AUFGABEN

Aufgabe 1

Wir werfen einen normalen sechsseitigen Würfel 1-mal. Die Flächen des Würfels sind mit den Zahlen 1; 2; 3; 4; 5 und 6 beschriftet.

a) Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass man als Ergebnis die Zahl 5 erhält.
b) Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass man als Ergebnis eine ungerade Zahl erhält.
c) Gib ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit gleich $\frac{1}{3}$ ist.

Aufgabe 2

Wir werfen einen normalen sechsseitigen Würfel 2-mal. Seine Flächen sind mit den Zahlen 1; 2; 3; 4; 5 und 6 beschriftet.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man zuerst eine 1 und dann eine 3 erhält.
b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man nur Primzahlen erhält.
c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man genau 1-mal die 3 erhält.
d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man genau 1-mal eine gerade Zahl erhält.

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man niemals die 5 erhält.

f) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man mindestens 1-mal die 6 erhält.

g) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der 2. Wurf eine 4 ist.

Aufgabe 3

Wir werfen einen normalen sechsseitigen Würfel 5-mal. Die Flächen des Würfels sind mit den Zahlen 1; 2; 3; 4; 5 und 6 beschriftet.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man nie die 6 erhält.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man mindestens 1-mal die 6 erhält.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man höchstens 1-mal die 6 erhält.

Aufgabe 4

Wir haben eine Urne, in der sich 10 Kugeln befinden. Davon sind 5 rot, 3 weiß und 2 schwarz. Wir ziehen 2-mal <u>ohne</u> Zurücklegen.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, beide Male eine weiße Kugel zu ziehen.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, genau eine rote Kugel zu ziehen.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man nie eine schwarze Kugel zieht.

d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, mindestens eine rote Kugel zu ziehen.

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, beide Male dieselbe Farbe zu ziehen

Aufgabe 5

Wir werfen eine manipulierte Münze 3-mal. Bei einem Wurf ergibt sich mit 60% Wahrscheinlichkeit „Kopf" (und „Zahl" mit 40%)

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man 3-mal „Kopf" erhält.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man genau 2-mal „Kopf" erhält.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man genau 1-mal „Kopf" erhält.

d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man nie „Kopf" erhält

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man mindestens 1-mal „Kopf" erhält.

f) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man mehr als 1-mal „Kopf" erhält.

g) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man als 2. Wurf „Kopf" erhält.

Aufgabe 6

Wir werfen eine nicht-manipulierte Münze. Bei einem Wurf erhalten wir mit 50% Wahrscheinlichkeit „Kopf".

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man bei 2 Würfen jedes Mal „Kopf" erhält.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man bei 3 Würfen jedes Mal „Kopf" erhält.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man bei 4 Würfen jedes Mal „Kopf" erhält.

d) Bestimme, wie oft man die Münze werfen muss, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, nur „Kopf" zu erhalten, gleich 1,5625% ist.

Aufgabe 7

Wir drehen ein Glücksrad 3-mal. Das Glücksrad hat zwei (mit 1 und 2 beschriftete) Felder. Feld 1 umfasst 7/10 der Fläche

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, jedes Mal die 1 zu erhalten.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, genau 1-mal die 2 zu erhalten.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, die 1 nie zu erhalten.

d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, die 1 mindestens 1-mal zu erhalten.

e) Gib ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit gleich $0{,}3^2 \cdot 0{,}7$ ist

Aufgabe 8

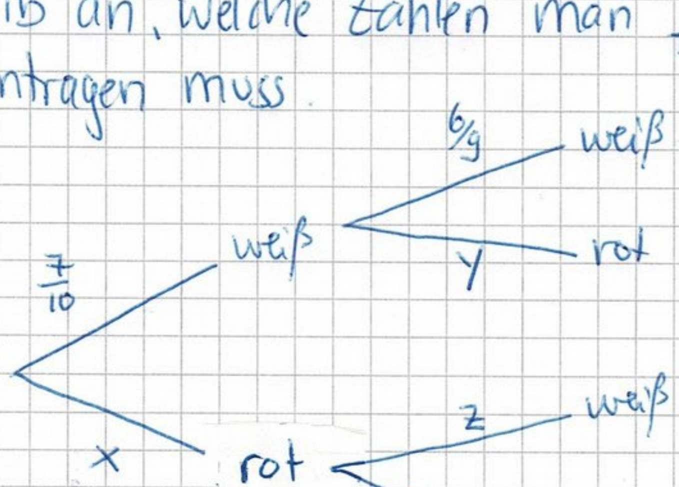
Gegeben sind zwei Urnen. In der ersten Urne sind 3 weiße und 2 blaue Kugeln. In der zweiten sind 2 weiße und 4 blaue. Wir ziehen zuerst eine Kugel aus der ersten Urne und dann eine Kugel aus der zweiten Urne.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, 2 weiße Kugeln zu ziehen.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, genau eine weiße Kugel zu ziehen.

Aufgabe 9

Gegeben ist das folgende Baumdiagramm. Gib an, welche Zahlen man für x, y und z eintragen muss.



Aufgabe 10

Wir spielen das folgende Glücksspiel:
Der Einsatz beträgt 3 Euro. Wir werfen 1-mal einen normalen Würfel (dessen Flächen mit 1; 2; 3; 4; 5 und 6 beschriftet sind). Wenn das Ergebnis gleich 4, 5 oder 6 ist, so geht der Einsatz verloren. Wenn das Ergebnis gleich 2 oder 3 ist, so erhält man den Einsatz zurück. Wenn das Ergebnis gleich 1 ist, so werden 9 Euro ausgezahlt an den Spieler (und dieser macht 6 € Gewinn).

a) Bestimme, mit welchem durchschnittlichen Gewinn bzw. Verlust ein Spieler auf lange Sicht zu rechnen hat.

b) Bestimme, wie der Einsatz verändert werden muss, damit das Spiel fair ist (also durchs. Gewinn 0 Euro)

Aufgabe 11

An einem Tisch gibt es 5 Stühle. Drei Personen wollen sich an den Tisch setzen. Bestimme, wie viele Möglichkeiten es gibt, die 3 Personen auf die 5 Plätze zu verteilen.

Aufgabe 12

Herr Tiex hat 4 Bücher, die er nebeneinander in ein Regal einordnen möchte. Die Reihenfolge der Bücher ist zufällig. Bestimme, wie viele verschiedene Reihenfolgen es für die 4 Bücher gibt.

LÖSUNGEN

Aufgabe 1

a) $P(5) = \frac{1}{6}$

b) $P(\text{ungerade}) = \frac{1}{2}$

c) Ereignis: Man erhält als Ergebnis eine Zahl größer als 4

Aufgabe 2

a) $\xrightarrow{1/6} 1 \xrightarrow{1/6} 3$

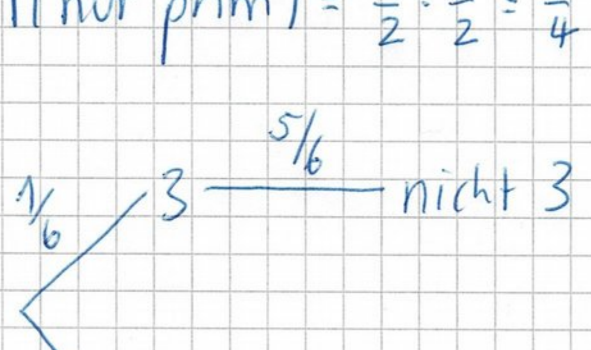
$P(1;3) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

b) Primzahlen: 2; 3; 5

$\xrightarrow{1/2} \text{prim} \xrightarrow{1/2} \text{prim}$

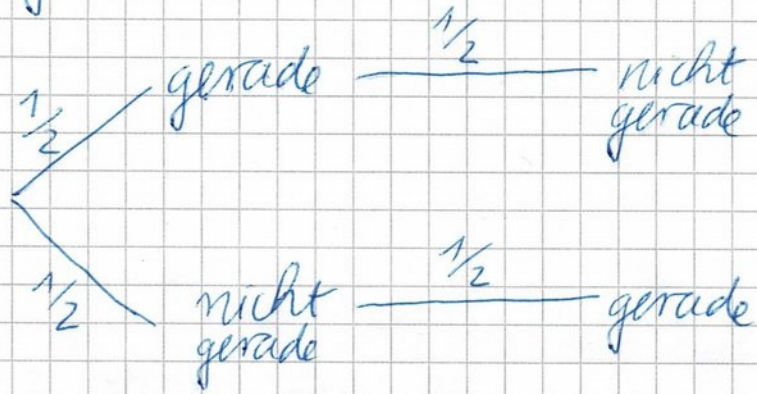
$P(\text{nur prim}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

c)



$P(\text{genau 1-mal } 3) = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

d) gerade Zahlen: 2; 4; 6



$P(\text{genau 1-mal gerade}) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

e) $\xrightarrow{5/6}$ Keine 5 $\xrightarrow{5/6}$ Keine 5

$P(\text{nie die 5}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

f) Gegenereignis: nie die 6

$\xrightarrow{5/6}$ Keine 6 $\xrightarrow{5/6}$ Keine 6

$P(\text{nie die 6}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

$\Rightarrow P(\text{mind. 1-mal die 6}) = 1 - P(\text{nie die 6})$

$= 1 - \frac{25}{36}$

$= \frac{36}{36} - \frac{25}{36}$

$= \frac{11}{36}$

g) $\xrightarrow{1}$ irgendetwas $\xrightarrow{1/6}$ 4

$P(\text{2. Wurf 4}) = 1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

Aufgabe 3

a) $\xrightarrow{5/6}$ keine 6 $\xrightarrow{5/6}$ keine 6 $\xrightarrow{5/6}$ keine 6 $\xrightarrow{5/6}$ keine 6 $\xrightarrow{5/6}$ keine 6

$$P(\text{nie die } 6) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776}$$

b) Gegenereignis: nie die 6

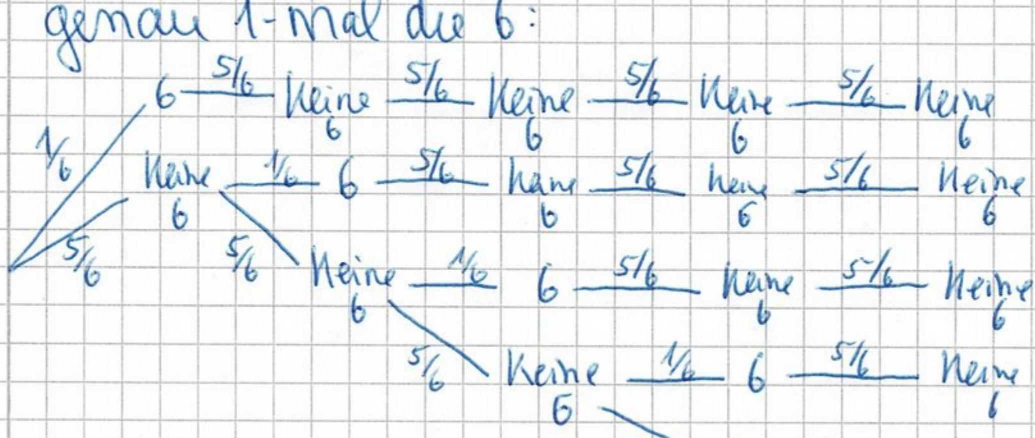
$$P(\text{nie die } 6) = \frac{3125}{7776}$$

$$\Rightarrow P(\text{mind. 1-mal die } 6) = 1 - P(\text{nie die } 6)$$
$$= 1 - \frac{3125}{7776}$$
$$= \frac{7776}{7776} - \frac{3125}{7776}$$
$$= \frac{4651}{7776}$$

c) höchstens 1-mal die 6: nie die 6 oder genau 1-mal die 6

$$P(\text{nie die } 6) = \frac{3125}{7776}$$

genau 1-mal die 6:



$$P(\text{genau 1-mal die 6}) = 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$= 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{625}{1296}$$

$$= \frac{3125}{7776}$$

$$\Rightarrow P(\text{höchst. 1-mal die 6}) = P(\text{nie die 6}) + P(\text{genau 1-mal die 6})$$

$$= \frac{3125}{7776} + \frac{3125}{7776}$$

$$= \frac{6250}{7776} = \frac{3125}{3888}$$

Aufgabe 4

a)

$$\xrightarrow{3/10} \text{weiß} \xrightarrow{2/9} \text{weiß}$$

$$P(WW) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

b)

$$\begin{tikzcd} & \text{rot} \arrow[r, "5/9"] & \text{nicht rot} \\ \cdot \arrow[ur, "5/10"] \arrow[dr, "5/10"'] & & \\ & \text{nicht rot} \arrow[r, "5/9"] & \text{rot} \end{tikzcd}$$

$$P(\text{genau 1-mal R}) = 2 \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{50}{90} = \frac{5}{9}$$

c)

$$\xrightarrow{8/10} \text{nicht schwarz} \xrightarrow{7/9} \text{nicht schwarz}$$

$$P(\text{nie schwarz}) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}$$

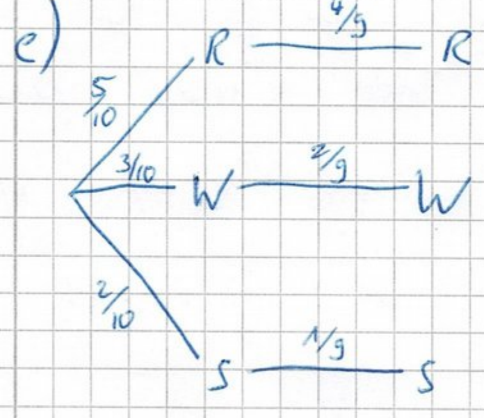
d) Gegenereignis: Keine rote

$\xrightarrow{5/10}$ nicht rot $\xrightarrow{4/9}$ nicht rot

$$P(\text{nie rot}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow P(\text{mind. 1-mal } R) = 1 - P(\text{nie } R)$$
$$= 1 - \frac{2}{9}$$
$$= \frac{9}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

e)

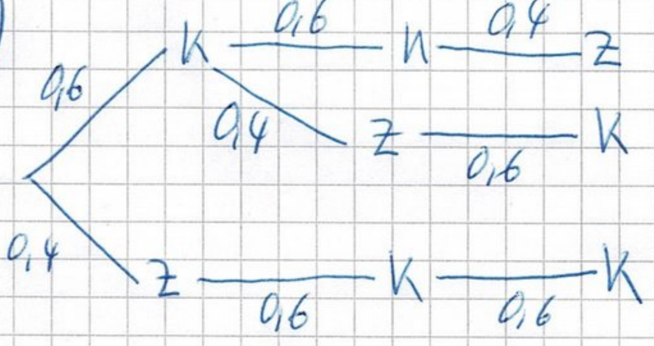


$$P(\text{dieselbe Farbe}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9}$$
$$= \frac{20}{90} + \frac{6}{90} + \frac{2}{90}$$
$$= \frac{28}{90} = \frac{14}{45}$$

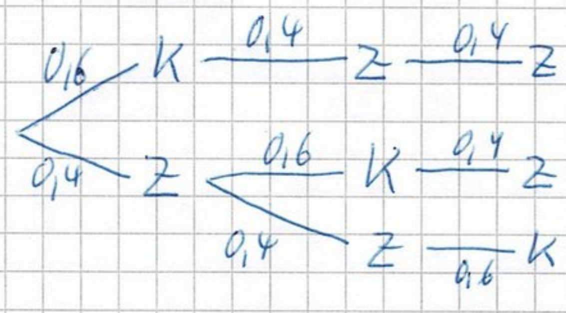
Aufgabe 5

a) $\xrightarrow{0{,}6}$ K $\xrightarrow{0{,}6}$ K $\xrightarrow{0{,}6}$ K

$$P(\text{3-mal } K) = 0{,}6^3 = 0{,}216$$

b) 

$P(\text{genau 2-mal K}) = 3 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}432$

c) 

$P(\text{genau 1-mal K}) = 3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4^2 = 0{,}288$

d) $\xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}4} Z$

$P(\text{nie K}) = 0{,}4^3 = 0{,}064$

e) Gegenereignis: nie K

$P(\text{nie K}) = 0{,}064$

$\Rightarrow P(\text{mind. 1-mal K}) = 1 - P(\text{nie K})$
$= 1 - 0{,}064$
$= 0{,}936$

f) mehr als 1-mal : 2-mal oder 3-mal

$P(\text{mehr als 1-mal K}) = P(\text{2-mal K}) + P(\text{3-mal K})$
$= 0{,}432 + 0{,}216 = 0{,}648$

g) $\xrightarrow{1} \underset{\text{etwas}}{\text{irgend}} \xrightarrow{0{,}6} K \xrightarrow{1} \underset{\text{etwas}}{\text{irgend}}$

$P(\text{2. Wurf K}) = 1 \cdot 0{,}6 \cdot 1 = 0{,}6$

Aufgabe 6

a) $\xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K$

$P(\text{nur } K) = 0{,}5^2 = 0{,}25$

b) $\xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K$

$P(\text{nur } K) = 0{,}5^3 = 0{,}125$

c) $\xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K$

$P(\text{nur } K) = 0{,}5^4 = 0{,}0625$

d) Ausprobieren:

2-mal, 3-mal, 4-mal kann es nicht sein (siehe Ergebnisse oben)

5-mal?

$\xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K$

$P(\text{nur } K) = 0{,}5^5 = 0{,}03125$ (falsch)

6-mal?

$\xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K \xrightarrow{0{,}5} K$

$P(\text{nur } K) = 0{,}5^6 = 0{,}015625$ ✓

$\Rightarrow$ 6-mal

Oder mit einer Formel:

$0{,}5^n = 0{,}015625$

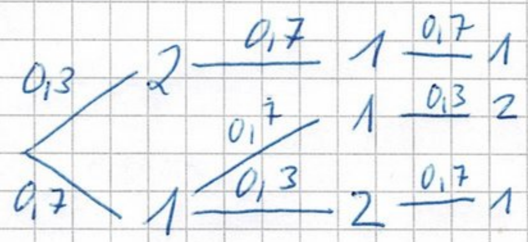
$0{,}5^2 = 0{,}25$
$0{,}5^3 = 0{,}125$
$0{,}5^4 = 0{,}0625$
$0{,}5^5 = 0{,}03125$
$0{,}5^6 = 0{,}015625$ ✓

Aufgabe 7

a) $\xrightarrow{0,7} 1 \xrightarrow{0,7} 1 \xrightarrow{0,7} 1$

P(jedes Mal die 1) $= 0{,}7^3 = 0{,}343$

b)



P(genau 1-mal die 2) $= 3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}441$

c) $\xrightarrow{0,3}$ keine 1 $\xrightarrow{0,3}$ keine 1 $\xrightarrow{0,3}$ keine 1

P(nie die 1) $= 0{,}3^3 = 0{,}027$

d) Gegenereignis: nie die 1)

P(nie die 1) $= 0{,}027$

$\Rightarrow$ P(mind. 1-mal die 1) $= 1 -$ P(nie die 1)
$= 1 - 0{,}027$
$= 0{,}973$

e) $\xrightarrow{0,3} 2 \xrightarrow{0,3} 2 \xrightarrow{0,7} 1$

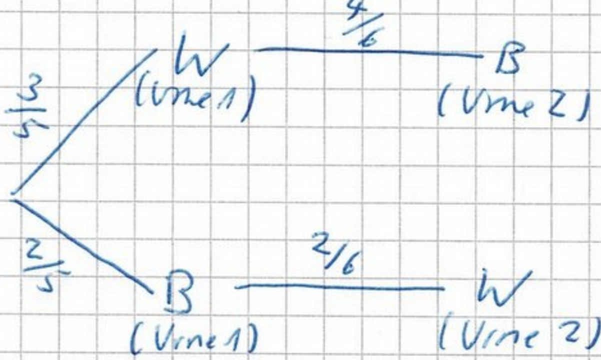
Ereignis: Wir erhalten zuerst die 2 2-mal
und dann die 1

Aufgabe 8

a) $\xrightarrow{3/5}$ W (Urne 1) $\xrightarrow{2/6}$ W (Urne 2)

$P(WW) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

b)



$$P(\text{genau 1-mal } W) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6}$$

$$= \frac{12}{30} + \frac{4}{30}$$

$$= \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

Aufgabe 9

$x = 3/10$

$y = 3/9$

$z = 7/9$

Aufgabe 10

a)

Gewinn / Verlust	−3 €	0	+6 €
Wahrscheinlichkeit	3/6	2/6	1/6

$$E = -3 \cdot \frac{3}{6} + 0 \cdot \frac{2}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = -\frac{9}{6} + \frac{6}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

⇒ Auf lange Sicht macht ein Spieler im Durchschnitt pro Spiel einen halben Euro Verlust

b) neuer Einsatz: a

Gewinn / Verlust	$-a$	0	$9-a$
Wahrs.	$3/6$	$2/6$	$1/6$

$$E = -a \cdot \frac{3}{6} + 0 \cdot \frac{2}{6} + (9-a) \cdot \frac{1}{6} = 0$$

$$-\frac{3}{6}a + (9-a) \cdot \frac{1}{6} = 0$$

$$-\frac{3}{6}a + 9 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{6}a = 0$$

$$-\frac{3}{6}a + \frac{9}{6} - \frac{1}{6}a = 0$$

$$-\frac{3}{6}a + \frac{3}{2} - \frac{1}{6}a = 0$$

$$-\frac{4}{6}a + \frac{3}{2} = 0 \quad \Big| -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{4}{6}a = -\frac{3}{2} \quad \Big| \cdot 6$$

$$-4a = -9 \quad | : (-4)$$

$$a = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

$\Rightarrow$ neuer Einsatz: 2,25 Euro

Aufgabe 11

1. Person	2. Person	3. Person	
5 Möglichkeiten	4 Möglichkeiten	3 Möglichkeiten	
$5 \cdot$	$4 \cdot$	3	$= 60$

$\Rightarrow$ 60 Möglichkeiten

Aufgabe 12

1. Platz	2. Platz	3. Platz	4. Platz	
4 Möglichkeiten	3 Möglichkeiten	2 Mögl.	1 Mögl.	
$4 \cdot$	$3 \cdot$	$2 \cdot$	1	$= 24$

$\Rightarrow$ 24 Reihenfolgen