LÖSUNGEN (Teil B)

Aufgabe 1

a) Scheitelpunkt $S(2|-0{,}5)$
weiterer Punkt des Graphen $A(1/0)$

$g(x) = a\cdot(x-2)^2 - 0{,}5$

$A(1|0)$ auf $g \Rightarrow g(1) = 0$

$$a(1-2)^2 - 0{,}5 = 0$$
$$a\cdot 1 - 0{,}5 = 0$$
$$a - 0{,}5 = 0$$
$$a = 0{,}5$$

$$\Rightarrow g(x) = 0{,}5\cdot(x-2)^2 - 0{,}5$$
$$= 0{,}5\cdot(x^2-4x+4) - 0{,}5$$
$$= 0{,}5x^2 - 2x + 2 - 0{,}5$$
$$= 0{,}5x^2 - 2x + 1{,}5$$

b) 1 zu zeigen: $S(1/0)$ gemeinsamer Punkt

$f(1) = -1^3 + 4\cdot 1^2 - 3\cdot 1 = -1 + 4 - 3 = 0$

$g(1) = 0{,}5\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 1{,}5 = 0{,}5 - 2 + 1{,}5 = 0$

$\Rightarrow$ Behauptung

② restliche gemeinsame Punkte:

$f(x) = g(x)$

$-x^3 + 4x^2 - 3x = 0{,}5x^2 - 2x + 1{,}5$

GTR...

$x_1 = -0{,}5$

$x_2 = 1$

$x_3 = 3$

y-Werte: $f(-0{,}5) = -(-0{,}5)^3 + 4\cdot(-0{,}5)^2 - 3\cdot(-0{,}5)$

$= 2{,}625$

$f(1) = 0$

$f(3) = -3^3 + 4\cdot 3^2 - 3\cdot 3$

$= 0$

$\Rightarrow S_1(-0{,}5 / 2{,}625)$

$S_2(1/0)$

$S_3(3/0)$

c) ① lokale Extrempunkte

$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 3x$

$f'(x) = -3x^2 + 8x - 3$

$f''(x) = -6x + 8$

Notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$-3x^2 + 8x - 3 = 0 \quad | : (-3)$

$x^2 - \frac{8}{3}x + 1 = 0$

$x = \frac{8}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{6}\right)^2 - 1}$

$x_1 = 2{,}22$

$x_2 = 0{,}45$

Hinreichende Bed.: $f'(x)=0$ und $f''(x) \neq 0$

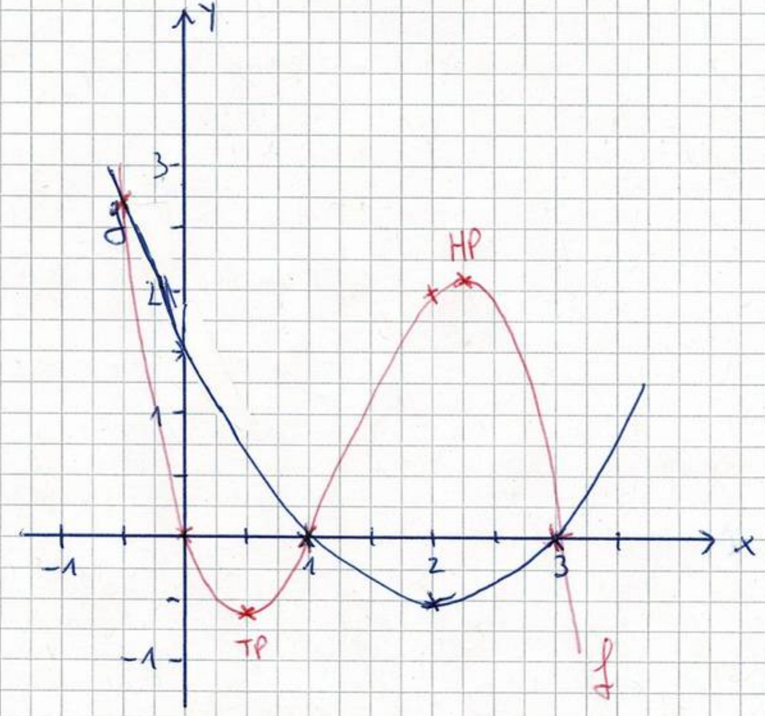
$f''(2{,}22) = -6 \cdot 2{,}22 + 8 = -5{,}32$ HP
$f''(0{,}45) = -6 \cdot 0{,}45 + 8 = 5{,}3$ TP

y-Werte:

$f(2{,}22) = 2{,}11$
$f(0{,}45) = -0{,}63$

$\Rightarrow$ HP $(2{,}22 \mid 2{,}11)$
TP $(0{,}45 \mid -0{,}63)$

② Zeichnung

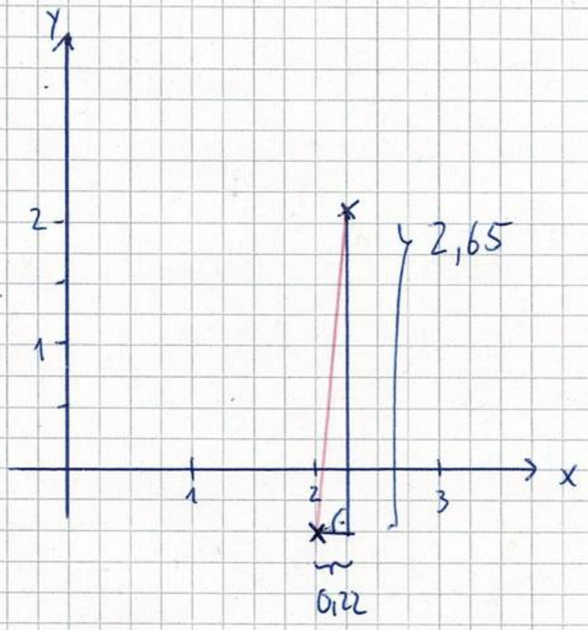


$f(0) = 0$
$f(0{,}5) = -0{,}625$
$f(1) = 0$ $f(1{,}5) = 1{,}125$
$f(2) = 2$

d) nördlichster Punkt: HP von f HP(2,22/2,11)

südlichster Punkt: Scheitelpunkt von g

S(2/-0,5)



Satz des Pythagoras:

$\text{Abstand}^2 = 2{,}65^2 + 0{,}22^2$

$\text{Abstand}^2 = 7{,}0709 \quad |\sqrt{\ }$

$\text{Abstand} = 2{,}6591\ldots$ km

$= 2659{,}1$ m

$\Rightarrow$ Abstand 2659,1 m

e) $A = \int_1^3 f(x) - g(x)\,dx$

$= \int_1^3 -x^3 + 4x^2 - 3x - (0{,}5x^2 - 2x + 1{,}5)\,dx$

$= \int_1^3 -x^3 + 4x^2 - 3x - 0{,}5x^2 + 2x - 1{,}5\,dx$

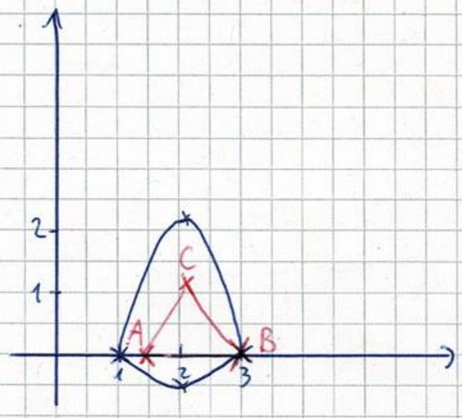
$$= \int_1^3 -x^3 + 3{,}5x^2 - x - 1{,}5 \, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{3{,}5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 1{,}5x\right]_1^3$$

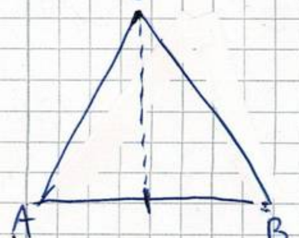
$$= -\frac{1}{4}\cdot 3^4 + \frac{3{,}5}{3}\cdot 3^3 - \frac{1}{2}\cdot 3^2 - 1{,}5\cdot 3 - \left(-\frac{1}{4}\cdot 1^4 + \frac{3{,}5}{3}\cdot 1^3 - \frac{1}{2}\cdot 1^2 - 1{,}5\cdot 1\right)$$

$$= 3{,}33 \text{ km}^2$$

f)



gleichseitiges Dreieck: alle Seiten gleich lang
Umfang insgesamt 5 km
⇒ eine Seite ist $5/3$ km lang



B (3|0)

$5/3$ km nach Westen: $3 - \frac{5}{3} = \frac{15}{3} - \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$

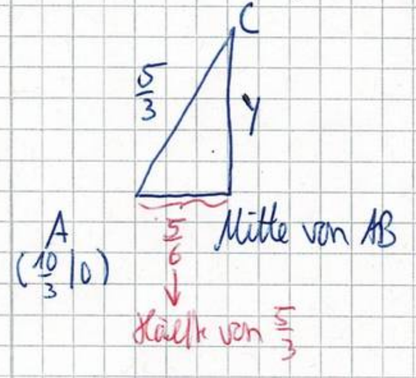
A $\left(\frac{10}{3} \middle| 0\right)$

In einem gleichseitigen Dreieck muss C auf der Mittelsenkrechten zu $\overline{AB}$ liegen

$\Rightarrow C\left(\frac{25}{6} \middle| y\right)$

Mitte zwischen $\frac{10}{3}$ und 3

bzw. $\frac{10}{3}$ und $\frac{15}{3}$: $\frac{12{,}5}{3} = \frac{25}{6}$



$y^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2$

$y^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2$

$y^2 = 2{,}08\overline{3} \quad |\sqrt{\ }$

$y = 1{,}44$

$\Rightarrow C\left(\frac{25}{6} \middle| 1{,}44\right)$

Aufgabe 2

a) ① gesucht: Tiefste Stelle von f

$f(x) = 0{,}0008\,x^4 - 0{,}12\,x^2 + 5$

$f'(x) = 0{,}0032\,x^3 - 0{,}24\,x$

$f''(x) = 0{,}0096\,x^2 - 0{,}24$

Notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$0{,}0032\,x^3 - 0{,}24\,x = 0$

$x \cdot (0{,}0032\,x^2 - 0{,}24) = 0$

$x_1 = 0 \qquad 0{,}0032\,x^2 - 0{,}24 = 0$

$0{,}0032\,x^2 = 0{,}24 \quad |:0{,}0032$

$x^2 = 75 \quad |\sqrt{\ }$

$x_2 = 8{,}66$

$x_3 = -8{,}66$

$-8{,}66$ ist außerhalb des Def. bereichs

Hinr. Bed.: $f'(x)=0$ und $f''(x)\neq 0$

$f''(0) = -0{,}24$ HP

$f''(8{,}66) = 0{,}0096 \cdot 8{,}66^2 - 0{,}24 = 0{,}48$ TP

Ränder und y-Wert

$f(0) = 5$

$f(8{,}66) = 0{,}5$

$f(11) = 2{,}1928$

$\Rightarrow$ TP $(8{,}66 \mid 0{,}5)$

② steilstes Gefälle

gesucht: Extremstellen der Ableitung (bzw. Wendestelle)

$f''(x) = 0{,}0096x^2 - 0{,}24$

$f'''(x) = 0{,}0192x$

Notw. Bed: $f''(x) = 0$

$0{,}0096x^2 - 0{,}24 = 0$

$0{,}0096x^2 = 0{,}24$

$x^2 = 25$

$x_1 = 5$

$x_2 = -5$

-5 ist außerhalb des Def. bereichs

Hinr. Bed: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$

$f'''(5) = 0{,}0192 \cdot 5 = 0{,}096 > 0$

$\Rightarrow$ TP von f' bei $x=5$

Ränder: $f'(0) = 0$
$f'(5) = -0{,}8$
$f'(11) = 1{,}6192$

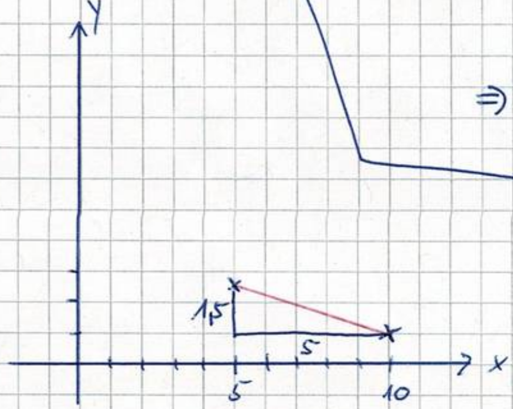
Steigung: $-0{,}8 \triangleq 80\,\%$ Gefälle

b) ① Länge des Seils

$P(5 \mid f(5))$
$Q(10 \mid f(10))$

$f(5) = 2{,}5$
$f(10) = 1$

knickfrei:
links und rechts
derselbe Funktionswert und
dieselbe Ableitung
links: $y = 5$
Ableitung 0
(Konstante)
rechts: $f(0) = 5$
$f'(0) = 0$
$\Rightarrow$ knickfrei



Satz des Pythagoras:

$\text{Länge}^2 = 1{,}5^2 + 5^2$
$\text{Länge}^2 = 27{,}25 \quad | \sqrt{\ }$
$\text{Länge} \approx 5{,}22\ m$

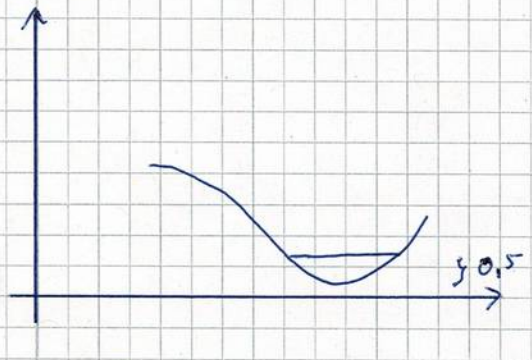
② Das Seil befindet sich immer über
dem Gelände (also dem Boden)
Der Verlauf des Geländes wird von

der Funktion f beschrieben.
Den Verlauf des Seils kann man mit einer Geradengleichung bestimmen.
Das ist möglich, da man 2 Punkte kennt, die zum Verlauf des Seils gehören: $P(5|2,5)$ und $Q(10|1)$.

Der Abstand zwischen dem Seil und dem Boden ist dann gleich $g(x) - f(x)$ (wenn $g(x)$ die obige Geradengleichung ist).
Die Differenz ist selbst eine Funktion:
$h(x) = g(x) - f(x)$.

Das Maximum dieser Funktion h ist gleich der größten Höhe des Seils über dem Boden.

c)



tiefster Punkt der Senke:
Tiefpunkt von f
$TP(8,66/0,5)$

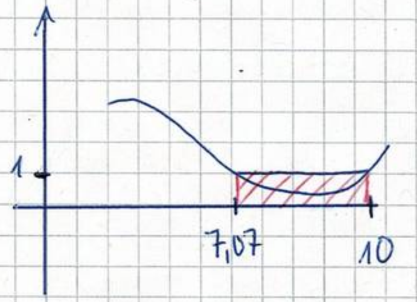
Darauf kommen 0,5 m Sand
⇒ Höhe der Sandoberfläche bezüglich des Koordinatensystems $0,5 + 0,5 = 1$ m

Breite der Sandfläche von links nach rechts:
$f(x) = 1$

$$0{,}0008x^4 - 0{,}12x^2 + 5 = 1$$

GTR...

$$x_1 = 7{,}07$$
$$x_2 = 10$$



$$10 - 7{,}07 = 2{,}93$$

$$A_{\square} = 1 \cdot 2{,}93 = 2{,}93 \text{ m}^2$$

$$A_{Sand} = A_{\square} - \int_{7{,}07}^{10} f(x)\,dx$$

$$\int_{7{,}07}^{10} f(x)\,dx = \int_{7{,}07}^{10} 0{,}0008x^4 - 0{,}12x^2 + 5$$
$$= \left[\frac{0{,}0008}{5}x^5 - \frac{0{,}12}{3}x^3 + 5x\right]_{7{,}07}^{10}$$
$$= 1{,}96 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow A_{Sand} = 2{,}93 - 1{,}96 = 0{,}97 \text{ m}^2$$

Volumen: $V = A_{Sand} \cdot 5 \text{ m}$
$$= 0{,}97 \text{ m}^2 \cdot 5 \text{ m}$$
$$= 4{,}85 \text{ m}^3$$

Aufgabe 3

a) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$TP(0|0) \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow d = 0$

$f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$

$HP(-4|3{,}2) \Rightarrow f(-4) = 3{,}2 \Rightarrow -64a + 16b = 3{,}2$

$f'(-4) = 0 \Rightarrow 48a - 8b = 0$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -64 & 16 & 3{,}2 \\ 48 & -8 & 0 \end{array}\right)$$

GTR

$a = 0{,}1$

$b = 0{,}6$

$\Rightarrow f(x) = 0{,}1x^3 + 0{,}6x^2$

Test der Hinr. Bed.:

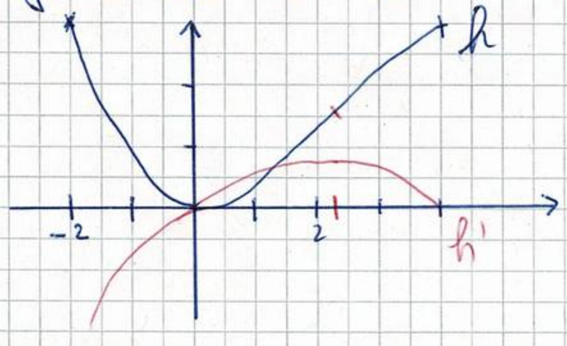
$f'(x) = 0{,}3x^2 + 1{,}2x$

$f''(x) = 0{,}6x + 1{,}2$

$f''(0) = 1{,}2$ TP ✓

$f''(-4) = 0{,}6 \cdot (-4) + 1{,}2 = -1{,}2$ HP ✓

b)



h monoton fallend von -2 bis 0
→ h' negativ

h hat Minimum bei $x=0$
→ h' hat Nullstelle bei $x=0$

h monoton wachsend von 0 bis 4
→ h' positiv

Wendestelle von h bei ca. $x=2$
→ h' Maximum bei $x=2$

h hat Hochpunkt bei $x=4$
→ h' hat Nullstelle bei $x=4$

c) gesucht: Maximum der Steigung (= Ableitung)
bzw. Wendestelle

$h(x) = -0{,}1x^3 + 0{,}6x^2$
$h'(x) = -0{,}3x^2 + 1{,}2x$
$h''(x) = -0{,}6x + 1{,}2$
$h'''(x) = -0{,}6$

Notw. Bed.: $h''(x) = 0$
$-0{,}6x + 1{,}2 = 0$
$-0{,}6x = -1{,}2$
$x = 2$

Hinr. Bed.: $h''(x) = 0$ und $h'''(x) \neq 0$
$h'''(2) = -0{,}6$ HP von h'

Ränder und y-Werte
$h'(0) = 0$ $h'(2) = 1{,}2$ $h'(4) = 0$

$\Rightarrow$ maximale Steigung $1{,}2 \mathrel{\hat=} 120\%$

$\Rightarrow$ Der Käfer kann zum Ufer Nr. 1 gelangen.

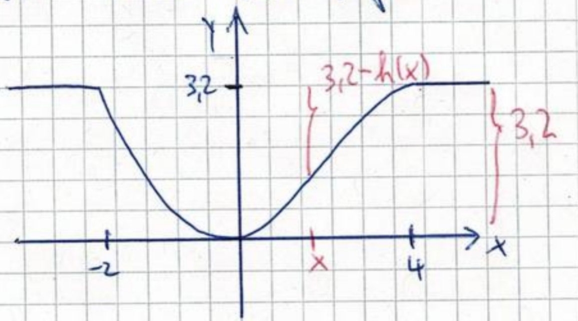
d) $\displaystyle\int_{-2}^{4} 3{,}2 + 0{,}1x^3 - 0{,}6x^2 \, dx$

$= \left[3{,}2x + \frac{0{,}1}{4}x^4 - \frac{0{,}6}{3}x^3\right]_{-2}^{4}$

$= 3{,}2 \cdot 4 + \frac{0{,}1}{4} \cdot 4^4 - \frac{0{,}6}{3} \cdot 4^3 - \left(3{,}2 \cdot (-2) + \frac{0{,}1}{4} \cdot (-2)^4 - \frac{0{,}6}{3} \cdot (-2)^3\right)$

$= 10{,}8$

Der Term $3{,}2 - h(x)$ beschreibt die Entfernung vom Boden der Senke von der Höhe der Ufer.



Das Integral gibt daher die Querfläche des Grabens (wo sich das Wasser befindet) an.

$V = 10{,}8\ m^2 \cdot 2000\ m$

$= 21.600\ m^3$

Aufgabe 4

a) ① $\frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2 = 0$

$x^2 \cdot \left(\frac{1}{12}x^2 - \frac{3}{2}\right) = 0$

$x^2 = 0$

$x_1 = 0$

$\frac{1}{12}x^2 - \frac{3}{2} = 0$

$\frac{1}{12}x^2 = \frac{3}{2} \quad | \cdot 12$

$x^2 = 16 \quad | \sqrt{\ }$

$x_2 = 4$

$x_3 = -4$

$\Rightarrow N_1(0/0)$

$N_2(4/0)$

$N_3(-4/0)$

② Es gibt nur gerade Exponenten

$\Rightarrow$ f ist symmetrisch zur y-Achse

③

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

④ lokale Extrempunkte:

$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2$

$f'(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x$

$f''(x) = x^2 - 3$

$f'''(x) = 2x$

Notw. Bed.: $f'(x)=0$

$$\frac{1}{3}x^3-3x=0$$

$$x\cdot\left(\frac{1}{3}x^2-3\right)=0$$

$x_1=0$ $\quad$ $\frac{1}{3}x^2-3=0$

$$\frac{1}{3}x^2=3$$

$$x^2=9$$

$$x_2=3$$

$$x_3=-3$$

Hinr. Bed.: $f'(x)=0$ und $f''(x)\neq 0$

$f''(0)=-3$ $\quad$ HP

$f''(-3)=9-3=6$ $\quad$ TP

$f''(3)=9-3=6$ $\quad$ TP

y-Werte: $f(0)=0$

$$f(-3)=\frac{1}{12}\cdot(-3)^4-\frac{3}{2}\cdot(-3)^2$$

$$=\frac{1}{12}\cdot 81-\frac{3}{2}\cdot 9$$

$$=-6{,}75$$

$f(3)=-6{,}75$ (Symmetrie)

$\Rightarrow$ HP $(0|0)$

$TP_1(-3|-6{,}75)$

$TP_2(3|6{,}75)$

⑤ Wendepunkte

Notw. Bed.: $f''(x)=0$

$$x^2-3=0$$

$$x^2=3$$

$$x_1=1{,}73$$

$$x_2=-1{,}73$$

Hinr. Bed.: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$

$f'''(1{,}73) = 2 \cdot 1{,}73 \neq 0$

$f'''(-1{,}73) = 2 \cdot (-1{,}73) \neq 0$

$\Rightarrow$ Wendepunkte

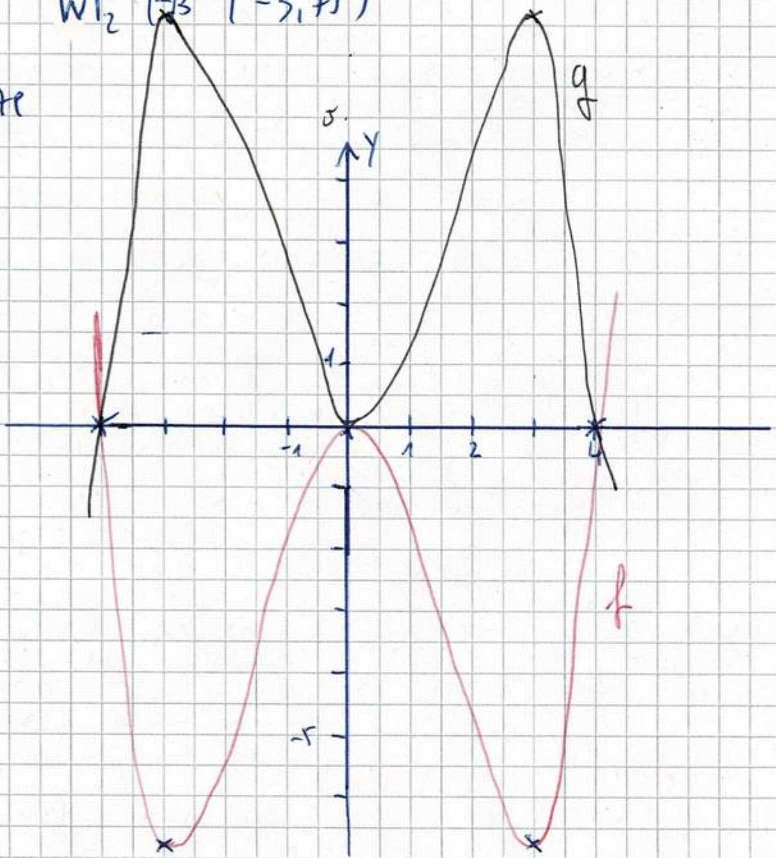
y-Werte: $f(1{,}73) = -3{,}75$

$f(-1{,}73) = -3{,}75$

$WP_1 (\sqrt{3} \mid -3{,}75)$

$WP_2 (-\sqrt{3} \mid -3{,}75)$

⑥ Skizze



⑦ Werte von c

$c = -6{,}75$

$c > 0$

b) ① $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2$

$F(x) = \frac{1}{60}x^5 - \frac{1}{2}x^3 + c$

$P(0|3)$ auf $F \Rightarrow F(0) = 3$

$\Rightarrow \frac{1}{60}\cdot 0 - \frac{1}{2}\cdot 0 + c = 3$

$\Rightarrow c = 3$

$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{60}x^5 - \frac{1}{2}x^3 + 3$

② Gleichung:

$g(x) = -1 \cdot f(x)$
$= -1 \cdot \left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2\right)$
$= -\frac{1}{12}x^4 + \frac{3}{2}x^2$

③ Fläche

$A = \int_0^4 g(x) - f(x)\,dx = \int_0^4 -\frac{1}{12}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - \left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2\right) dx$

$= \int_0^4 -\frac{1}{6}x^4 + 3x^2\,dx = \left[-\frac{1}{30}x^5 + x^3\right]_0^4$

$= -\frac{1}{30}\cdot 4^5 + 4^3 - 0 = 29{,}8\overline{6}$ FE

c) ① $f(\sqrt{3}) = -3{,}75 \Rightarrow R(\sqrt{3}\,|\,-3{,}75)$

$f'(x) = \frac{1}{3}\cdot x^3 - 3x \quad f'(\sqrt{3}) = \frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}^3 - 3\cdot\sqrt{3} = -3{,}46$

$\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}^3 - 3\cdot\sqrt{3} = \sqrt{3} - 3\cdot\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$

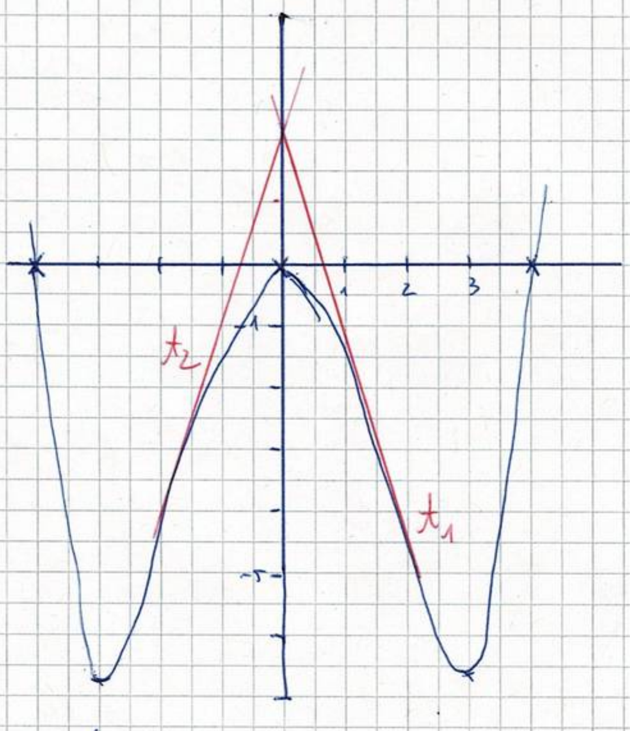
$\Rightarrow t_1(x) = -2\sqrt{3}\,x + b$

$R(\sqrt{3} \mid -3{,}75)$ auf $t_1 \Rightarrow t_1(\sqrt{3}) = -3{,}75$

$$-2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} + b = -3{,}75$$
$$-6 + b = -3{,}75$$
$$b = 2{,}25 = \frac{9}{4}$$

$\Rightarrow t_1(x) = -2\sqrt{3}\,x + \frac{9}{4}$

②



③ $B(-\sqrt{3} \mid -3{,}75)$ (Symmetrie!)

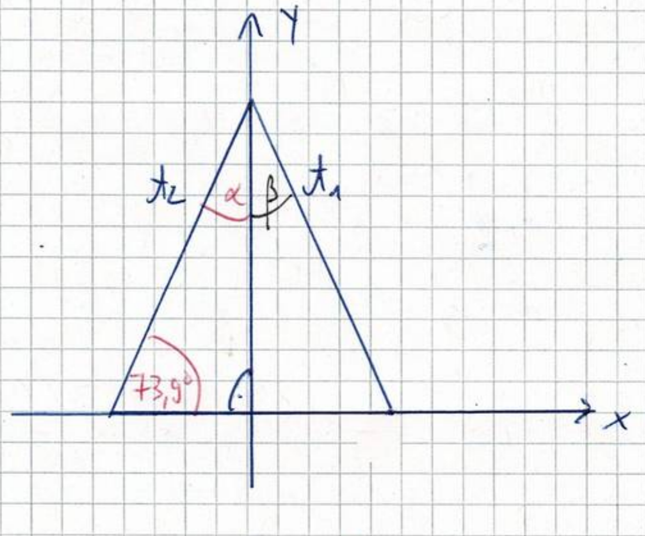
④ $S(0 \mid \frac{9}{4})$

⑤ Winkel:

Steigung der Tangente t_2:

$2\sqrt{3}$

$\tan^{-1}(2\sqrt{3}) \approx 73{,}9°$



$\Rightarrow \alpha = 180° - 73{,}9° - 90° = 16{,}1°$

β ist wegen der Symmetrie so groß wie α

$\Rightarrow$ Schnittwinkel $2 \cdot 16{,}1° = 32{,}2°$

Aufgabe 5

a) $f(x) = \frac{6}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^3 = 1{,}5x^2 - 0{,}25x^3$

① Schnittpunkte mit den Achsen

$S_y(0|0)$ Y-Achse

$1{,}5x^2 - 0{,}25x^3 = 0$

$x^2 \cdot (1{,}5 - 0{,}25x) = 0$

$x_1 = 0$ $\quad 1{,}5 = 0{,}25x$

$x_2 = 6$

$N_1(0|0)$ $\quad N_2(6|0)$ x-Achse

② Extrempunkte

$f(x) = 1{,}5x^2 - 0{,}25x^3$

$f'(x) = 3x - 0{,}75x^2$

$f''(x) = 3 - 1{,}5x$

$f'''(x) = -1{,}5$

Notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$3x - 0{,}75x^2 = 0$

$x \cdot (3 - 0{,}75x) = 0$

$x_1 = 0 \qquad 3 = 0{,}75x$

$4 = x_2$

Hinr. Bed.: $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$

$f''(0) = 3$ TP

$f''(4) = 3 - 1{,}5 \cdot 4 = -3$ HP

y-Werte: $f(0) = 0$ TP$(0/0)$

$f(4) = 8$ HP$(4/8)$

③ Wendepunkte

Notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$3 - 1{,}5x = 0$

$3 = 1{,}5x$

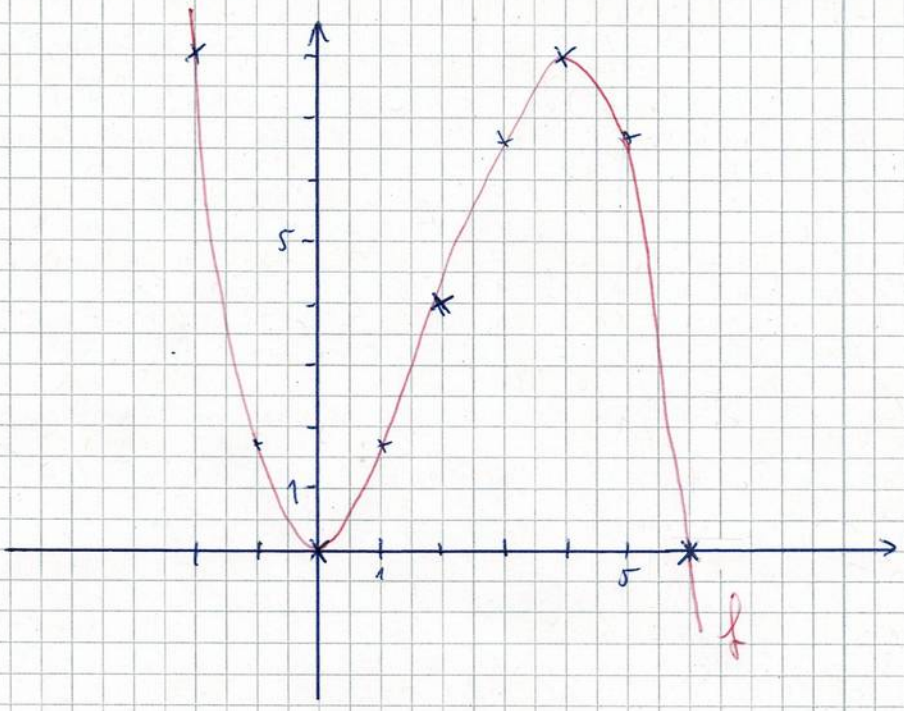
$2 = x$

Hinr. Bed.: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$

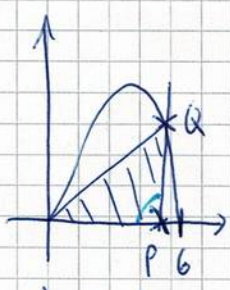
$f'''(2) = -1{,}5 \neq 0$

y-Wert: $f(2) = 4$

$\Rightarrow$ WP$(2|4)$



b)



Extremwertaufgabe

$$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot f(q)$$
$$= \frac{1}{2} \cdot q \cdot (1{,}5q^2 - 0{,}25q^3)$$
$$= 0{,}5q \cdot (1{,}5q^2 - 0{,}25q^3)$$
$$= 0{,}75q^3 - 0{,}125q^4$$

$A(q) = 0{,}75q^3 - 0{,}125q^4$
$A'(q) = 2{,}25q^2 - 0{,}5q^3$
$A''(q) = 4{,}5q - 1{,}5q^2$

Notw. Bed.: $A'(q) = 0$

$2{,}25q^2 - 0{,}5q^3 = 0$

$q^2 \cdot (2{,}25 - 0{,}5q) = 0$

$q_1 = 0$ $\qquad 2{,}25 = 0{,}5q$

$4{,}5 = q_2$

Hinr. Bed.: $A'(q)=0$ und $A''(q)\neq 0$

$A''(4,5) = 4,5\cdot 4,5 - 1,5\cdot 4,5^2 = -10,125$ HP

Ränder:

$A(0) = 0$

$A(4,5) = 0,75\cdot 4,5^3 - 0,125\cdot 4,5^4 \approx 17,086$

$A(6) = 0,75\cdot 6^3 - 0,125\cdot 6^4 = 0$

$f(4,5) = 7,59375$

$\Rightarrow Q(4,5 \mid 7,59375)$

c) Wendetangente = Tangente durch den Wendepunkt

① WP $(2|4)$

$f'(2) = 3$

$\Rightarrow t(x) = 3x + b$

WP$(2|4)$ auf $t \Rightarrow t(2) = 4$

$3\cdot 2 + b = 4$

$6 + b = 4$

$b = -2$

$\Rightarrow t(x) = 3x - 2$

② senkrecht schneiden

$g(x)$ schneide t senkrecht

$\Leftrightarrow$ Produkt der Steigungen von g und t ist -1

$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{3}x + b$

Gibt es Punkte, die als Ableitung $-\frac{1}{3}$ haben?

$f'(x) = -\frac{1}{3}$

$3x - 0{,}75x^2 = -\frac{1}{3}$

GTR...

$x_1 = -0{,}108$

$x_2 = 4{,}108$

Fall 1: $x_1 = -0{,}108$

$f(-0{,}108) = 0{,}018$

$g_1(x) = -\frac{1}{3}x + b$

$P_1(-0{,}108 \mid 0{,}018)$ auf g_1

$\Rightarrow g_1(-0{,}108) = 0{,}018$

$-\frac{1}{3} \cdot (-0{,}108) + b = 0{,}018$

$0{,}036 + b = 0{,}018$

$b = -0{,}018$

$\Rightarrow g_1(x) = -\frac{1}{3}x - 0{,}018$

Fall 2: $x_2 = 4{,}108$

$f(4{,}108) = 7{,}98$

$g_2(x) = -\frac{1}{3}x + b$

$P_2(4{,}108 \mid 7{,}98)$ auf g_2

$\Rightarrow g_2(4{,}108) = 7{,}98$

$-\frac{1}{3} \cdot 4{,}108 + b = 7{,}98$

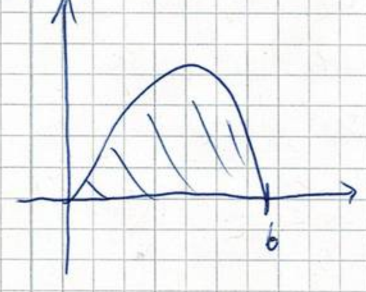
$-1{,}369\overline{3} + b = 7{,}98$

$b \approx 9{,}35$

$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{3}x + 9{,}35$

Antwort: Es sind zwei, g_1 und g_2

d)



$A = \int_0^6 f(x)\,dx$

$= \int_0^6 1{,}5x^2 - 0{,}25x^3\,dx$

$= \left[0{,}5x^3 - \frac{0{,}25}{4}x^4\right]_0^6$

$= 0{,}5 \cdot 6^3 - \frac{0{,}25}{4} \cdot 6^4 - 0$

$= 108 - 81 = 27$ FE

$$f(x) = 2x$$

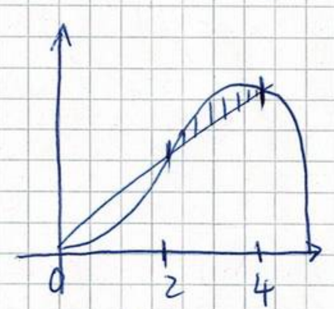
$$1{,}5x^2 - 0{,}25x^4 = 2x$$

GTR...

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 4$$



Die Gerade verläuft ab $x = 2$ und bis $x = 4$ innerhalb der Fläche.

$$\int_2^4 f(x) - 2x \, dx = \int_2^4 1{,}5x^2 - 0{,}25x^3 - 2x \, dx$$

$$= \left[0{,}5x^3 - \frac{0{,}25}{4}x^4 - x^2\right]_2^4$$

$$= 0{,}5 \cdot 4^3 - \frac{0{,}25}{4} \cdot 4^4 - 4^2 - \left(0{,}5 \cdot 2^3 - \frac{0{,}25}{4} \cdot 2^4 - 2^2\right)$$

$$= 32 - 16 - 16 - (4 - 1 - 4)$$

$$= 1$$

$\Rightarrow$ Verhältnis $1:27$