LÖSUNGEN (TEIL B)

1a) (I) $g(0) = \frac{1}{1000} \cdot \left(\frac{1}{2000} \cdot 0^4 - 10 \cdot 0^2 + 50.000 \right)$

$= 50 \mathrel{\hat{=}} 50\,m$

$h(0) = 0{,}05 \cdot 0^2 + 54 = 54 \mathrel{\hat{=}} 54\,m$

$54\,m - 50\,m = 4\,m$

$\Rightarrow$ S befindet sich 4 m über C

(II) $h(-20) = 0{,}05 \cdot (-20)^2 + 54 = 74 \mathrel{\hat{=}} 74\,m$

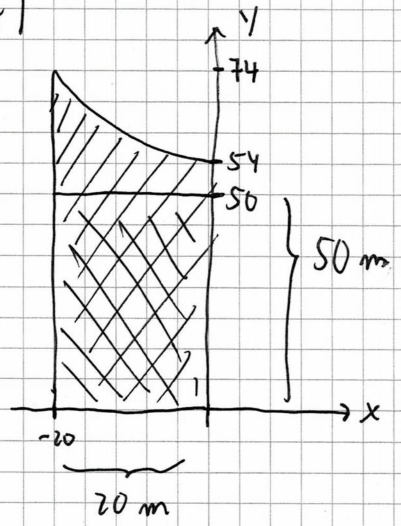
Die Strecke $\overline{BC}$ ist waagerecht

$\Rightarrow$ Höhe von B: 50 m

$74 - 50 = 24\,m$

$\Rightarrow$ Abstand zwischen A und B ist 24 m

b)



$$A_{///} = \int_{-20}^{0} h(x)\,dx$$

$$= \int_{-20}^{0} 0{,}05x^2 + 54\,dx$$

$$= \left[\frac{0{,}05}{3} x^3 + 54x \right]_{-20}^{0}$$

$$= 1213{,}\overline{3}$$

$$A_{\#} = 20 \cdot 50 = 1000$$

$$\Rightarrow A_{Querschnitt} = A_{///} - A_{\#} = 1213{,}\overline{3} - 1000$$

$$\mathrel{\hat{=}} 213{,}\overline{3}\ FE$$

$$\mathrel{\hat{=}} 213{,}\overline{3}\ m^2$$

$\Rightarrow$ Der Querschnitt hat eine Größe von
$213,\overline{3}\ m^2$

c) gesucht: TP von g

$$g(x) = \frac{1}{1000} \cdot \left(\frac{1}{2000} x^4 - 10x^2 + 50.000\right)$$
$$= \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{2000} x^4 - \frac{1}{1000} \cdot 10 x^2 + \frac{1}{1000} \cdot 50.000$$
$$= \frac{1}{2.000.000} x^4 - \frac{1}{100} x^2 + 50$$

$$g'(x) = \frac{4}{2.000.000} x^3 - \frac{2}{100} x$$
$$= \frac{1}{500.000} x^3 - \frac{1}{50} x$$

$$g''(x) = \frac{3}{500.000} x^2 - \frac{1}{50}$$

N.B.: $g'(x) = 0$
$$\frac{1}{500.000} x^3 - \frac{1}{50} x = 0$$
$$x \cdot \left(\frac{1}{500.000} x^2 - \frac{1}{50}\right) = 0$$

$x_1 = 0$ $\qquad \frac{1}{500.000} x^2 = \frac{1}{50} \;\Big|\; \cdot 500.000$

$x^2 = 10.000 \;\Big|\; \sqrt{\ }$
$x_2 = 100$
$x_3 = -100$

H.B.: $g'(x) = 0$ und $g''(x) \neq 0$
$g''(0) = -\frac{1}{50}$ HP
$g''(-100) = \frac{3}{500.000} \cdot (-100)^2 - \frac{1}{50} = 0{,}06 - 0{,}02 = 0{,}04$ TP
$g''(100) = 0{,}04$ TP

y-Werte: $g(-100) = 0$

$g(0) = 50$

$g(100) = 0$

$\Rightarrow TP_1(-100/0)$

$HP(0/50)$

$TP_2(100/0)$

Wir suchen einen TP rechts von $x=0$

$\Rightarrow U(100/0)$

d) $g''(x) = \frac{3}{500.000}x^2 - \frac{1}{50}$

$g'''(x) = \frac{6}{500.000}x$

N.B.: $g''(x) = 0$

$\frac{3}{500.000}x^2 - \frac{1}{50} = 0$

$\frac{3}{500.000}x^2 = \frac{1}{50} \quad | \cdot 500.000$

$3x^2 = 10.000$

$x^2 = \frac{10.000}{3} \quad | \sqrt{\ }$

$(x_1 = -57{,}74$ außerhalb$)$

$x_2 = 57{,}74$

Auf die hinr. Bed. kann laut Aufgabenstellung verzichtet werden.

Ränder: kein Problem, da im Bereich nur ein Wert ist

$g(57{,}74) \approx 22{,}22$

$\Rightarrow K(57{,}74/22{,}22)$

e) In S geht h ohne Knick in f über
mit S(0|54)

$\Rightarrow h(0) = f(0) = 54$

$h'(0) = f'(0) = 0$

$h(x) = 0{,}05x^2 + 54$

$h'(x) = 0{,}1x$

$h'(0) = 0$

Bei $x = 60$ liegt f 4,72 m über dem Hang

$\Rightarrow f(60) = g(60) + 4{,}72 = 25{,}2$

$g(60) = 20{,}48$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

$f'(0) = 0 \Rightarrow f'(0) = 2a \cdot 0 + b = 0$

$\Rightarrow b = 0$

$\Rightarrow f(x) = ax^2 + c$

$f(0) = 54 \Rightarrow f(0) = a \cdot 0^2 + c = 54$

$\Rightarrow c = 54$

$\Rightarrow f(x) = a \cdot x^2 + 54$

$f(60) = 25{,}2 \Rightarrow f(60) = a \cdot 60^2 + 54 = 25{,}2 \quad |-54$

$a \cdot 3600 = -28{,}8 \quad |:3600$

$a = -0{,}008$

$\Rightarrow f(x) = -0{,}008x^2 + 54$

f) Punkt L muss zu g und f gehören:

$$f(x) = g(x)$$
$$-0{,}008x^2 + 54 = \frac{1}{2\,000\,000}x^4 - \frac{1}{100}x^2 + 50$$

(GTR...)

$x_1 = 73{,}92$

($x_2 = -73{,}92$ außerhalb des betrachteten Bereichs)

$f(73{,}92) \approx 10{,}29$

$\Rightarrow L(73{,}92 / 10{,}29)$

g) Abstand zwischen Flugroute ($f(x)$) und Hang ($g(x)$): $f(x) - g(x)$

$$i(x) = f(x) - g(x) = -0{,}008x^2 + 54 - \frac{1}{2\,000\,000}x^4 + \frac{1}{100}x^2 - 50$$
$$= -\frac{1}{2.000.000}x^4 + 0{,}002x^2 + 4$$

gesucht: Maximum von $i(x)$

$$i'(x) = -\frac{1}{500.000}x^3 + 0{,}004x$$
$$i''(x) = -\frac{3}{500.000}x^2 + 0{,}004$$

N.B.: $i'(x) = 0$

$$-\frac{1}{500.000}x^3 + 0{,}004x = 0$$

(GTR...)

($x_1 = -44{,}72$ außerhalb des Bereichs)

$x_2 = 0$

$x_3 = 44{,}72$

Auf die hinr. Bed. darf nach Aufgabenstellung verzichtet werden.

y-Werte:

$i(0) = 4$ TP

$i(44{,}72) = 6$ HP

Ränder: kein Problem, da $\lim\limits_{x \to \infty} i(x) = -\infty$

$\Rightarrow$ maximaler Abstand 6 m

2a) $E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 - 0 \\ 44 - 0 \\ 5 - 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0{,}2 - 0 \\ 2 - 0 \\ 7 - 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) $$\begin{pmatrix} 4{,}8 \\ 48 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \Big| - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4{,}8 \\ 48 \\ 4 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 4{,}4 & 0{,}2 & 4{,}8 \\ 44 & 2 & 48 \\ 0 & 2 & 4 \end{array}\right) 10 \cdot \mathrm{I} - \mathrm{II}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 4{,}4 & 0{,}2 & 4{,}8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow 2s = 4$

$s = 2$

$\Rightarrow 4{,}4r + 0{,}4 = 4{,}8$

$4{,}4r = 4{,}4$

$r = 1$

$\Rightarrow$ D liegt in E

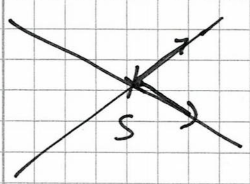
c) g durch A und B
h durch C und D

$$g: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \overrightarrow{OC} + s \cdot \overrightarrow{CD}$$
$$= \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4{,}8 - 0{,}2 \\ 48 - 2 \\ 9 - 7 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4{,}6 \\ 46 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Die Richtungsvektoren sind keine Vielfache voneinander
$\Rightarrow$ g und h entweder windschief oder genau ein Schnittpunkt

Die Geraden liegen in einer einzigen Ebene $\Rightarrow$ Sie können nicht windschief sein
$\Rightarrow$ Sie haben genau einen Schnittpunkt



Die Richtungsvektoren schließen den Winkel ein, unter dem sich die Geraden schneiden. Die Koordinaten des Schnittpunktes werden nicht benötigt.

$$\cos\varphi = \frac{\begin{pmatrix}4{,}4\\44\\0\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}4{,}6\\46\\2\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}4{,}4\\44\\0\end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix}4{,}6\\46\\2\end{pmatrix}\right|} = \frac{4{,}4 \cdot 4{,}6 + 44 \cdot 46}{\sqrt{1955{,}36} \cdot \sqrt{2141{,}16}}$$

$$\left|\begin{pmatrix}4{,}4\\44\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{4{,}4^2 + 44^2} = \sqrt{1955{,}36}$$

$$\left|\begin{pmatrix}4{,}6\\46\\2\end{pmatrix}\right| = \sqrt{4{,}6^2 + 46^2 + 2^2} = \sqrt{2141{,}16}$$

$$\cos\varphi = \frac{2044{,}24}{\sqrt{4186738{,}618}}$$

$$\Rightarrow \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{2044{,}24}{\sqrt{4186738{,}618}}\right) \approx 2{,}48°$$

d) ① $|\overrightarrow{PQ}| = \left|\begin{pmatrix}42-82\\36-40\\0-0\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix}-40\\-4\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{40^2+4^2} = \sqrt{1604}$

$\underline{\approx 40{,}05\ m}$

⑪

$\cdot 40$: 40,05 m ——— 1,5 sek $\cdot 40$

1602 m ——— 60 sek

1 min

$\cdot 60$: 96 120 m ——— 60 min $\cdot 60$

1 h

= 96,12 km

$\Rightarrow$ 96,12 km/h

e) Gerade i, welche die Fahrtrichtung des Autos angibt:

$$i: \vec{x} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix}42\\36\\0\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-40\\-4\\0\end{pmatrix}$$

Wir erweitern die Strecke $\overline{AB}$ senkrecht nach unten, sodass sich eine Ebene ergibt:

$$E: \vec{x} = \vec{OA} + s \cdot \vec{AB} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

↳ senkrecht nach unten bzw. oben

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gesucht: Schnittpunkt von i und E

$$\begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -40 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Big| - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -40 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Big| - r \cdot \begin{pmatrix} -40 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ -5 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} 4{,}4 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4{,}4 & 0 & 40 & 42 \\ 44 & 0 & 4 & 36 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \end{array}\right) \quad 10 \cdot I - II$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4{,}4 & 0 & 40 & 42 \\ 0 & 0 & 396 & 384 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow 396 r = 384$$

$$r = \frac{384}{396} = \frac{32}{33}$$

$$\Rightarrow t = -5$$

$$\Rightarrow 4{,}4 s + 40 \cdot \frac{32}{33} = 42$$

$$4{,}4 s + \frac{1280}{33} = 42$$

$$4{,}4 s = \frac{106}{33}$$

$$s = 0{,}73$$

$$\Rightarrow \vec{OS} = \begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{32}{33} \cdot \begin{pmatrix} -40 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 42 \\ 36 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1280/33 \\ -128/33 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 106/33 \\ 1060/33 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Entfernung von Q und S:

$$\vec{QS} = \begin{pmatrix} 106/33 - 42 \\ 1060/33 - 36 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1280/33 \\ -128/33 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{QS}| = \sqrt{\left(\frac{1280}{33}\right)^2 + \left(\frac{128}{33}\right)^2} = \sqrt{1519{,}54}$$

$$= 38{,}98\ m$$

mit den Werten von d:

$$:40{,}05 \quad 40{,}05\ m \text{ ——— } 1{,}5\ sek$$

$$1\ m \text{ ——— } \frac{1{,}5}{40{,}05}\ sek$$

$$\cdot 38{,}98 \quad 38{,}98\ m \text{ ——— } \frac{1{,}5}{40{,}05} \cdot 38{,}98 = 1{,}46$$

$\Rightarrow 1{,}46$ sek

3a) ① $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1200 - 1140 \\ 251 - 240 \\ 30 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 11 \\ 30 \end{pmatrix}$

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1140 \\ 240 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 11 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Ⅱ $\left|\begin{pmatrix} 60 \\ 11 \\ 30 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{60^2 + 11^2 + 30^2} = \sqrt{4621} \approx 67{,}98$

$\Rightarrow 67{,}98\ m$

(III) $67{,}98\,m$ —— $1\,sek$

$\cdot 60$ ↓ $4078{,}8\,m$ —— $60\,sek$ = $1\,min$ ($\cdot 60$)

$\cdot 60$ ↓ $244.728\,m$ —— $60\,min$ = $1\,h$ ($\cdot 60$)

$\hat{=}\ 244{,}728\,km$

$\Rightarrow 244{,}73\ km/h$

b) Wir verlängern die Startbahn, bleiben aber auf dem Boden

$$h: \vec{x} = \overrightarrow{OP_0} + r \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix}$$

→ Wir bleiben unten

$$= \begin{pmatrix} 1140 \\ 240 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left|\begin{pmatrix} 60 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{60^2 + 11^2} = \sqrt{3721} = 61\,m$$

$7000\,m : 61\,m \approx 114{,}75 = 115$ (Man soll ganzzahlig runden)

$$\Rightarrow \overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} 1140 \\ 240 \\ 0 \end{pmatrix} + 115 \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8040 \\ 1505 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow R\,(8040/1505/0)$

c) (I) Neue Flugbahn:

$$i: \vec{x} = \overrightarrow{OP_{10}} + r \cdot \begin{pmatrix} 90 \\ 16{,}5 \\ 4{,}5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1740 \\ 350 \\ 300 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 90 \\ 16{,}5 \\ 4{,}5 \end{pmatrix}$$

auf dem Boden:

$$j: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1740 \\ 350 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 90 \\ 16{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}8040\\1505\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1740\\350\\0\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}90\\16{,}5\\0\end{pmatrix} \quad \Big| - \begin{pmatrix}1740\\350\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}6300\\1155\\0\end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix}90\\16{,}5\\0\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow r = 70$

$\Rightarrow$ Jet fliegt über das Rathaus

(II) in der Luft:

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix}1740\\350\\300\end{pmatrix} + 70 \cdot \begin{pmatrix}90\\16{,}5\\4{,}5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8040\\1505\\615\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ 615 m Höhe

d) (I)

$$\begin{pmatrix}1740\\350\\300\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}90\\16{,}5\\4{,}5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1560\\0\\0\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}20\\0\\1\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \quad \Big| - \begin{pmatrix}-1560\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3300\\350\\300\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}90\\16{,}5\\4{,}5\end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix}20\\0\\1\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \quad \Big| - r \cdot \begin{pmatrix}90\\16{,}5\\4{,}5\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}3300\\350\\300\end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix}20\\0\\1\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-90\\-16{,}5\\-4{,}5\end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}20 & 0 & -90 & 3300\\0 & 1 & -16{,}5 & 350\\1 & 0 & -4{,}5 & 300\end{array}\right) \; 20 \cdot \mathrm{III} - \mathrm{I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}20 & 0 & -90 & 3300\\0 & 1 & -16{,}5 & 350\\0 & 0 & 0 & 2700\end{array}\right)$$

$\Rightarrow 0 = 2700$ ↯

$\Rightarrow$ parallel

(11) Punkt, wo man das Flugzeug sehen würde: $P(8040 / 1505 / 615)$

$$\begin{pmatrix} 8040 \\ 1505 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1560 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow 8040 = -1560 + 20s + 0 \cdot t$

$8040 = -1560 + 20s \quad | + 1560$

$9600 = 20s \quad | : 20$

$480 = s$

$\Rightarrow z = s \cdot 1 = 480$

$\Rightarrow$ Höhe Flieger 615 m

" Wolken 480 m

$\Rightarrow$ Man sieht die Wolken (da diese unter dem Flieger sind)

---

4 a) $x^3 + 6ax^2 = 0$

$x^2 \cdot (x + 6a) = 0$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = -6a$

$\underline{a \neq 0}$
2 Nullstellen
$x_1 = 0$
$x_2 = -6a$

$\underline{a = 0}$
1 Nullstelle
$x = 0$

b) $f_a(x) = x^3 + 6ax^2$

$f_a'(x) = 3x^2 + 12ax$

$f_a''(x) = 6x + 12a$

N.B.: $f_a'(x) = 0$

$$3x^2 + 12ax = 0$$

$$x \cdot (3x + 12a) = 0$$

$$x_1 = 0 \qquad 3x = -12a$$

$$x = -4a$$

H.B.: $f_a'(x) = 0$ und $f_a''(x) \neq 0$

$f_a''(0) = 12a \leftarrow$ negativ für $a<0$ positiv für $a>0$

$$f_a''(-4a) = 6 \cdot (-4a) + 12a$$

$= -24a + 12a = -12a \leftarrow$ positiv $a<0$ negativ $a>0$

$$f_a(0) = 0$$

$$f_a(-4a) = (-4a)^3 + 6a \cdot (-4a)^2$$

$$= -64a^3 + 6a \cdot 16a^2$$

$$= -64a^3 + 96a^3$$

$$= 32a^3$$

Fallunterscheidung:

$a<0$

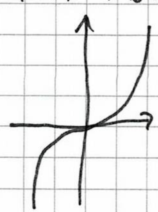
HP$(0|0)$

TP$(-4a|32a^3)$

$a=0$

$f_0(x) = x^3$

kein Extrempunkt vorhanden



$a>0$

TP$(0|0)$

HP$(-4a|32a^3)$

c) $f_a''(x) = 6x + 12a$
$f_a'''(x) = 6$

N.B.: $f_a''(x) = 0$
$6x + 12a = 0$
$6x = -12a$
$x = -2a$

H.B.: $f_a''(x) = 0$ und $f_a'''(x) \neq 0$
$f_a'''(-2a) = 6 \neq 0$
$\Rightarrow$ Wendestelle bei $x = -2a$

y-Wert: $f_a(-2a) = (-2a)^3 + 6a \cdot (-2a)^2$
$= -8a^3 + 6a \cdot 4a^2$
$= -8a^3 + 24a^3$
$= 16a^3$

$\Rightarrow WP(-2a / 16a^3)$

d) $f_0(x) = x^3$
$f_1(x) = x^3 + 6x^2$

$x^3 = x^3 + 6x^2 \quad | -x^3$
$0 = 6x^2$
$\Rightarrow x = 0$

In der Tat: $f_a(0) = 0$ für alle a
$\Rightarrow P(0/0)$

e) (I)

$$\int_0^1 f_a(x)\,dx = \int_0^1 x^3 + 6ax^2\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 + 2ax^3\right]_0^1$$

$$= \frac{1}{4} + 2a - 0$$

$$= \underline{\underline{2a + 0{,}25}}$$

(II)

$$2a + 0{,}25 = 1 \quad |-0{,}25$$

$$2a = 0{,}75 \quad |:2$$

$$a = 0{,}375$$

(III)

$$2a + 0{,}25 = a \quad |-2a$$

$$0{,}25 = -a$$

$$-0{,}25 = a$$

f) Man kann einen Punkt ablesen:
$P(-2/-2)$

Also gilt: $f_a(-2) = -2$

$$(-2)^3 + 6a\cdot(-2)^2 = -2$$

$$-8 + 6a\cdot 4 = -2$$

$$-8 + 24a = -2 \quad |+8$$

$$24a = +6 \quad |:24$$

$$a = \frac{6}{24} = 0{,}25$$

g) $f_a(1) = 1^3 + 6a \cdot 1^2 = 1 + 6a$

$P(1 | 1+6a)$ muss auf f_a und g liegen

$\Rightarrow g(1) = 1 + 6a$ und $g(1) = 15 \cdot 1 - 8$
$= 7$

$$\Rightarrow 1 + 6a = 7$$
$$6a = 6$$
$$a = 1$$