

Aufgaben

(Teil B: Teil mit Hilfsmitteln)

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x)=2x^2+6x-20$.

- Bestimme die Nullstellen der Funktion f.
- Gib die Koordinaten des Schnittpunktes der Funktion f mit der y-Achse an.
- Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes der Funktion f.
- Der Punkt A (7 / y) liegt auf dem Graphen von f. Bestimme y.
- Der Punkt B (x / 10) liegt auf dem Graphen von f. Bestimme x.
- Zeige rechnerisch, dass der Punkt C (1 / 1) nicht auf dem Graphen von f liegt.
- Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von f mit der Funktion $g(x)=14x-26$.
- Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von f mit der Funktion $h(x)=x^2$.

Aufgabe 2

Gegeben ist eine quadratische Funktion f. Ihr Scheitelpunkt ist S (1 / -2) und der Punkt A (2 / 1) liegt auf dem Graphen von f.

- Bestimme die Funktionsgleichung von f in Scheitelpunktsform und in Normalform.
- Bestimme die Nullstellen von f.
- Gib die Koordinaten des Schnittpunktes der Funktion f mit der y-Achse an.
- Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von f mit der Funktion $g(x)=-6x+4$.
- Die beiden Punkte A (3 / a) und B (5 / b) liegen auf dem Graphen von f.
 - Bestimme a und b.
 - Die Gerade h verläuft durch die Punkte A (3 / a) und B (5 / b). Bestimme eine Funktionsgleichung für h.

Aufgabe 3

Gegeben ist die lineare Funktion $f(x)=0,5x+3$.

- Zeichne den Graphen von f in ein Koordinatensystem.
- Bestimme die Nullstelle von f.
- Gib die Koordinaten des Schnittpunktes von f mit der y-Achse an.
- Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes von f mit der Funktion $g(x)=2x-4$.
- Die Funktion h ist eine lineare Funktion. Ihr Graph ist parallel zu f und verläuft durch den Punkt A (1 / 1). Bestimme eine Funktionsgleichung für h.

Aufgabe 4

Die Funktion f ist eine quadratische Funktion. Auf ihrem Graphen liegen die Punkte A (1 / 3), B (3 / 7) und C (4 / 12). Bestimme eine Funktionsgleichung für f.

Aufgabe 5

Gegeben ist eine lineare Funktion f . Die folgende Wertetabelle gehört zu f . Bestimme eine Gleichung für f und fülle die Lücken in der Wertetabelle.

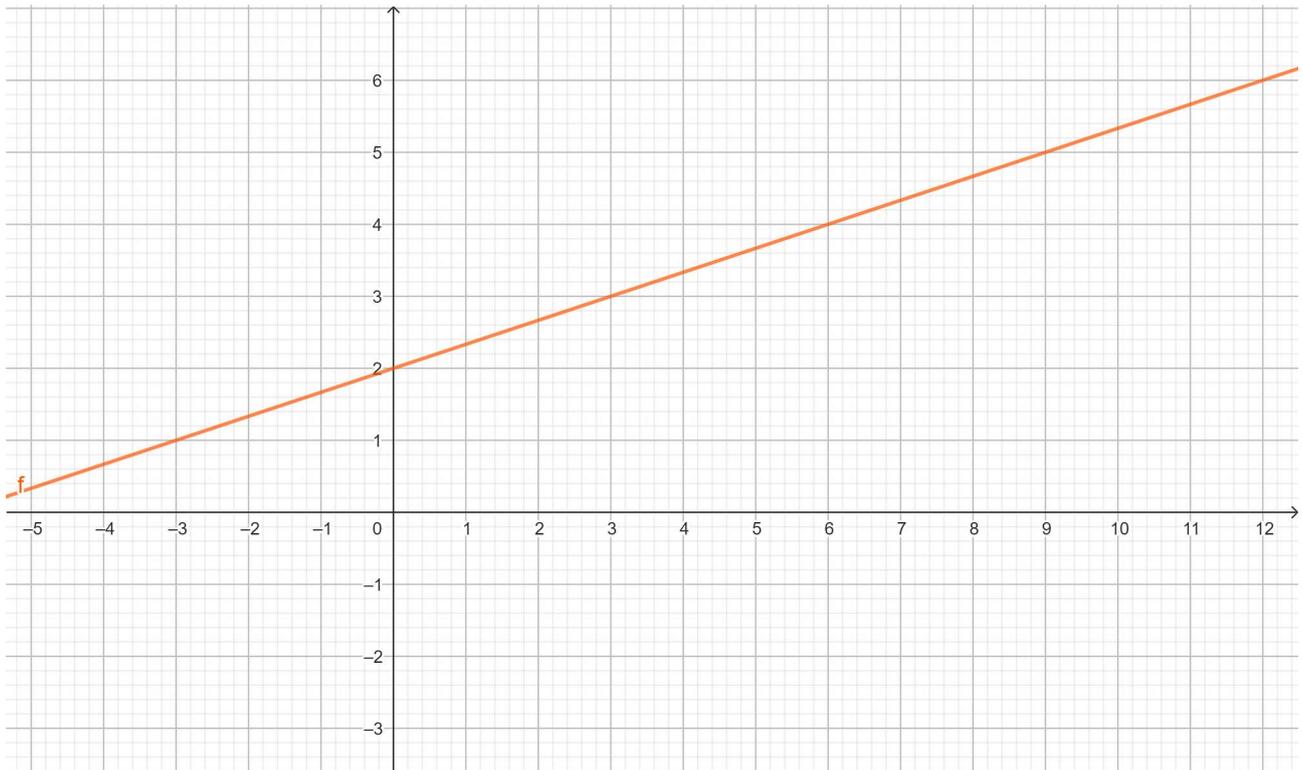
x	-1	0	1	2	5	
f(x)	7	9	11			25

Aufgabe 6

Gegeben ist eine quadratische Funktion f . Ihre Funktionsgleichung hat die Gestalt $f(x) = ax^2 + c$ (d.h.: b ist gleich 0). Auf ihrem Graphen liegen die Punkte A (0 / 8) und B (3 / 24). Bestimme a und b .

Aufgabe 7

Gegeben ist eine lineare Funktion f . Ihr Graph ist in der nachfolgenden Abbildung zu sehen. Bestimme eine Funktionsgleichung für f .



Aufgabe 8

Gegeben ist die Exponentialfunktion $f(x) = 4 \cdot 3^x$.

- Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes der Funktion f mit der y -Achse.
- Der Punkt A (2 / y) liegt auf dem Graphen von f . Bestimme y .
- Der Punkt B (x / 18) liegt auf dem Graphen von f . Bestimme x .
- Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes von f mit der Funktion $g(x) = 10 \cdot 2^x$.

Aufgabe 9

Die Größe einer Bakterienkultur kann durch die Funktion $f(x) = 12 \cdot 1,2^x$ beschrieben werden. Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab 10 Uhr und $f(x)$ gibt die Größe in cm^2 an.

- Gib an, wie groß die Kultur um 10 Uhr war.
- Gib an, um wie viel Prozent die Kultur pro Stunde wächst.
- Bestimme die Größe der Kultur um 14:30 Uhr.
- Bestimme die Größe der Kultur um 9 Uhr.
- Bestimme, zu welcher Uhrzeit die Kultur eine Größe von 20 cm^2 erreicht.
- Bestimme, wie lange die Kultur für eine Verdopplung ihrer Größe benötigt.
- Um 15 Uhr werden 10 cm^2 der Kultur durch einen Unfall vernichtet. Anschließend wächst die Kultur wieder mit derselben Geschwindigkeit wie vorher.
 - Bestimme, welche Größe die Kultur um 17 Uhr unter den oben genannten Bedingungen hat.
 - Bestimme die Uhrzeit, zu der die Kultur wieder die Größe erreicht, welche sie um 15 Uhr vor dem Unfall hatte.

Aufgabe 10

Eine Bakterienkultur bedeckt im Moment 28 cm^2 . Sie verdreifacht jede Stunde ihre Größe.

- Stelle eine Exponentialfunktion auf, welche die Größe der Kultur beschreibt. Dabei soll x die Zeit in Stunden ab jetzt sein und $f(x)$ die Größe in cm^2 .
- Bestimme die Größe der Kultur nach 75 min.
- Bestimme die Größe der Kultur vor 2 Stunden.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die Kultur eine Größe von 100 cm^2 erreicht.
- Bestimme den Zeitraum, den die Kultur für eine Verdopplung ihrer Größe benötigt.
- Verändere die Funktionsgleichung von f so, dass die Kultur sich nicht jede Stunde verdreifacht, sondern nur alle zwei Stunden verdreifacht. Dabei soll x weiterhin die Zeit in Stunden angeben und $f(x)$ die Größe in cm^2 .

Aufgabe 11

Herr Tiex beobachtet eine Bakterienkultur und bestimmt jede Stunde ein Mal ihre Größe. Er erhält die folgenden Werte:

(Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab Beginn der Beobachtung und $f(x)$ gibt die Größe der Kultur in cm^2 an.)

x	0	1	2	3
$f(x)$	21	35,7	60,69	103,173

- Bestimme eine Funktionsgleichung von f .
- Gib an, wie groß die Kultur zu Beginn der Beobachtung war.
- Bestimme die Größe der Kultur 9 Stunden nach Beobachtungsbeginn.
- Bestimme die Größe der Kultur 20 Minuten nach Beobachtungsbeginn.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die Kultur eine Größe von 80 cm^2 erreicht.
- Bestimme, wie lange die Kultur für eine Verdopplung ihrer Größe benötigt.
- Die Größe einer weiteren Bakterienkultur kann mit der Funktion $g(x) = 40 \cdot 1,1^x$ beschrieben werden (wobei x die Zeit in Stunden ab Beobachtungsbeginn und $g(x)$ die Größe in cm^2 beschreibt). Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die eine Kultur die andere überholt.

Aufgabe 12

Auf einem Konto befinden sich im Moment 9000 Euro. Es gibt pro Jahr 1,2 % Zinsen. Wir rechnen mit Zinseszins.

- Stelle eine Exponentialfunktion auf, welche den Kontostand beschreibt. Dabei steht x für die Zeit in Jahren ab jetzt und $f(x)$ gibt den Kontostand in Euro an.
- Bestimme, wie viel Geld nach 6 Jahren auf dem Konto ist.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem der Kontostand einen Wert von 10.000 Euro erreicht.
- Bestimme, um wie viel Prozent der Kontostand innerhalb von 100 Jahren insgesamt anwächst.

Aufgabe 13

Es gibt zwei Bakterienkulturen. Ihr Wachstum kann beschrieben werden durch die Funktionen $f(x)=12 \cdot 1,3^x$ und $g(x)=10 \cdot 1,5^x$. Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab 11 Uhr und $f(x)$ für die Größe in cm^2 .

- Gib die Größe der beiden Kulturen jeweils um 11 Uhr an.
- Gib an, um wie viel Prozent die beiden Kulturen jeweils pro Stunde wachsen.
- Bestimme, wann die beiden Kulturen jeweils eine Größe von 20 cm^2 erreichen.
- Bestimme die Uhrzeit, zu der die eine Kultur die andere Kultur überholt.
 - Gib an, welche Kultur vor dem Überholen die größere Fläche bedeckt.

Aufgabe 14

In Tiexland leben im Moment 20 Millionen Menschen. Die Bevölkerung schrumpft jedes Jahr um 1 Prozent.

- Beschreibe die Größe der Bevölkerung mit einer Exponentialfunktion. Dabei soll x die Zeit in Jahren ab jetzt beschreiben und $f(x)$ die Größe der Bevölkerung in Millionen angeben.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die Bevölkerung nur noch 10 Millionen beträgt.
- Die Bevölkerung eines anderen Lands wird beschrieben von der Funktion $g(x)=10 \cdot 1,02^x$. Dabei gibt x die Jahre ab jetzt und $g(x)$ die Bevölkerung in Millionen an. Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die beiden Länder dieselbe Bevölkerung haben.

Aufgabe 15

Die Größe eines Baums beträgt im Moment 3 Meter. Er wächst pro Jahr um 20 cm.

- Beschreibe die Größe des Baums mit einer geeigneten Funktion. Dabei soll x die Zeit in Jahren ab jetzt angeben und $f(x)$ die Größe des Baums.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem der Baum eine Größe von 8 Metern erreicht.
- Die Größe eines zweiten Baums wird durch die Funktion $g(x)=0,4x+2$ beschrieben. Dabei steht x für die Zeit in Jahren ab jetzt und $g(x)$ für die Größe in Metern.
 - Gib an, um wie viele cm der zweite Baum pro Jahr wächst.
 - Bestimme den Zeitpunkt, zu dem die beiden Bäume gleich groß sind.

Aufgabe 16

Der Planet Erde wiegt etwa $6 \cdot 10^{24}$ kg. Ein typischer Neutronenstern wiegt demgegenüber etwa $4 \cdot 10^{27}$ Tonnen. Die Erde hat einen Durchmesser von etwa 12.700 km. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die Erde tatsächlich eine Kugel ist.

- a) Bestimme, wie viele Male ein Neutronenstern schwerer ist als der Planet Erde.
- b) Bestimme das Volumen der Erde

Hinweis: $V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ mit r als Radius der Kugel

- c) Ein Neutronenstern hat eine Dichte von etwa $5 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Das heißt: Jeder Kubikmeter des Neutronensterns wiegt $5 \cdot 10^{17}$ kg.

- (i) Bestimme das Volumen des Neutronensterns.
- (ii) Berechne, wie viel die Erde wiegen würde, wenn sie dieselbe Dichte wie ein Neutronenstern hätte.

Aufgabe 17

Die Flugroute einer Fliege kann mit der quadratischen Funktion $f(x) = \frac{-3}{400}x^2 + \frac{3}{10}x$. Dabei steht x für die nach Osten in Luftlinie zurückgelegte Entfernung in Metern und f(x) für die Höhe über dem Boden in Metern. Die Fliege befindet sich zu Beginn und am Ende ihres Fluges auf dem Boden.

- a) Bestimme die Entfernung, die die Fliege während ihres Fluges in Luftlinie nach Osten zurückgelegt hat.
- b) Bestimme die größte Höhe, welche die Fliege während ihres Fluges über dem Boden gehabt hat.
- c) Herr Tiex befindet sich 10 m vom Ort entfernt, wo die Fliege ihren Flug begann (in Luftlinie nach Osten) und er ist 1,75 m groß. Bestimme, mit wie viel Abstand die Fliege über seinen Kopf hinweggeflogen ist.