LÖSUNGEN (TEIL B)

1a) y-Achse: $f(0) = (4\cdot 0 + 8)\cdot e^{2\cdot 0+1}$

$= 8\cdot e$

$\Rightarrow S_y(0|8e)$

x-Achse: $f(x) = 0$

$(4x+8)\cdot e^{2x+1} = 0$

$4x+8 = 0$ oder $e^{2x+1} = 0$ $\lightning$

$4x = -8$

$x = -2$

$\Rightarrow N(-2|0)$

b) $f(x) = (4x+8)\cdot e^{2x+1}$

$f'(x) = 4\cdot e^{2x+1} + (4x+8)\cdot 2\cdot e^{2x+1}$

$= 4e^{2x+1} + (8x+16)\cdot e^{2x+1}$

$= (8x+20)\cdot e^{2x+1}$

$f''(x) = 8\cdot e^{2x+1} + (8x+20)\cdot 2\cdot e^{2x+1}$

$= 8\cdot e^{2x+1} + (16x+40)\cdot e^{2x+1}$

$= (16x+48)\cdot e^{2x+1}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty} (4x+8)\cdot e^{2x+1} = \infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} (4x+8)\cdot e^{2x+1} = 0$

d) Symmetrie zur y-Achse: $f(x) = f(-x)$

Gegenbeispiel $f(1) = f(-1)$

$$(4+8)\cdot e^{2+1} = (-4+8)\cdot e^{-2+1}$$
$$12\cdot e^{3} = 4\cdot e \quad |:4$$
$$3e^{3} = e \quad |:e$$
$$3e^{2} = 1$$
$$\lightning$$

Symmetrie zum Ursprung: $f(x) = -f(-x)$

Gegenbeispiel: $f(1) = -f(-1)$

$$12e^{3} = -4e \quad |:4$$
$$3e^{3} = -e \quad |:e$$
$$3e^{2} = -1$$
$$\lightning$$

e) $f(x) = g(x)$

$$(4x+8)\cdot e^{2x+1} = (3x-1)\cdot e^{2x+1} \quad |:e^{2x+1}$$
$$4x+8 = 3x-1 \quad |-3x$$
$$x+8 = -1 \quad |-8$$
$$x = -9$$

y-Wert: $f(-9) = (4\cdot(-9)+8)\cdot e^{2\cdot(-9)+1}$

$$= (-36+8)\cdot e^{-18+1}$$
$$= -28\cdot e^{-17}$$

$\Rightarrow S(-9 \,/\, -28e^{-17})$

f) $f(x) = h(x)$

$$(4x+8)\cdot e^{2x+1} = e^{2x}$$

$$(4x+8)\cdot e^{2x}\cdot e = e^{2x} \quad | : e^{2x}$$

$$(4x+8)\cdot e = 1$$

$$4ex + 8e = 1$$

$$4ex = 1-8e$$

$$x = \frac{1-8e}{4e}$$

$$x \approx -1{,}91$$

y-Wert: $f(-1{,}91) = (4\cdot(-1{,}91)+8)\cdot e^{2\cdot(-1{,}91)+1}$

$$= 0{,}36\cdot e^{2{,}82}$$

$\Rightarrow S(-1{,}91 / 0{,}36\cdot e^{-2{,}82})$

g) Extrempunkt:

Notw. Bed.: $f'(x)=0$

$$f'(x) = (8x+20)\cdot e^{2x+1} = 0$$

$$8x+20=0 \text{ oder } e^{2x+1}=0$$

$$8x=-20 \qquad ⚡$$

$$x=-2{,}5$$

Hinr. Bed.: $f'(x)=0$ und $f''(x)\neq 0$

$$f''(-2{,}5) = (16\cdot(-2{,}5)+48)\cdot e^{2\cdot(-2{,}5)+1}$$

$$= (-40+48)\cdot e^{-5+1}$$

$$= 8\cdot e^{-4} > 0$$

$\Rightarrow$ TP bei $x=-2{,}5$

y-Wert: $f(-2{,}5) = (4\cdot(-2{,}5)+8)\cdot e^{2\cdot(-2{,}5)+1}$

$$= (-10+8)\cdot e^{-4}$$

$$= -2\cdot e^{-4}$$

$\Rightarrow TP(-2{,}5 / -2\cdot e^{-4})$

h) $f(1) = (4+8) \cdot e^{2+1} = 12e^3$

$\Rightarrow P(1 | 12e^3)$

$f'(1) = (8+20) \cdot e^{2+1} = 28e^3$

$\Rightarrow t(x) = 28e^3 x + b$

$P(1 | 12e^3)$ auf $t \Rightarrow t(1) = 12e^3$

$28e^3 + b = 12e^3 \quad | -28e^3$

$b = -16e^3$

$\Rightarrow t(x) = 28e^3 x - 16e^3$

i) $m_t \cdot m_n = -1$

$28e^3 \cdot m_n = -1$

$m_n = \frac{-1}{28e^3}$

$\Rightarrow n(x) = -\frac{1}{28e^3} x + b$

$P(1 | 12e^3)$ auf $n \Rightarrow n(1) = 12e^3$

$-\frac{1}{28e^3} + b = 12e^3$

$b = 12e^3 + \frac{1}{28e^3}$

$\Rightarrow n(x) = -\frac{1}{28e^3} x + \left(12e^3 + \frac{1}{28e^3}\right)$

2a) $\lim\limits_{x\to\infty} (x+1)\cdot e^{-0,5x} = 0$

b) gesucht: Tangente an f durch S(0|1)

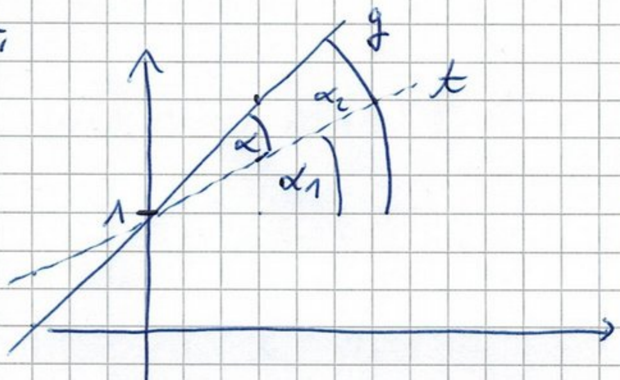
$$f'(x) = 1\cdot e^{-0,5x} + (x+1)\cdot(-0,5)\cdot e^{-0,5x}$$
$$= 1e^{-0,5x} + \left(-\tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}\right)\cdot e^{-0,5x}$$
$$= \left(-\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{2}\right)\cdot e^{-0,5x}$$

$$f'(0) = (0 + \tfrac{1}{2})\cdot e^0 = \tfrac{1}{2}$$
$$\Rightarrow t(x) = \tfrac{1}{2}x + b$$

S(0|1) liegt auf t $\Rightarrow t(0) = 1$
$$\tfrac{1}{2}\cdot 0 + b = 1$$
$$\Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow t(x) = \tfrac{1}{2}x + 1$$

Situation:



$g'(0) = 1$

$t'(0) = \tfrac{1}{2}$

$$\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$
$$\alpha_2 = \tan^{-1}(1) \approx 45°$$
$$\alpha_1 = \tan^{-1}(\tfrac{1}{2}) \approx 26,57°$$
$$\Rightarrow \alpha = 45° - 26,57° = 18,43°$$

d) Notw. Bed.: $f'(x)=0$

$$\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)\cdot e^{-0{,}5x}=0$$

$$-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=0 \quad \text{oder} \quad e^{-0{,}5x}=0$$

$$-\frac{1}{2}x=-\frac{1}{2} \qquad ↯$$

$$x=1$$

Hinr. Bed.: (laut Aufgabenstellung nicht erforderlich)

Ränder & y-Werte:

$f(0)=1$

$f(1)=2\cdot e^{-0{,}5}\approx 1{,}21$

$f(6)=7\cdot e^{-3}\approx 0{,}35$

$\Rightarrow HP(1\,|\,1{,}21)$

e) $f(2)=3\cdot e^{-1{,}5}$ $\quad P_1(2\,|\,3e^{-1{,}5})$

$f(6)=7\cdot e^{-3}$ $\quad P_2(6\,|\,7e^{-3})$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7e^{-3}-3e^{-1{,}5}}{6-2}=\frac{7e^{-3}-3e^{-1{,}5}}{4}$$

$$\approx\frac{0{,}35-0{,}67}{4}=-\frac{0{,}32}{4}=-0{,}08$$

$\Rightarrow g(x)=-0{,}08x+b$

$P_1(2\,|\,3e^{-1{,}5})$ auf $g \Rightarrow g(2)=3e^{-1{,}5}\approx 0{,}67$

$$-0{,}08\cdot 2+b=0{,}67$$
$$-0{,}16+b=0{,}67$$
$$b=0{,}83$$

$\Rightarrow g(x)=-0{,}08x+0{,}83$

f) Beispiel:

$$f'(3) = \left(-\frac{1}{2}\cdot 3 + \frac{1}{2}\right)\cdot e^{-1,5}$$
$$= (-1,5 + 0,5)\cdot e^{-1,5}$$
$$= -1\cdot e^{-1,5}$$
$$= -0,223$$

oder (mit mehr Arbeit):
Wendestelle suchen

g) $h(x) = (x+a)\cdot e^{bx}$ $\quad a > 0$, $b < 0$

$h(0) = 1,2$
$h(0) = (0+a)\cdot e^{0} = a$
$\Rightarrow a = 1,2$
$\Rightarrow h(x) = (x+1,2)\cdot e^{bx}$

$h(6) = 0,3$
$$h(6) = (6+1,2)\cdot e^{6b} = 0,3$$
$$7,2\cdot e^{6b} = 0,3$$
$$e^{6b} = \frac{1}{24} \quad | \ln$$
$$6b = \ln\left(\frac{1}{24}\right)$$
$$b = \frac{1}{6}\cdot \ln\left(\frac{1}{24}\right)$$
$$b \approx -0,5297$$
$$\Rightarrow h(x) = (x+1,2)\cdot e^{-0,5297x}$$

mittlere Steigung:
① für f: $f(10) = 1$
$f(16) = 0,35$

$$m = \frac{0,35 - 1}{6-0} = \frac{-0,65}{6} = -0,1083$$

$$|m| = 0,1083$$

② für h:

$$h(0) = 1,2$$
$$h(6) = 0,3$$

$$m = \frac{0,3 - 1,2}{6-0} = \frac{-0,9}{6} = -0,15$$

$$|m| = 0,15$$

$\Rightarrow$ Der Betrag ist bei h größer

3a) $f(x) = c \cdot e^{kx}$

Daten von 2002 und 2005: $f(0) = 3,3$
$f(3) = 10$

① Gleichung

$$f(0) = c \cdot e^{0} = c \Rightarrow \underline{c = 3,3}$$

$$f(3) = 3,3 \cdot e^{3k} = 10$$
$$e^{3k} = \frac{10}{3,3} = \frac{100}{33} \quad | \ln$$
$$3k = \ln\left(\frac{100}{33}\right)$$
$$k = \frac{1}{3} \cdot \ln\left(\frac{100}{33}\right)$$
$$\underline{k \approx 0,3696}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3,3 \cdot e^{0,3696x}$$

② Jahr 2010

$2010 \hat{=} x = 8$

$$f(8) = 3{,}3 \cdot e^{0{,}3696 \cdot 8} = 3{,}3 \cdot e^{2{,}9568}$$
$$\approx 63{,}48$$

$\Rightarrow$ 63,48 Millionen

③ 30 Mio

$$3{,}3 \cdot e^{0{,}3696x} = 30$$
$$e^{0{,}3696x} = \frac{30}{3{,}3} = \frac{300}{33} = \frac{100}{11} \quad | \ln$$
$$0{,}3696\,x = \ln\left(\frac{100}{11}\right)$$
$$x = \frac{\ln\left(\frac{100}{11}\right)}{0{,}3696}$$

$$x \approx 5{,}97$$

$\Rightarrow$ fast 6 Jahre später
(Ende 2008)

④ Der Grenzwert von f für $x \to \infty$ ist gleich $+\infty$.
Der Funktionswert würde also relativ schnell größer werden als die Zahl der Menschen in Deutschland & als die Zahl der überhaupt möglichen DSL-Anschlüsse.

b) ① Werte für 2002 und 2005

2002 $\hat{=}$ $x=0$

2005 $\hat{=}$ $x=3$

$$f(0) = \frac{105}{3+32} = \frac{105}{34} = 3{,}088$$

$$f(3) = \frac{105}{3+32\cdot e^{-1,5}} = 10{,}355$$

gegebene Werte 2002 : 3,3
2005 : 10

② Wert für 2010

2010 $\hat{=}$ $x=8$

$$f(8) = \frac{105}{3+32\cdot e^{-4}} \approx 29{,}28$$

$\Rightarrow$ 29,28 Millionen

③ Grenzwert

$$\lim_{x\to\infty} \frac{105}{3+32\cdot e^{-0,5x}} = \frac{105}{3} = 35$$

Bedeutung: Die Anzahl der Anschlüsse wird sich auf lange Sicht bei 35 Mio. einpendeln.
D.h.: 5 Millionen Haushalte (wenn 1 Anschluss = 1 Haushalt gilt) werden ohne Anschluss bleiben

c) $g(x) = \frac{105}{3+32\cdot e^{-0,5x}}$ Quotientenregel

$$g'(x) = \frac{0\cdot(3+32\cdot e^{-0,5x}) - 105\cdot(3+3e^{-0,5x})'}{(3+32\cdot e^{-0,5x})^2}$$

$$= \frac{-105\cdot 3\cdot(-0,5)\cdot e^{-0,5x}}{(3+32\cdot e^{-0,5x})^2}$$ Kettenregel

$$= \frac{157,5\cdot e^{-0,5x}}{(3+32\cdot e^{-0,5x})^2}$$

Bedeutung: momentane Veränderungsrate
momentaner Zuwachs an Anschlüssen
zu einem bestimmten Zeitpunkt
(aber gemessen in Anschlüsse / Jahr)

d) ① Maximum
ca. HP(4,75 | 4,3)

② Bedeutung
Dieser HP ist der Wendepunkt von g.
Er beschreibt den Zeitpunkt, wo der
momentane Zuwachs seinen höchsten
Wert erreicht
⇒ bis dahin beschleunigt sich der Ausbau
der Anschlüsse
ab diesem Zeitpunkt verlangsamt
sich dieser Prozess

Lösungsweg

Es handelt sich um den Wendepunkt von g

$\Rightarrow$ • Notw. Bed. $g''(x) = 0$
Bestimmung der Nullstelle von g''

• Hinreichl. Bed. $g''(x) = 0 \wedge g'''(x) \neq 0$
Einsetzung der soeben bestimmten NS in g'''
Das Ergebnis sollte negativ sein

• Berechnung des y-Wertes durch Einsetzen in $g(x)$

e) ① $h(x) = 70 \cdot \ln(3e^{0,5x} + 32)$

$$h'(x) = 70 \cdot \frac{1}{3e^{0,5x} + 32} \cdot (3e^{0,5x} + 32)'$$

$$= \frac{70}{3e^{0,5x} + 32} \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot e^{0,5x}$$

$$= \frac{70}{3e^{0,5x} + 32} \cdot 1,5 \cdot e^{0,5x}$$

$$= \frac{105\, e^{0,5x}}{3e^{0,5x} + 32}$$

$$= \frac{e^{0,5x} \cdot (105)}{e^{0,5x} \cdot \left(3 + \frac{32}{e^{0,5x}}\right)}$$

$$= \frac{105}{3 + 32/e^{0,5x}} = \frac{105}{3 + 32 \cdot e^{-0,5x}} = g(x)$$

(11) 2004 bis 2006 $\hat{=}$ von $x=2$ bis $x=4$
2008 bis 2010 $\hat{=}$ von $x=6$ bis $x=8$

$$h(2) = 70 \cdot \ln(3 \cdot e^1 + 32) = 258{,}49$$
$$h(4) = 70 \cdot \ln(3e^2 + 32) = 279{,}45$$
$$h(6) = 70 \cdot \ln(3e^3 + 32) = 316{,}72$$
$$h(8) = 70 \cdot \ln(3e^4 + 32) = 369{,}39$$

Einnahmen 2004-2006:
$$279{,}45 - 258{,}49 = 20{,}96$$
Einnahmen 2008 bis 2010:
$$369{,}39 - 316{,}72 = 52{,}67$$

$$\frac{52{,}67}{20{,}96} = 2{,}51$$

$\Rightarrow$ Faktor 2,51

4) (1a) $f(x) = \dfrac{2e^x}{e^x + 9}$

$$f(0) = \frac{2 \cdot e^0}{e^0 + 9} = \frac{2}{1+9} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

$\Rightarrow S_y(0/0{,}2)$

$f(x) = 0$

$$\frac{2e^x}{e^x+9} = 0 \quad | \cdot (e^x + 9)$$

$$2e^x = 0 \quad ↯$$

(1b) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2e^x}{e^x + 9} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{e^x \cdot (2)}{e^x \cdot (1 + \frac{9}{e^x})}$

$= \lim\limits_{x \to \infty} \frac{2}{1 + \frac{9}{e^x}} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{2}{1 + 9 \cdot e^{-x}} = 2$

da $\lim\limits_{x \to \infty} 9e^{-x} = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2e^x}{e^x + 9} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2}{1 + 9 \cdot e^{-x}} = 0$

da $\lim\limits_{x \to \infty} 9e^{-x} = \infty$

(1c) $f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 9}$

$f'(x) = \frac{2e^x \cdot (e^x + 9) - 2e^x \cdot e^x}{(e^x + 9)^2}$

$= \frac{2e^{2x} + 18e^x - 2e^{2x}}{(e^x + 9)^2}$

$= \frac{18e^x}{(e^x + 9)^2}$

$f'(x) = \frac{18e^x}{(e^x + 9)^2} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$,

da $e^x > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ f ununterbrochen streng monoton wachsend

(1d) $f'(0) = \frac{18e^0}{(e^0 + 9)^2} = \frac{18}{10^2} = \frac{18}{100} = 0{,}18$

$\Rightarrow t(x) = 0{,}18x + b$

$S(0|0{,}2)$ auf $t \Rightarrow t(0) = 0{,}2$

$\Rightarrow 0{,}18 \cdot 0 + b = 0{,}2$

$b = 0{,}2$

$\Rightarrow t(x) = 0{,}18x + 0{,}2$

2a) $f(0) = 0{,}2$

$$f(2) = \frac{2e^2}{e^2+9} = \frac{14{,}77\ldots}{16{,}389\ldots} = 0{,}90$$

$\Rightarrow 0{,}9 - 0{,}2 = 0{,}7$

$\Rightarrow 70$ cm

2b) $f(x) = 1{,}5$

$$\frac{2e^x}{e^x+9} = 1{,}5 \quad | \cdot (e^x+9)$$

$2e^x = 1{,}5e^x + 13{,}5 \quad | -1{,}5e^x$

$0{,}5e^x = 13{,}5$

$e^x = 27 \quad | \ln$

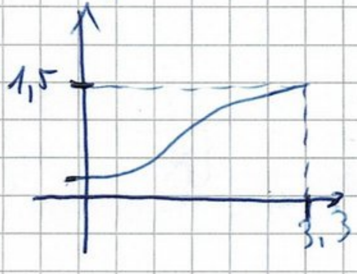
$x = \ln(27)$

$x = 3{,}2958\ldots$

$x \approx 3{,}3$

$\Rightarrow$ ca. 3,3 Monate

graphisch: Schnittpunkt von $y = 1{,}5$ und f suchen



(2c) gesucht: Wendepunkt

Der Wendepunkt liegt bei ca. $x_n = 2$

$$f'(2) = \frac{18 \cdot e^2}{(e^2+9)^2} = \frac{133{,}003...}{268{,}60...} \approx 0{,}5$$

$\Rightarrow$ ca. 0,5 m/Monat

$\hat{=}$ ca. 50 cm/Monat

$\hat{=}$ ca. $\frac{50}{30}$ cm/Tag

(2d) Nullstelle von A:

$$0{,}18x + 0{,}2 = 0$$
$$0{,}18x = -0{,}2$$
$$x = -\frac{20}{18} = -1{,}\overline{1}$$

Die Annahme würde voraussetzen, dass das Aussäen mehr als einen Monat vorher war. Es war aber 2 Wochen vorher. ↯

(2e) Bei (I) würde der ganze Graph nach links oder rechts verschoben. Am Anfang sollen die Werte aber gleich sein.

Bei (II) werden alle Werte ver-k-facht. Am Anfang sollen die Werte aber gleich sein

(2f)

$$g(x) = f(2x)$$

$$\frac{2e^{4x}}{e^{4x}+9} = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+9}$$

$$\Rightarrow k = 2$$

5a) $f(3) = 20 \cdot e^{0{,}1 \cdot 3} = 20 \cdot e^{0{,}3} = 26{,}997\ldots$

$\approx 27\ mm^2$

b) $60 = 20 \cdot e^{0{,}1x}$

$3 = e^{0{,}1x} \quad | \ln$

$\ln(3) = 0{,}1x$

$10 \cdot \ln(3) = x$

$10{,}99\ h \approx x$

c) $f'(x) = 20 \cdot 0{,}1 \cdot e^{0{,}1x} = 2 \cdot e^{0{,}1x}$

$f'(2) = 2 \cdot e^{0{,}2} = 2{,}44\ mm^2/h$

d) $g(x) = 20 \cdot e^{0{,}1x - 0{,}005x^2}$

$g'(x) = 20 \cdot (0{,}1 - 0{,}01x) \cdot e^{0{,}1x - 0{,}005x^2}$

$= (2 - 0{,}2x) \cdot e^{0{,}1x - 0{,}005x^2}$

Notw. Bed.: $g'(x) = 0$

$(2 - 0{,}2x) \cdot e^{0{,}1x - 0{,}005x^2} = 0$

$2 - 0{,}2x = 0$ oder $e^{0{,}1x - 0{,}005x^2} = 0$ $\lightning$

$2 = 0{,}2x$

$10 = x$

Hinr. Bed.: $g'(x)=0$ und VZW von g'

$$g'(9) = (2-0{,}2\cdot 9)\cdot e^{0{,}1\cdot 9-0{,}005\cdot 9^2}$$
$$= (2-1{,}8)\cdot e^{0{,}9-0{,}005\cdot 81}$$
$$= 0{,}2\cdot e^{0{,}9-0{,}005\cdot 81} > 0$$

$$g'(11) = (2-0{,}2\cdot 11)\cdot e^{0{,}1\cdot 11-0{,}005\cdot 11^2}$$
$$= (2-2{,}2)\cdot e^{1{,}1-0{,}005\cdot 121}$$
$$= -0{,}2\cdot e^{1{,}1-0{,}005\cdot 121} < 0$$

$\Rightarrow$ HP bei $x=10$

$\Rightarrow$ Nach 10 h

e) $g(0)=20$

$$20 = 20\cdot e^{0{,}1x-0{,}005x^2}$$
$$1 = e^{0{,}1x-0{,}005x^2} \quad | \ln$$
$$0 = 0{,}1x-0{,}005x^2$$
$$0 = x\cdot(0{,}1-0{,}005x)$$

$x_1=0$ $\qquad 0{,}1-0{,}005x=0$

$$-0{,}005x=-0{,}1$$
$$x=20$$

$\Rightarrow$ nach 20 h

f) g ist achsensymmetrisch zu $x=10$

6 d) $h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$

$$\lim_{x \to -\infty} 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} = 0$$

Der Graph nähert sich immer weiter von oben kommend der x-Achse an

e) $h'(x) = 10x \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} + 5x^2 \cdot (2x^2) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$

$= 10x\, e^{\frac{2}{3}x^3} + 10x^4\, e^{\frac{2}{3}x^3}$

$= (10x + 10x^4) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$

$= 10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$

f) Notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} = 0$

$10x = 0$ oder $1 + x^3 = 0$ oder $e^{\frac{2}{3}x^3} = 0$

$x_1 = 0$ $\quad x^3 = -1$ $\quad$ ↯

$x_2 = -1$

Hinr. Bed.: $h'(x) = 0$ und Vorzeichenwechsel von h'

$h'(-2) = (10 \cdot (-2) + 10 \cdot (-2)^4) \cdot e^{\frac{2}{3} \cdot (-2)^3}$

$= (-20 + 160) \cdot e^{-\frac{2}{3} \cdot 8}$

$= 140 \cdot e^{-\frac{16}{3}} > 0$

$h'(-\frac{1}{2}) = (10 \cdot (-\frac{1}{2}) + 10 \cdot (-\frac{1}{2})^4) \cdot e^{\frac{2}{3} \cdot (-\frac{1}{2})^3}$

$= (-5 + 10 \cdot \frac{1}{16}) \cdot e^{-\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8}}$

$= (-5 + \frac{10}{16}) \cdot e^{-\frac{2}{24}} < 0$

$h'(1) = (10 + 10) \cdot e^{2/3}$
$= 20 \cdot e^{2/3} > 0$

$\Rightarrow$ HP bei $x = -1$
TP bei $x = 0$

y-Werte:

$h(-1) = 5 \cdot (-1)^2 \cdot e^{\frac{2}{3} \cdot (-1)^3}$
$= 5 \cdot e^{-2/3}$

$h(0) = 5 \cdot 0^2 \cdot e^0 = 0$

$\Rightarrow$ HP$(-1 / 5 \cdot e^{-2/3})$
TP$(0/0)$

g) mittl. Steigung g_2

$g(-1) = \frac{5}{2} \cdot (-1)^2 \cdot (2 \cdot (-1) + 3)$
$= \frac{5}{2} \cdot (-2 + 3)$
$= \frac{5}{2}$

$g(0) = 0$

$\Rightarrow m_g = 5/2$

mittl. Steigung h

$h(-1) = 5 \cdot e^{-2/3}$
$h(0) = 0$

$\Rightarrow m_h = 5e^{-2/3} = 2{,}57$

$\frac{2{,}5}{2{,}57} = 0{,}9728 \qquad 1 - 0{,}9728 = 0{,}0272$

$\Rightarrow 2{,}72\,\%$

h) $(h(1)-g(1)) \cdot (h(2)-g(2)) < 0$

$\Rightarrow$ entweder $h(1)-g(1) < 0$
oder $h(2)-g(2) < 0$

$\Rightarrow$ Es gibt einen Schnittpunkt der beiden Funktionen.
Auf der einen Seite dieses Punktes liegt g über h (die Differenz wird negativ), auf der anderen h über g (Differenz positiv)

i) $h(x) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$
Es gibt nur eine NS: $x = 0$
Es gibt aber keinen Vorzeichenwechsel von h

$\Rightarrow$ i muss einen Sattelpunkt bei $x = 0$ haben & ansonsten permanent wachsen
$\Rightarrow$ Graph I