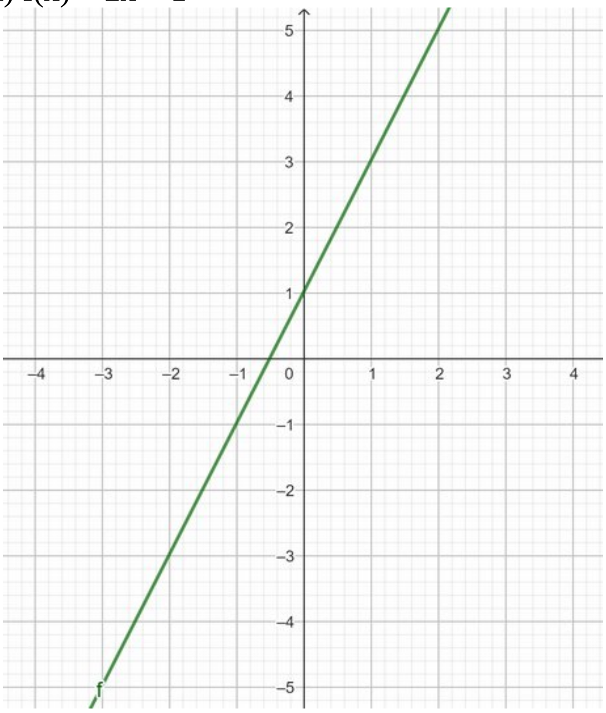
Lösungen

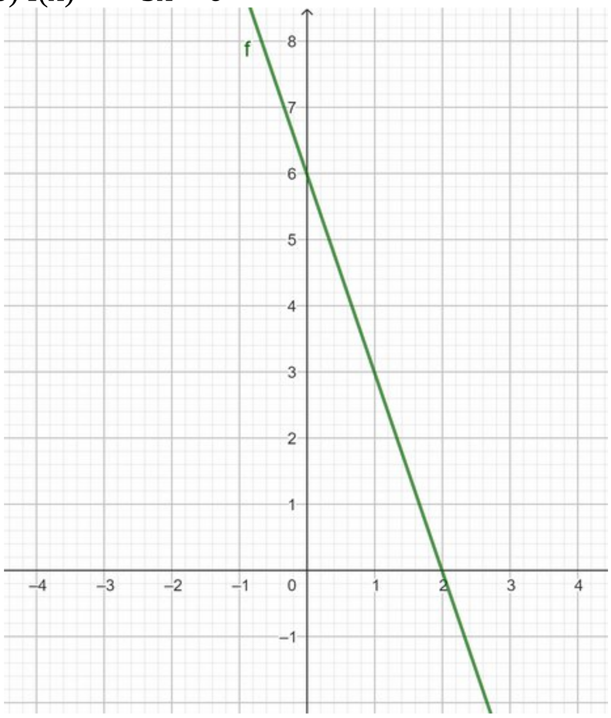
Aufgabe 1

a) $f(x) = 2x + 1$



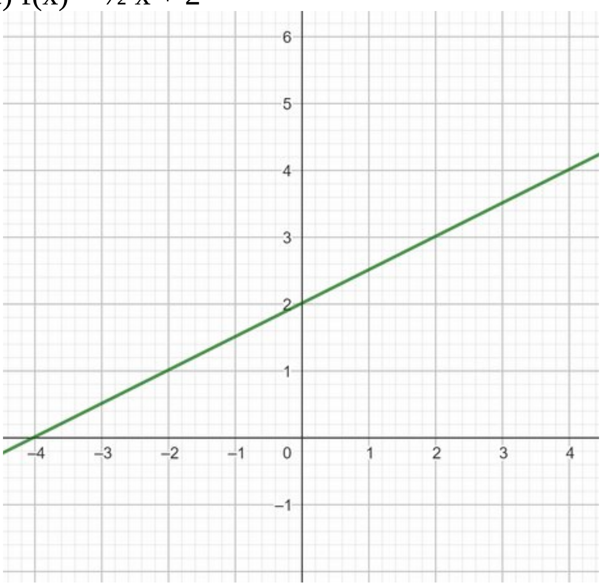
Achsenabschnitt bei +1
Steigungsdreieck: 1 nach rechts, 2 nach oben

b) $f(x) = -3x + 6$



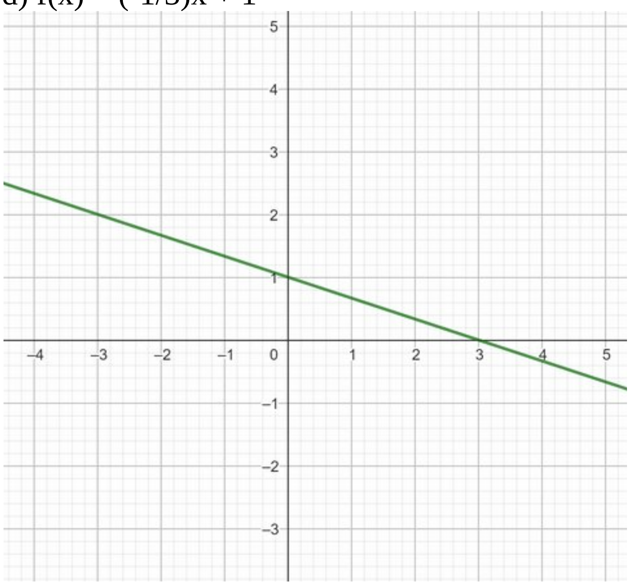
Achsenabschnitt bei + 6
Steigungsdreieck: 1 nach rechts, 3 nach unten

c) $f(x) = \frac{1}{2} x + 2$



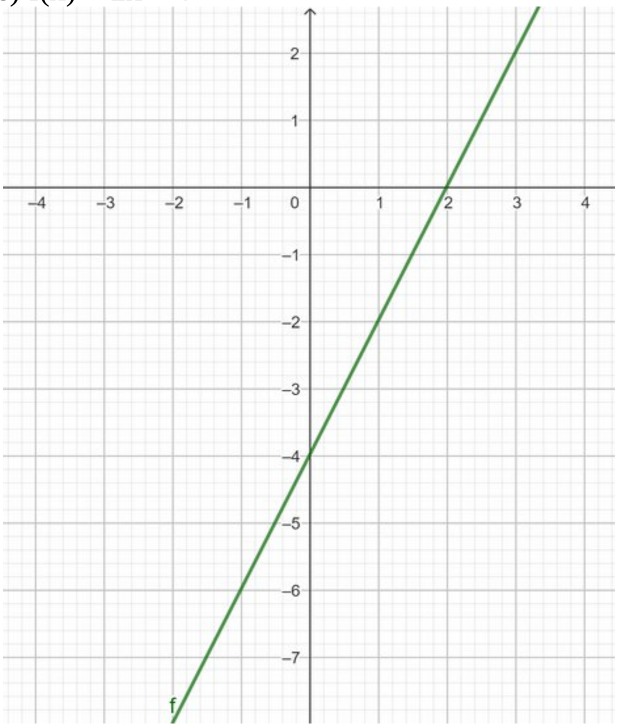
Achsenabschnitt bei 2
Steigungsdreieck: 2 nach rechts, 1 nach oben

d) $f(x) = (-1/3)x + 1$



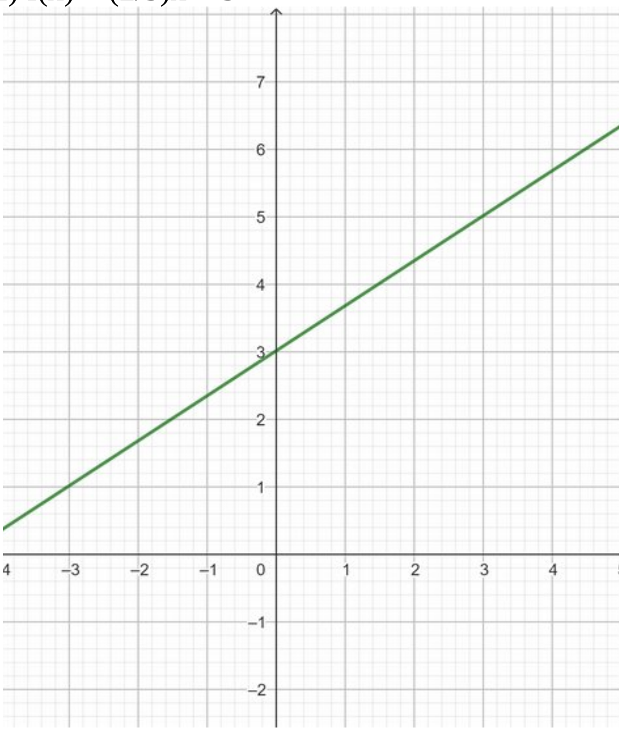
Achsenabschnitt bei 1
Steigungsdreieck: 3 nach rechts, 1 nach unten

e) f(x) = 2x – 4



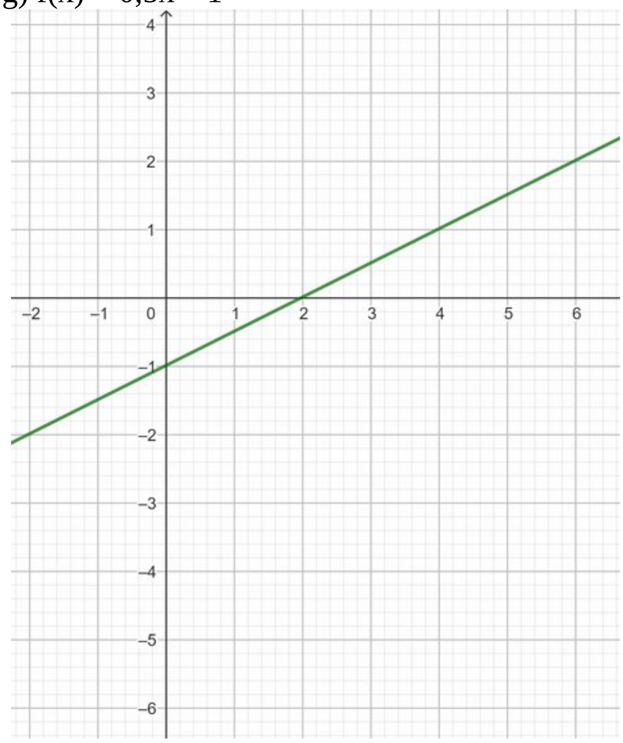
Achsenabschnitt bei – 4
Steigungsdreieck: 1 nach rechts, 2 nach oben

f) f(x) = (2/3)x + 3



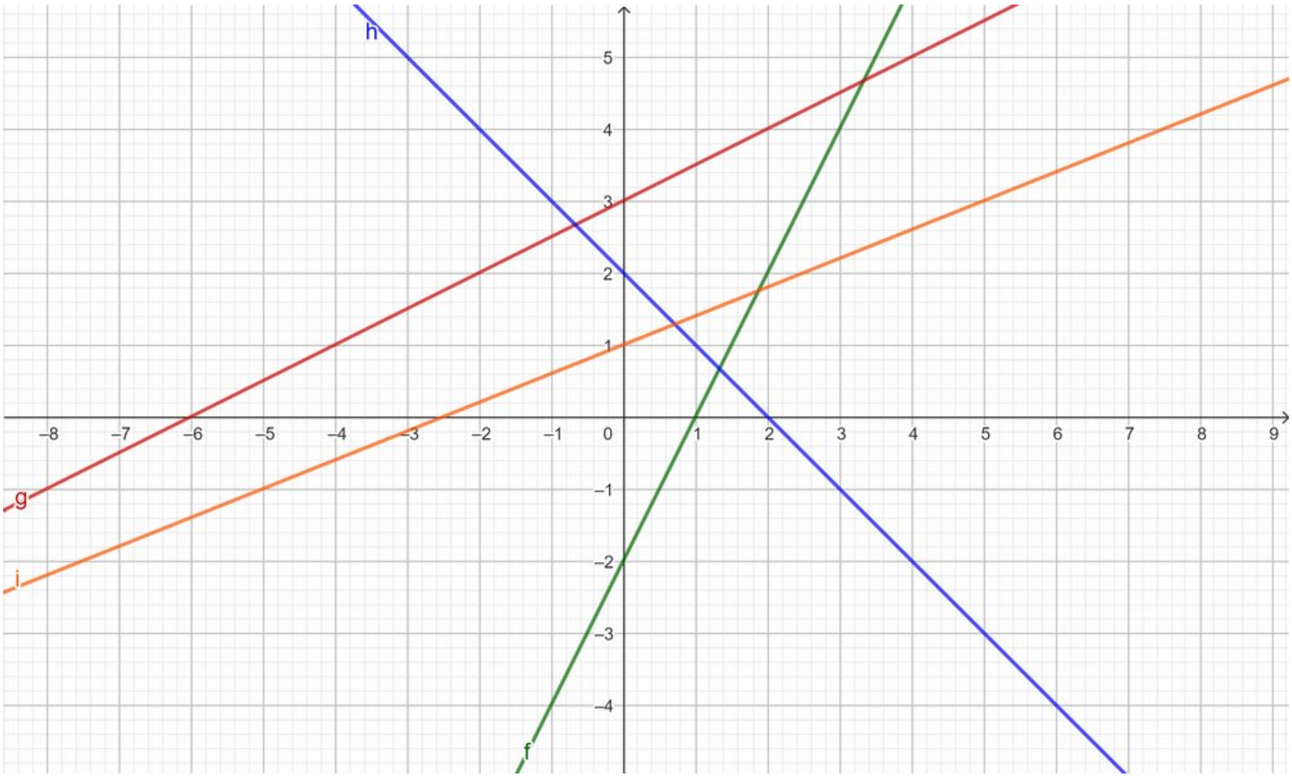
Achsenabschnitt bei 3
Steigungsdreieck: 3 nach rechts, 2 nach oben

g) f(x) = 0,5x – 1



Achsenabschnitt bei – 1
Steigungsdreieck: 2 nach rechts, 1 nach oben

Aufgabe 2



grün	Achsenabschnitt bei – 2 Steigungsdreieck: 1 nach rechts, 2 nach oben	$f(x)=2x-2$
dunkelrot	Achsenabschnitt bei 3 Steigungsdreieck: 2 nach rechts, 1 nach oben	$g(x)=\frac{1}{2}x+3$
blau	Achsenabschnitt bei 2 Steigungsdreieck: 1 nach rechts, 1 nach unten	$h(x)=-1x+2$
orange	Achsenabschnitt bei 1 Steigungsdreieck: 5 nach rechts, 2 nach oben	$i(x)=\frac{2}{5}x+1$

Aufgabe 3

a) Funktion: f(x) = 3x + 4

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-2	1	4	7	10	13

Der Achsenabschnitt liegt bei +4. Zu x = 0 gehört deshalb der y-Wert 4. Von dort aus geht man unten 3 weiter, wenn man oben 1 weiter geht. Das entspricht dem Steigungsdreieck 1 nach rechts, 3 nach oben.

b) Funktion: f(x) = 2x +4

x	-2	-1	0	1	2	3
y	0	2	4	6	8	10

Der Achsenabschnitt liegt bei +4, weil bei x = 0 steht y = 4. Wenn man oben 1 weiter geht, so geht man unten 2 weiter. Die Steigung ist also 2. Das entspricht dem Steigungsdreieck 1 nach rechts, 2 nach oben.

c) Funktion: f(x) = – 4x +6

x	-2	-1	0	1	2	3
y	14	10	6	2	-2	- 6

Der Achsenabschnitt liegt bei +6, weil bei x = 0 steht y = 6. Wenn man anschließend oben 1 weiter geht, so zieht man unten 4 ab. Die Steigung ist also – 4. Das entspricht dem Steigungsdreieck 1 nach rechts, 4 nach unten. Den y-Wert zu x = 2 erhält man, wenn man oben 1 weiter geht und unten 4 abzieht. Das Ergebnis ist -2. Die y-Werte zu x = - 1 und x = -2 erhält man, wenn man jeweils oben eins zurückgeht und unten 4 dazu rechnet. Den fehlenden x-Wert zu y = -6 erhält man ,wenn man von 2 aus oben 1 weitgeht.

d) Funktion: f(x) = 5x – 2

x	-2	-1	0	1	2	5
y	-12	-7	-2	3	8	23

Wenn man oben 1 weiter geht, so geht man unten 5 weiter (erkennbar an den y-Werten, die zu x = 1 und x = 2 gehören). Die Steigung ist also +5. Das entspricht einem Steigungsdreieck 1 nach rechts und 5 nach oben. Von x = 1 rechnen wir nun jeweils nach links zurück, um die fehlenden y-Werte zu errechnen. Wenn wir oben 1 zurück gehen, so ziehen wir unten 5 ab. Dadurch entdecken wir, dass der Achsenabschnitt – 2 ist, da dies der y-Wert ist, der zu x=0 gehört. Die Gleichung ist also f(x) = 5x-2. Dann rechnen wir nach rechts weiter, bis wir auf y=23 stoßen. Zu x=3 gehört y=13. Zu x=4 gehört y=18. Zu x=5 gehört y=23.

e) Funktion: f(x) = 6x+3

x	-4	-1	0	1	2	3
y	- 21	-3	3	9	15	21

Wenn man oben 1 weiter geht, so geht man unten 6 weiter (erkennbar an den y-Werten, die zu x=2 und x=3 gehören). Dei Steigung ist also +6. Das entspricht einem Steigungsdreieck 1 nach rechts, 6 nach oben. Von x=2 rechnen wir nun jeweils nach links zurück, um die fehlenden y-Werte zu bestimmen. Wenn wir oben 1 abziehen, so ziehen wir unten 6 ab. Dadurch entdecken wir, dass zu x=0 der Wert y=3 gehört. Der Achsenabschnitt ist also +3. Die Gleichung ist also f(x) = 6x+3
Dann rechnen wir nach links weiter, bis wir auf y=-21 stoßen. Zu x=-2 gehört y=-9, zu x=-3 gehört y=-15 und zu x = -4 gehört y=-21.

f) Funktion: f(x) = 2,5x + 5

x	-2	0	2	4	6	10
y	0	5	10	15	20	30

Wenn man oben 2 weiter geht, so geht man unten 5 weiter. Das bedeutet: Wenn ich oben 1 weiter gehe, dann gehe ich unten 2,5 weiter. Die Steigung ist also 2,5. Der Achsenabschnitt ist +5 (da dies der y-Wert ist, der zu x=0 gehört). Die Gleichung ist also f(x) = 2,5x+5. Die fehlenden y-Werte bestimmen wir anschließend, indem wir von x=2 bzw. x=0 jeweils oben 2 weiter gehen bzw. zurück und unten 5 weiter bzw. zurück. Den x-Wert von y=30 erhalte ich, wenn ich oben von x=6 aus 4 weiter gehe.

g) Funktion: f(x) = 2x+3

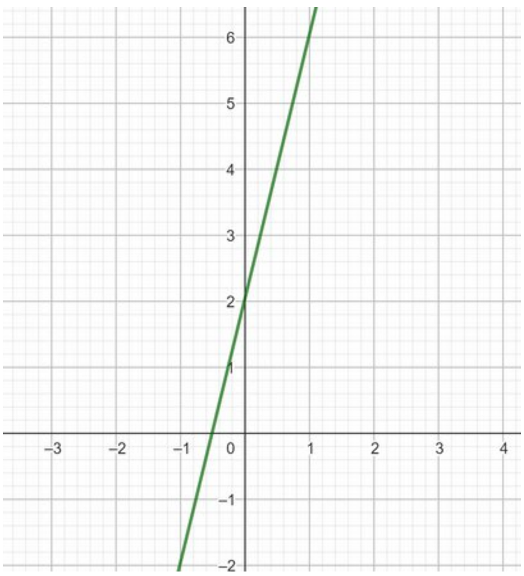
x	-1	1	3	5	7	8
y	1	5	9	13	17	19

Wenn man oben 4 weiter geht, so geht man unten 8 weiter (erkennbar an den Werten von x=3 und x=7). Das bedeutet: Wenn ich oben 1 weiter gehe, so gehe ich unten 2 weiter. Die Steigung ist also 2. Die fehlenden y-Werte bestimmen wir anschließend, indem wir von x=3 aus oben jeweils 2 weiter bzw. zurück gehen und unten 4 Schritte. Von x=1 geht ich oben 1 zurück, um auf x=0 zu gelangen. Dem entspricht unten eine Subtraktion von 2. Das Ergebnis ist, dass zu x=0 der Wert y=3 gehört. Der Achsenabschnitt ist also 3. Die Gleichung ist also f(x) = 2x+3. Wenn ich von x=7 aus oben 1 weiter gehe, rechne ich unten 2 dazu. Dadurch gelange ich zu y=19.

Hinweis: Wenn man bei den obigen Aufgaben die Gleichung schon bestimmt hat, so kann man diese natürlich auch benutzen, um fehlende x- bzw. y-Werte zu berechnen. Bei der letzten Aufgabe könnte man z. B. den fehlenden x-Wert von y=19 ausrechnen, indem man die 19 in die Gleichung einsetzt: 2x + 3 = 19. Wir ziehen auf beiden Seiten 3 ab und erhalten 2x = 16. Dann dividieren wir durch 2 und erhalten x =8.

Aufgabe 4

a)
Achsenabschnitt bei +2
Steigungsdreieck: 1 nach rechts, 4 nach oben



b) Teil 1: Schnittpunkt mit der y-Achse: S (0/2)

Teil 2: Schnittpunkt mit der x-Achse

$$4x+2=0 \qquad | -2$$
$$4x=-2 \qquad | :4$$
$$x=-0{,}5$$

Die Nullstelle ist x=-0,5 und der Schnittpunkt ist N (-0,5 / 0).

c) A liegt auf f. Daher gilt $y=f(5)=4\cdot 5+2=20+2=22$

d) B liegt auf f. Daher gilt: f(x) = 82

$$4x+2=82 \qquad | -2$$
$$4x=80 \qquad | :4$$
$$x=20$$

e) Da der Graph von g parallel zu f verläuft, muss g dieselbe Steigung haben wie f. Die noch unvollständige Gleichung von g lautet also g(x) = 4x + b.

Außerdem liegt C auf g. Deshalb gilt g(1) = 10.

$$4\cdot 1+b=10 \qquad |\,\textit{Termumformung}$$
$$4+b=10 \qquad |-4$$
$$b=6$$

Die gesuchte Gleichung lautet g(x) = 4x + 6.

f) Zuerst berechnen wir den x-Wert des Schnittpunktes:

$$f(x)=h(x)$$
$$4x+2=5x-8 \qquad |+8$$
$$4x+10=5x \qquad |-4x$$
$$10=x$$

Den x-Wert setzen wir am Schluss in eine der Gleichungen ein, um den y-Wert zu berechnen:

$$y=f(10)=4\cdot 10+2=42$$

Der gesuchte Schnittpunkt ist S (10 / 42).

Aufgabe 5

a) Achsenabschnitt bei 2
Steigungsdreieck: 1 nach rechts, 2 nach unten

Funktionsgleichung: f(x) = – 2x+2

b) S (0 / 2)

c) Wir berechnen die Nullstelle bzw. den Schnittpunkt mit der x-Achse:

$$-2x+2=0 \qquad | -2$$
$$-2x=-2 \qquad | :2$$
$$x=1$$

Die Nullstelle ist x = 1, der Schnittpunkt ist N (1 / 0).

d) A liegt auf f. Daher gilt $y=f(6)=-2\cdot 6+2=-12+2=-10$

e) B liegt auf f. Daher gilt: f(x) = 20

$$-2x+2=20 \quad | -2$$
$$-2x=18 \quad | :(-2)$$
$$x=-9$$

f) Wenn C auf dem Graphen von f liegt, so muss f(8) = -14 gelten. Das überprüfen wir:

$$-2\cdot 8+2=-14 \quad | \textit{ Termunformung}$$
$$-16+2=-14$$
$$-14=-14$$

Die Rechnung geht auf. Der Punkt C liegt auf f.

g) Da der Graph von g parallel zu f verläuft, muss g dieselbe Steigung haben wie f. Die noch unvollständige Gleichung von g lautet also g(x) = -2x + b.

Außerdem liegt D auf g. Deshalb gilt g(3) = 1.

$$-2\cdot 3+b=1 \quad |\textit{Termumformung}$$
$$-6+b=1 \quad |+6$$
$$b=7$$

Die gesuchte Gleichung lautet g(x) = -2x + 7

h) Zuerst berechnen wir den x-Wert des Schnittpunktes:

$$f(x)=h(x)$$
$$-2x+2=2x-2 \quad |+2$$
$$-2x+4=2x \quad |+2x$$
$$4=4x \quad |:4$$
$$x=1$$

Den x-Wert setzen wir am Schluss in eine der Gleichungen ein, um den y-Wert zu berechnen:

$$y=f(1)=-2\cdot 1+2=0$$

Der gesuchte Schnittpunkt ist S (1 / 0).

Aufgabe 6

a) Teil 1: Punkt A

$$y=f(1)=0{,}4\cdot 1+3=0{,}4+3=3{,}4$$

Teil 2: Punkt B

B liegt auf f. Daher gilt: f(x) = 4

$$0{,}4x+3=4 \quad | -3$$
$$0{,}4x=1 \quad | :0{,}4$$
$$x=2{,}5$$

b) Teil 1: Schnittpunkt mit der y-Achse

S (0 / 3)

Teil 2: Schnittpunkt mit der x-Achse

$$0{,}4x+3=0 \qquad | -3$$
$$0{,}4x=-3 \qquad | :0{,}4$$
$$x=-7{,}5$$

Die Nullstelle ist x = -7,5, der Schnittpunkt ist N (- 7,5 / 0).

c) Zuerst berechnen wir den x-Wert des Schnittpunktes:

$$f(x)=h(x)$$
$$0{,}4x+3=1{,}2x+1 \qquad |-1$$
$$0{,}4x+2=1{,}2x \qquad |-0{,}4x$$
$$2=0{,}8x \qquad |:0{,}8$$
$$x=2{,}5$$

Den x-Wert setzen wir am Schluss in eine der Gleichungen ein, um den y-Wert zu berechnen:

$$y=f(2{,}5)=0{,}4\cdot 2{,}5+3=4$$

Der gesuchte Schnittpunkt ist S (2,5 / 4).

d) Da der Graph von g parallel zu f verläuft, muss g dieselbe Steigung haben wie f. Die noch unvollständige Gleichung von g lautet also g(x) = 0,4x+b.

Außerdem liegt der Schnittpunkt mit der x-Achse bei x = 2. Der Punkt D (2 / 0) liegt also auf dem Graphen von g. Deshalb gilt g(2) = 0.

$$0{,}4\cdot 2+b=0 \qquad |\mathit{Termumformung}$$
$$0{,}8+b=0 \qquad |-0{,}8$$
$$b=-0{,}8$$

Die gesuchte Gleichung lautet g(x) = 0,4x – 0,8.

e) Wenn C auf dem Graphen von f liegt, so muss f(10) = 7 gelten. Das überprüfen wir:

$$0{,}4\cdot 10+3=7 \qquad | \ \mathit{Termunformung}$$
$$4+3=7$$
$$7=7$$

Die Rechnung geht auf. Der Punkt C liegt auf f.

Aufgabe 7

a) f(x) = 0,4x + 2. Dabei steht x für die Zeit in Jahren ab jetzt und f(x) gibt die Höhe in m an.

b) $f(8)=0{,}4\cdot 8+2=5{,}2$ Der Baum ist 5,2 m hoch.

c) Wir setzen für y den Wert 10 ein.

$$0{,}4x+2=10 \qquad |-2$$
$$0{,}4x=8 \qquad |:0{,}4$$
$$x=20$$

Der Baum erreicht in 20 Jahren eine Höhe von 10 m.

d) Gesucht wird der Schnittpunkt der beiden Funktionen.
Wir berechnen den x-Wert des Schnittpunktes:

$$f(x)=h(x)$$
$$0{,}4x+2=0{,}3x+5 \quad |-2$$
$$0{,}4x=0{,}3x+3 \quad |-0{,}3x$$
$$0{,}1x=3 \quad |:0{,}1$$
$$x=30$$

Die beiden Bäume sind nach 30 Jahren gleich groß.
(Nach der Höhe in 30 Jahren wird nicht gefragt. Deshalb rechnen wir den y-Wert nicht aus.)

e) 30 cm

Aufgabe 8

a) 84 Liter

b) $f(15)=-0{,}7\cdot 15+84=-10{,}5+84=73{,}5$ Es sind 73,5 Liter.

c) Wir suchen die Nullstelle (den x-Wert des Schnittpunktes mit der x-Achse)
$$-0{,}7x+84=0 \quad |-84$$
$$-0{,}7x=-84 \quad |:(-0{,}7)$$
$$x=120$$
Das Aquarium ist nach 120 Minuten leer.

d) Wir suchen den x-Wert, bei dem y=40 ist.
$$-0{,}7x+84=40 \quad |-84$$
$$-0{,}7x=-44 \quad |:(-0{,}7)$$
$$x\approx 62{,}86$$
Nach etwa 62,86 min sind noch 40 Liter im Aquarium.

e) f(x) = - 0,35x + 84

Aufgabe 9

a) Wir schauen uns die Situation in einer Wertetabelle an:

x	0	1	2	3
y	12			30

Der Achsenabschnitt liegt bei +12.
Wenn wir oben 3 weiter gehen, dann gehen wir unten 18 weiter. Das bedeutet: Wenn wir oben 1 weiter gehen, dann gehen wir unten 6 weiter. Die Steigung ist also 6.

Die Gleichung ist also f(x) = 6x + 12. Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab jetzt und f(x) gibt die Temperatur in Grad Celsius an.

b) $f(8)=6\cdot 8+12=48+12=60$ Die Temperatur beträgt 60°C.

c) Wir suchen den x-Wert, der zu y=400 gehört.

$$6x+12=400 \quad |-12$$
$$6x=388 \quad |:6$$
$$x\approx 64{,}67$$

Nach ca. 64,67 Stunden beträgt die Temperatur 400°C.

Aufgabe 10

a) a = 8 (Die Steigungen müssen gleich sein, damit die Funktionen parallel sind)

b) Wenn A auf dem Graphen von f liegt, so muss f(1) = 9 sein. Damit lässt sich eine Gleichung aufstellen:

$$a\cdot 1+7=9 \quad |\mathit{Termumformung}$$
$$a+7=9 \quad |-7$$
$$a=2$$

Der gesuchte Wert ist a = 2.