2x + a = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1-a}$$

$$1-a=0$$

$$a=1$$

Fallunterscheidung:

$$a < 1: \quad \text{zwei Nullstellen: } x_1 = 1 + \sqrt{1-a} \quad x_2 = 1 - \sqrt{1-a}$$

$$a = 1: \quad \text{eine Nullstelle: } x = 1$$

$$a > 1: \quad \text{keine Nullstelle}$$

g)

$$e^{2x} - 1 = 0 \quad | +1$$

$$e^{2x} = 1 \quad | \log$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

h)

$$x^3 - 2ax = 0$$

$$x \cdot (x^2 - 2a) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{oder} \quad x^2 - 2a = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x^2 = 2a$$

$$x_1 = 0 \quad x = \pm \sqrt{2a}$$

Fallunterscheidung:

$$a > 0: \quad \text{drei Nullstellen } x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{2a} \quad x_3 = -\sqrt{2a}$$

$$a \leq 0: \quad \text{eine Nullstelle } x = 0$$

Aufgabe 2

a)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \end{array} \right) \quad 2 \cdot I - II \quad \text{und} \quad 2 \cdot I - III$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 3 & 3 & 12 \\ 0 & 0 & 5 & 10 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 5z = 10 \\ z = 2 \end{array} \quad \Rightarrow \begin{array}{l} 3y + 6 = 12 \\ 3y = 6 \\ y = 2 \end{array} \quad \Rightarrow \begin{array}{l} x + 2 + 4 = 7 \\ x + 6 = 7 \\ x = 1 \end{array}$$

$$b) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 2 & 3 & -2 & 9 \\ -1 & 2 & 2 & 9 \end{array} \right) \quad 2 \cdot I - II \quad \text{und} \quad I + III$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & 3 & 3 & 18 \end{array} \right) \quad 3 \cdot II + III$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 15 & 45 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow 15z = 45 \\ z = 3$$

$$\Rightarrow -y + 12 = 9 \\ -y = -3 \\ y = 3$$

$$\Rightarrow x + 3 + 3 = 9 \\ x = 3$$

Aufgabe 3

a)

$$\int_0^2 3x^2 + 2x \, dx = \left[x^3 + x^2 \right]_0^2 = 8 + 4 - 0 = 12$$

b)

$$\int_0^a 2x + 1 \, dx = 30 \\ \left[x^2 + x \right]_0^a = 30 \\ a^2 + a - 0 = 30 \\ a^2 + a - 30 = 0 \\ a = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 30} \\ a = -0,5 \pm \sqrt{30,25} \\ a = -0,5 \pm 5,5 \\ a_1 = 5 \quad (a_2 = -6)$$

Die obere Grenze muss größer als 0 sein, daher ist das Ergebnis nur $a = 5$.

c)

$$\int_a^{3a} 2x + 1 \, dx = 14 \\ \left[x^2 + x \right]_a^{3a} = 14 \\ 9a^2 + 3a - (a^2 + a) = 14$$

$$8a^2 + 2a = 14$$

$$8a^2 + 2a - 14 = 0$$

$$a^2 + \frac{1}{4}a - \frac{7}{4} = 0$$

$$a = -\frac{1}{8} \pm \sqrt{\frac{1}{64} + \frac{7}{4}}$$

$$a = -\frac{1}{8} \pm \sqrt{\frac{113}{64}}$$

Die obere Grenze muss größer sein als die untere. Daher ist nur $a = -\frac{1}{8} + \sqrt{\frac{113}{64}}$ eine Lösung.

d)

$$\int_0^2 3x^2 + ax \, dx = \left| x^3 + 0,5ax^2 \right|_0^2 = 8 + 2a - 0 = 8 + 2a$$

e)

$$F_1(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2$$

$$F_2(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4$$

f)

$$f(x) = 6x^2 + 4x \Rightarrow F(x) = 2x^3 + 2x^2 + c$$

$$F(1) = 1 \Rightarrow 2 + 2 + c = 1 \\ c = -3$$

$$\Rightarrow F(x) = 2x^3 + 2x^2 - 3$$

g)

$$f(x) = 4 \cdot e^{2x} \Rightarrow F(x) = 2e^{2x} .$$

h)

$$F'(x) = 2 \cdot e^{3x} + (2x+5) \cdot 3 \cdot e^{3x} = 2 \cdot e^{3x} + (6x+15) \cdot e^{3x} = (6x+17) \cdot e^{3x} = f(x)$$

i)

$$f'(x) = (8x+3) \cdot e^{2x} + (4x^2+3x+1) \cdot 2 \cdot e^{2x}$$

$$f'(x) = (8x+3) \cdot e^{2x} + (8x^2+6x+2) \cdot e^{2x} .$$

$$f'(x) = (8x^2+14x+5) \cdot e^{2x}$$

j)

$$f'(x) = e^x + x \cdot e^x + 8x = (1+x) \cdot e^x + 8x$$

k)

$$f'(x) = 2x \cdot \sin(x^2) + x^2 \cdot (\cos(x^2) \cdot 2x) = 2x \cdot \sin(x^2) + 2x^3 \cdot \cos(x^2)$$

l)

$$f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^{x^2 + 4x}$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^{x^2 + 4x} + (x^2 + 1) \cdot (2x + 4) \cdot e^{x^2 + 4x}$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^{x^2 + 4x} + (2x^3 + 2x + 4x^2 + 4) \cdot e^{x^2 + 4x}$$

$$f'(x) = (2x^3 + 4x^2 + 4x + 4) \cdot e^{x^2 + 4x}$$

m)

$$f'(x) = -2e^{-x} + 2e^x$$

n)

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 5}$$

$$f(x) = (2x^2 + 5)^{0,5}$$

$$f'(x) = (2x^2 + 5)^{-0,5} \cdot 0,5 \cdot 4x$$

$$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 5}}$$

o)

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2} = (x+1) \cdot x^{-2}$$

$$f'(x) = 1 \cdot x^{-2} + (x+1) \cdot (-2) \cdot x^{-3}$$

$$f'(x) = x^{-2} + (-2x-2) \cdot x^{-3} = \frac{1}{x^2} + \frac{-2x-2}{x^3} = \frac{x}{x^3} + \frac{(-2x-2)}{x^3} = \frac{-x-2}{x^3}$$

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktionsschar $f_a(x) = x^2 + ax + 4$.

a)

$$\begin{aligned} 6^2 + 6a + 4 &= 0 \\ 36 + 6a + 4 &= 0 \\ 6a &= -40 \\ a &= -\frac{40}{6} = -\frac{20}{3} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} f_a(x) &= x^2 + ax + 4 \\ f'_a(x) &= 2x + a \\ f''_a(x) &= 2 \\ f'''_a(x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{N.B.: } f_a'(x) &= 0 \\ 2x + a &= 0 \\ 2x &= -a \\ x &= -\frac{a}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{H.B.: } f_a'(x) &= 0 \wedge f_a''(x) \neq 0 \\ f_a''(-\frac{a}{2}) &= 2 > 0 \Rightarrow \text{Min. bei } x = -\frac{a}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{y-Wert: } f_a(-\frac{a}{2}) &= (-\frac{a}{2})^2 + a \cdot (-\frac{a}{2}) + 4 \\ &= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + 4 \\ &= -\frac{a^2}{4} + 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{TP } (-\frac{a}{2} \mid -\frac{a^2}{4} + 4)$$

c)

$$x = -\frac{a}{2} \text{ und } y = -\frac{a^2}{4} + 4$$

$$2x = -a$$

$$-2x = a$$

$$\Rightarrow y = -\frac{(-2x)^2}{4} + 4 = -\frac{4x^2}{4} + 4 = -x^2 + 4 \Rightarrow o(x) = -x^2 + 4$$

d)

$$f_a'(x) = 2x + a$$

$$f_a(1) = 1 + a + 4 = a + 5$$

$$f_a'(1) = 2 + a$$

$$\Rightarrow t_a(x) = (2+a) \cdot x + b$$

$$P(1 \mid a+5) \text{ liegt auf } t_a \Rightarrow t_a(1) = a+5$$

$$(2+a) \cdot 1 + b = a+5$$

$$2 + a + b = a + 5 \quad | -a$$

$$2 + b = 5 \quad | -2$$

$$b = 3$$

$$\Rightarrow t_a(x) = (2+a) \cdot x + 3$$

e)

$$n_a(x) = m_a \cdot x + b_a$$

$$m_a \cdot (2+a) = -1$$

$$m_a = \frac{-1}{2+a}, \quad a \neq -2$$

$$\Rightarrow m_a(x) = -\frac{1}{2+a} \cdot x + b_a$$

$$P(1|a+5) \text{ liegt auf } n_a \Rightarrow n_a(1) = a+5$$

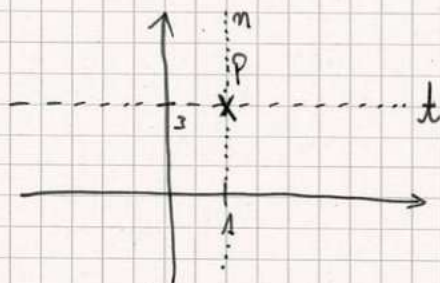
$$-\frac{1}{2+a} \cdot 1 + b_a = a+5$$

$$-\frac{1}{2+a} + b_a = a+5$$

$$b_a = a+5 + \frac{1}{2+a}$$

$$\Rightarrow m_a(x) = -\frac{1}{2+a} \cdot x + a+5 + \frac{1}{2+a} \quad \text{für } a \neq -2$$

Falls $a = -2$, dann gilt: $x(x) = 3$



Die Normale wäre eine Parallele zur y-Achse. Eine solche Zuordnung kann aber keine Funktion sein (da jedem x-Wert nur ein y-Wert zugeordnet werden darf).

Die Normale hätte die Gleichung $x = 1$.

Dies ist keine Funktion

f)

$$\begin{aligned}
 x^2 + ax + 4 &= x^2 + bx + 4 \quad | -x^2 & a \neq b \\
 ax + 4 &= bx + 4 \quad | -4 \\
 ax &= bx \\
 ax - bx &= 0 \\
 (a-b) \cdot x &= 0 \\
 \underbrace{(a-b)}_{\neq 0} & \\
 \Rightarrow x &= 0 \\
 f_a(0) &= 4 \\
 \Rightarrow \text{Es gibt einen gemeinsamen Punkt: } P(0/4).
 \end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned}
 P(a | 3a^2) \text{ liegt auf } f_a &\Rightarrow f_a(a) = 3a^2 \\
 a^2 + a \cdot a + 4 &= 3a^2 \\
 a^2 + a^2 + 4 &= 3a^2 \\
 2a^2 + 4 &= 3a^2 \quad | -2a^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 &= a^2 \quad | \sqrt{} \\
 \underline{a = \pm 2}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned}
 ax^2 - bx &= 0 \\
 x \cdot (ax - b) &= 0 \\
 x_1 &= 0 & ax - b &= 0 \\
 & & ax &= b \quad | :a \\
 & & x &= \frac{b}{a}
 \end{aligned}$$

Fall 1: $a = 0$ eine NS: $x = 0$

Fall 2: $a \neq 0$
 $b = 0$ eine NS: $x = 0$

Fall 3: $a \neq 0$
 $b \neq 0$ zwei NS: $x_1 = 0$
 $x_2 = \frac{b}{a}$

Aufgabe 6

a)

$$\log_2(8)=x \Rightarrow x=3, \text{ denn } 2^3=8$$

b)

$$\log_x(49)=2 \Rightarrow x=7, \text{ denn } 7^2=49$$

c)

$$\log_3(x)=3 \Rightarrow x=27, \text{ denn } 3^3=27$$

d)

$$3^x=81 \Rightarrow x=4$$

e)

$$\frac{18}{x^2}=2 \quad | \text{ mal } x^2$$

$$18=2x^2$$

$$9=x^2$$

$$x_1=3 \quad x_2=-3$$

Aufgabe 7

a) Berechnung des Flächeninhalts:

$$A = \int_0^{2a} (-x^2 + 2ax) dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + ax^2 \right]_0^{2a} = -\frac{8}{3}a^3 + 4a^3 - 0 = \frac{4}{3}a^3$$

b) Da die Nullstellen von f bei $x = 0$ und $x = 2a$ sind, besitzt der Hochpunkt aus Symmetriegründen die Koordinaten $H(a|f(a))$.

Es gilt $f(a) = -a^2 + 2a^2 = a^2$, das heißt die Breite des Quadrats (und damit auch die Länge des Quadrats) ist a^2 .

Flächeninhalt des Quadrats: $A_Q = a^2 \cdot a^2 = a^4$

$$\text{Bedingung: } a^4 = \frac{4}{3}a^3 \Leftrightarrow a^4 - \frac{4}{3}a^3 = 0 \Leftrightarrow a^3 \cdot \left(a - \frac{4}{3}\right) = 0$$

Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt: $a = 0$ (scheidet als Lösung aus, da laut Aufgabenstellung $a > 1$ sein soll) und $a = \frac{4}{3}$.

Somit gilt $a = \frac{4}{3}$.

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 8

- a) Nachweis, dass sich die Schaubilder an der Stelle $x = 2$ schneiden:

$$\text{Es gilt } f(2) = 4 - \frac{4}{2^2} = 3 \text{ und } g(2) = 15 - 3 \cdot 2^2 = 15 - 12 = 3.$$

Da $f(2) = g(2)$ ist, schneiden sich die Schaubilder an der Stelle $x = 2$.

- b) Berechnung des Flächeninhalts:

$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 (g(x) - f(x)) dx = \int_1^2 \left(15 - 3x^2 - \left(4 - \frac{4}{x^2}\right)\right) dx = \int_1^2 (11 - 3x^2 + 4x^{-2}) dx \\ &= \left[11x - x^3 - 4x^{-1}\right]_1^2 = \left[11x - x^3 - \frac{4}{x}\right]_1^2 = 22 - 8 - 2 - (11 - 1 - 4) = 6 \text{ FE} \end{aligned}$$

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 9

Es gilt $f_k(x) = x^4 + (2 - k) \cdot x^3 - k \cdot x^2$.

- a) Für $k = 2$ lautet der Funktionsterm $f_2(x) = x^4 - 2 \cdot x^2$.

Da der Funktionsterm nur Potenzen mit geraden Hochzahlen (Exponenten).
Somit ist der Graph von f_2 symmetrisch zur y -Achse.

- b) Notwendige Bedingung für eine Wendestelle: $f_k''(x) = 0$

$$f_k'(x) = 4x^3 + 3 \cdot (2 - k) \cdot x^2 - 2k \cdot x$$

$$f_k''(x) = 12x^2 + 6 \cdot (2 - k) \cdot x - 2k$$

$$\text{Bedingung: } f_k''(1) = 0: 12 + 6(2 - k) \cdot 1 - 2k = 0 \Leftrightarrow 24 - 8k = 0 \Leftrightarrow k = 3$$

Für $k = 3$ ist die Bedingung erfüllt.

Hinweis:

Da in der Aufgabe vorgegeben ist, dass eine Wendestelle existiert, muss die Bedingung $f_k'''(1) \neq 0$ nicht geprüft werden.

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 10

Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{0,5x^2}$

1. Ableitung (Kettenregel): $f'(x) = e^{0,5x^2} \cdot x$

2. Ableitung (Produkt- und Kettenregel): $f''(x) = e^{0,5x^2} \cdot x \cdot x + e^{0,5x^2} = e^{0,5x^2} \cdot (x^2 + 1)$

$f''(0) = e^0 \cdot (0 + 1) = 1$

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 11

Ansatz für die Funktionsgleichung: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Es gilt $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Bedingung:

O(0|0) liegt auf dem Schaubild: $f(0) = 0$: $d = 0$

Berührung in O(0|0): $f'(0) = 0$: $c = 0$

Extremstelle $x_0 = -2$: $f'(-2) = 0$: $12a - 4b + c = 0$

Da $c = d = 0$ ist bleibt als Gleichung $12a - 4b = 0$ übrig.

Daraus folgt $b = 3a$.

Die Funktionsgleichung mit dem Scharparameter a ausgedrückt werden:

$f(x) = ax^3 + 3ax^2$

Kontrolle, ob P(-3|0) auf allen Graphen der Schar liegen:

$f(-3) = 0$.

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 12

a) $f(x) = e^{-2x+1} + 1$

$f'(x) = -2e^{-2x+1}$

Steigung an der Stelle $x = \frac{1}{2}$: $f'(\frac{1}{2}) = -2 \cdot e^{-2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = -2 \cdot e^0 = -2$

Damit ist der Nachweis erbracht.

- b) Zur Berechnung des Flächeninhalts muss die Gleichung der Tangente aufgestellt werden.

Ansatz für die Tangentengleichung: $y = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$

Einsetzen der Berührstelle $u = \frac{1}{2}$: $y = f'(\frac{1}{2}) \cdot (x - \frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$

Es gilt $f'(\frac{1}{2}) = -2$ (Teilaufgabe a)) und $f(\frac{1}{2}) = e^0 + 1 = 2$

Tangentengleichung: $y = -2 \cdot (x - \frac{1}{2}) + 2$ bzw. $y = -2x + 3$

Schnittpunkt der Tangente mit der y-Achse: $P(0|3)$

Nullstelle der Tangente: $-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

Flächeninhalt des Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{4}$ Flächeneinheiten

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 13

a) $f(x) = 4x - x^2$

$f'(x) = 4 - 2x$

Steigung an der Stelle $x = 0$: $f'(0) = 4$

Damit ist der Nachweis erbracht.

b) Die Tangente g im Ursprung besitzt die Gleichung $y = 4x$ (Steigung gemäß a)).

Der x-Wert des Schnittpunktes S entspricht aus Symmetriegründen dem x-Wert des Hochpunktes der Parabel.

Berechnung der Extremstelle der Parabel: $f'(x) = 0$

$4 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Einsetzen von $x = 2$ in die Tangente g ergibt $y = 8$.

Koordinaten von S : $S(2|8)$.

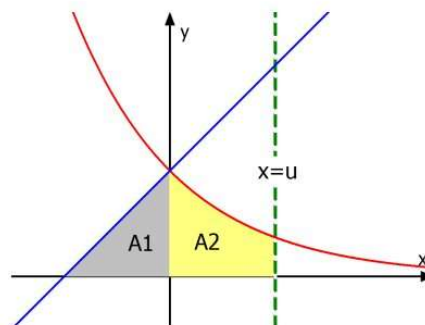
Abstand von S zum Ursprung mit dem Satz des Pythagoras:

$\overline{OS} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68}$

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 14

Skizze:



Schnittpunkt der Gerade g mit der x-Achse: $A(-1|0)$

Schnittpunkt der Gerade g mit der y-Achse: $P(0|1)$

$$A1 = A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$A2 = \int_0^u e^{-x} dx = \left[-e^{-x} \right]_0^u = -e^{-u} - (-1) = -e^{-u} + 1$$

$$\text{Bedingung: } -e^{-u} + 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{-u} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow u = -\ln \frac{1}{2} \text{ oder } u = \ln(2)$$

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 15

$$\int_1^e \left(\frac{2}{x} + 4x \right) dx = \left[2 \cdot \ln(x) + 2x^2 \right]_1^e = 2 \cdot \ln(e) + 2e^2 - (2 \cdot \ln(1) + 2) = 2 + 2e^2 - 2 = 2e^2$$

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 16

$$3 - e^x = \frac{2}{e^x} \quad | \cdot e^x$$

$$\Rightarrow 3e^x - e^{2x} = 2 \Rightarrow -e^{2x} + 3e^x - 2 = 0 \quad \text{Substitution: } u = e^x$$

$$\text{Daraus folgt } -u^2 + 3u - 2 = 0$$

$$\text{Lösung mit der a-b-c-Formel: } u_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)}}{-2} = \frac{-3 \pm 1}{-2}$$

$$\text{Daraus folgt } u_1 = 1 \text{ und } u_2 = 2$$

$$\text{Rücksubstitution: } e^x = 1 \Rightarrow x = \ln(1) = 0$$

$$e^x = 2 \Rightarrow x = \ln(2)$$

$$\text{Lösungsmenge } L = \{0 ; \ln(2)\}$$

(www.mathe-aufgaben.com)

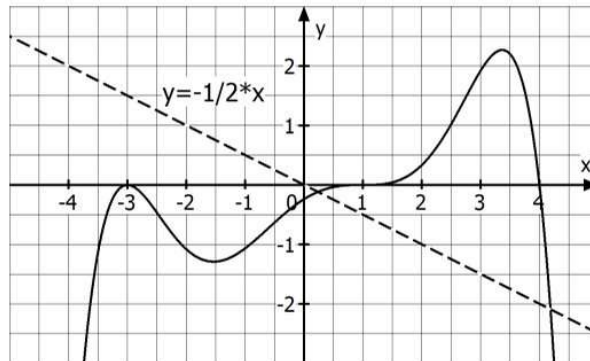
Aufgabe 17 (Baden-Württemberg 2017)

- (1) Die Aussage ist falsch. Wenn die Ableitungsfunktion eine Nullstelle besitzt, kann es sich auch um eine Nullstelle ohne Vorzeichenwechsel handeln. In diesem Fall besitzt das Schaubild von f an dieser Stelle einen Sattelpunkt. Beispiel: $f(x) = x^3$
- (2) Die Aussage ist wahr. Die Ableitungsfunktion einer Funktion vierten Grades ergibt eine Funktion dritten Grades. Da jede Funktion dritten Grades (und damit auch die Ableitungsfunktion) mindestens eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel besitzt, besitzt die Funktion $f(x)$ mindestens eine Extremstelle.

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 18

- (1) Die Aussage ist falsch. Die Ableitung f' besitzt im Bereich $-3,5 \leq x \leq 4,5$ genau zwei Nullstellen mit Vorzeichenwechsel. Damit besitzt f genau zwei Extremstellen.
- (2) Die Aussage ist wahr. Der untenstehenden Abbildung entnimmt man, dass der Graph von f' und die Gerade $y = -\frac{1}{2}x$ genau zwei Schnittpunkte im abgebildeten Bereich haben.



- (3) Die Aussage ist wahr. Die Werte von f'' stellen die Tangentensteigungen an den Graphen von f' dar.
An der Stelle $x = -3$ ist die Steigung des Graphen von f' Null.
Links von $x = -3$ ist die Steigung des Graphen positiv und rechts davon negativ.

(www.mathe-aufgaben.com)

Aufgabe 19

- a) Aus dem Schaubild kann man ablesen, dass $g(3) = -1$ ist.
Somit ist $f(g(3)) = f(-1) = 5$.

Gesucht ist x , so dass $f(g(x)) = 0$ ist.

1. Lösungsmöglichkeit:

Es ist $f(4) = 0$.

Gesucht ist daher ein x -Wert, so dass $g(x) = 4$ ist. Dies wäre für $x = -2$ der Fall.

2. Lösungsmöglichkeit:

Es ist $f(0) = 0$.

Gesucht ist daher ein x -Wert, so dass $g(x) = 0$ ist. Dies wäre für $x = 2$ der Fall.

- b) Mit der Produktregel folgt: $h'(2) = f'(2) \cdot g(2) + f(2) \cdot g'(2)$
Es ist $f'(2) = 0$, da an der Stelle $x = 2$ die Parabel einen Tiefpunkt besitzt.
Es ist $g'(2) = -1$, da die Gerade die Steigung $m = -1$ besitzt.
Außerdem gilt $f(2) = -4$ und $g(2) = 0$.

$$h'(2) = 0 \cdot 0 + (-4) \cdot (-1) = 4$$

(www.mathe-aufgaben.com)