LÖSUNGEN
(TEIL A)

AUFGABE 1

a) $2^3 = 8$

b) $4^{-1} = \frac{1}{4}$

c) $(-3)^3 = -27$

d) $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{9} = 3$

e) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

f) $4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{4}} = \frac{1}{2}$

g) $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

h) $4^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt[2]{4}\right)^3 = 2^3 = 8$

i) $4^0 = 1$

AUFGABE 2

a) $x^3 = 27$
$x = 3$

b) $x^3 = -8$
$x = -2$

c) $x^4 = 16$
$x_1 = 2$
$x_2 = -2$

d) $2^x = 32$
$x = 5$

e) $\log_2(8) = x$
$x = 3$ (denn $2^3 = 8$)

f) $\log_2(16) = x$
$x = 4$ (denn $2^4 = 16$)

g) $\log_2(x) = 2$
$x = 4$ (denn $2^2 = 4$)

h) $\log_x(16) = 2$
$\Leftrightarrow \quad x^2 = 16$
$\Rightarrow \quad x = 4$

i) $x^3 = 1$

$x = 1$

j) $\log_3(1) = x$

$x = 0$ (denn $3^0 = 1$)

k) $\log_3(x) = 3$

$x = 27$ (denn $3^3 = 27$)

l) $\log_3(9) + 1 = x$

$2 + 1 = x$

$3 = x$

(denn $3^2 = 9$)

AUFGABE 3

a) $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$

b) $x^{0,5} = \sqrt[2]{x}$

c) $x^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{x^4}$

d) $2 \cdot x^{-3} = \frac{2}{x^3}$

e) $x^{0,75} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

f) $x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{x^{2/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

AUFGABE 4

a) $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

b) $\sqrt[3]{x^4} = x^{4/3}$

c) $\frac{1}{x^7} = x^{-7}$

d) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$

AUFGABE 5

a) $3x + 9 = 0$

$3x = -9$

$x = -3$

b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{1+8}$

$x = -1 \pm \sqrt{9}$

$x = -1 \pm 3$

$x_1 = -4$

$x_2 = 2$

c) $4x^2 + 8x - 12 = 0 \quad | :4$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{1+3}$

$x = -1 \pm \sqrt{4}$

$x = -1 \pm 2$

$x_1 = -3$

$x_2 = 1$

d) $3x^3 = 0$

$x^3 = 0 \quad | \sqrt[3]{\ }$

$x = 0$

e) $4x^{-2} = 0$

$\frac{4}{x^2} = 0 \quad | \cdot x^2$

$4 = 0 \quad ↯$ Keine Nullstelle

f) $3 \cdot 2^x = 0 \quad ↯$ Keine Nullstelle

AUFGABE 6

Der richtige Graph ist II

AUFGABE 7

Der richtige Graph ist I

AUFGABE 8

a)

x	0	1
y	2	6

$\cdot 3$

$f(x) = 2 \cdot 3^x$

b)

x	0	1	2
y	2		32

$\cdot a$ $\cdot a$

$\cdot 16$

$A(0|2)$ auf $f \Rightarrow f(x) = 2 \cdot a^x$

$B(2|32)$ auf $f \Rightarrow f(2) = 2 \cdot a^2 = 32 \quad |:2$

$a^2 = 16$

$a = 4$

$\Rightarrow f(x) = 2 \cdot 4^x$

AUFGABE 9

x	0	1	2	3
y		6		24

$\cdot a \quad \cdot a$

$\cdot 4$

$$6 \cdot a^2 = 24 \quad | :6$$
$$a^2 = 4$$
$$a = 2$$

$\Rightarrow f(x) = b \cdot 2^x$

$A(1|6)$ auf $f \Rightarrow f(1) = 6$

$$b \cdot 2^1 = 6$$
$$b \cdot 2 = 6 \quad | :2$$
$$b = 3$$

$\Rightarrow f(x) = 3 \cdot 2^x$

AUFGABE 10

$A(2|8)$ auf $f \Rightarrow f(2) = 8$

$$2^r = 8$$
$$\Rightarrow r = 3$$

LÖSUNGEN
(Teil B)

AUFGABE 1

a) $A(4|y)$ liegt auf $f \Rightarrow$ $y = f(4)$

$y = 0{,}9 \cdot 1{,}3^4$

$y \approx 2{,}57$

$\Rightarrow A(4/2{,}57)$

$B(x|12)$ liegt auf $f \Rightarrow$ $f(x) = 12$

$0{,}9 \cdot 1{,}3^x = 12 \quad |:0{,}9$

$1{,}3^x = 13{,}\overline{3}$

$x = \log_{1{,}3}(13{,}\overline{3})$

$x \approx 9{,}87$

$\Rightarrow B(9{,}87/12)$

b) Schnittpunkt mit y-Achse:

$f(0) = 0{,}9 \cdot 1{,}3^0 = 0{,}9$

$\Rightarrow S_y(0|0{,}9)$

Schnittpunkt mit x-Achse:
nicht vorhanden, da es keine Nullstellen gibt

c) f(x) = g(x)

$0{,}9 \cdot 1{,}3^x = 2 \cdot 0{,}8^x \quad | : 0{,}9$

$1{,}3^x = \frac{20}{9} \cdot 0{,}8^x \quad | : 0{,}8^x \qquad (0{,}8^x \neq 0)$

$\frac{1{,}3^x}{0{,}8^x} = \frac{20}{9}$

$\left(\frac{13}{8}\right)^x = \frac{20}{9}$

$x = \log_{\frac{13}{8}}\left(\frac{20}{9}\right) \approx 1{,}64$

$y = f(1{,}64) = 0{,}9 \cdot 1{,}3^{1{,}64} \approx 1{,}38$

$\Rightarrow S(1{,}64 / 1{,}38)$

Aufgabe 2

a) $A(4|y)$ liegt auf $f \Rightarrow f(4) = y$

$2 \cdot 4^4 = y$

$512 = y$

$\Rightarrow A(4/512)$

$B(x|12)$ liegt auf $f \Rightarrow f(x) = 12$

$2 \cdot x^4 = 12 \quad | : 2$

$x^4 = 6 \quad | \sqrt[4]{\ }$

$x_1 \approx 1{,}57$

$x_2 \approx -1{,}57$

$\Rightarrow B_1(1{,}57/12)$

$B_2(-1{,}57/12)$

b) Wenn C (3 / 160) auf f liegt, dann gilt:

$f(3) = 160$
$2 \cdot 3^4 = 160$
$2 \cdot 81 = 160$
$162 = 160$ (falsche Aussage)

Da wir eine falsche Aussage erhalten, kann C nicht auf f liegen.

c) Es handelt sich um Graph II

- Graph I zeigt eine quadratische Funktion.
  $f(2) = 2 \cdot 2^4 = 2 \cdot 16 = 32$
  Bei Graph I ist aber $f(2) = 4$
- Graph III verläuft links von $x=0$ im Negativen. Der Graph von f müsste aber im Positiven verlaufen.
- Graph IV gehört zu einer Exponentialfunktion.

Aufgabe 3

a) $f(0) = 12 \cdot 1{,}2^0 = 12$

$\Rightarrow$ Die Kultur ist 12 cm² groß.

b) $1{,}2 = 1 + \frac{20}{100}$

$\Rightarrow$ Es sind 20 %.

c) von 10 bis 14:30 Uhr: 4,5 Stunden

$f(4{,}5) = 12 \cdot 1{,}2^{4{,}5} = 27{,}26$

$\Rightarrow$ Es sind 27,26 cm²

d) von 9 bis 10 Uhr: 1 Stunde

$f(-1) = 12 \cdot 1{,}2^{-1} = 10$

$\Rightarrow$ Es waren $10\ cm^2$.

e) $f(x) = 20$

$12 \cdot 1{,}2^x = 20 \quad | :12$

$1{,}2^x = 1{,}\overline{6}$

$x = \log_{1{,}2}(1{,}\overline{6}) \approx 2{,}8$

$2{,}8\,h \mathrel{\hat=} 2\,h + 0{,}8\,h$

$0{,}8\,h = 48\ min$

$0{,}8 \cdot 60 = 48$

$\Rightarrow$ Es sind ca. 2,8 h.
Also 12:48 Uhr

f) $24 = 12 \cdot 1{,}2^x$

$2 = 1{,}2^x$

$x = \log_{1{,}2}(2) \approx 3{,}8$

$3{,}8\,h \mathrel{\hat=} 3\,h + 0{,}8\,h$

$0{,}8 \cdot 60 = 48\ min$

$\Rightarrow$ Es sind ca. 3,8 h.
Also 13:48 Uhr

g) $f(x) = g(x)$

$12 \cdot 1{,}2^x = 6 \cdot 1{,}5^x \quad | :12$

$1{,}2^x = 0{,}5 \cdot 1{,}5^x \quad | : 1{,}5^x \quad (1{,}5^x \neq 0)$

$\frac{1{,}2^x}{1{,}5^x} = 0{,}5$

$\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{1}{2}$

$x = \log_{\frac{4}{5}}\left(\frac{1}{2}\right) \approx 3{,}1$

$3{,}1\,h = 3\,h + 0{,}1\,h$

$0{,}1 \cdot 60 = 6\ min$

$\Rightarrow$ Das Überholen findet nach ca. 3,1 h statt,
also 13:06 Uhr.

h) $h(x) = 20 \cdot 0{,}9^x$ x: Zeit ab 9 Uhr

$h(1) = 20 \cdot 0{,}9 = 18$ Größe um 10 Uhr

$h_{neu}(x) = 18 \cdot 0{,}9^x$

$f(x) = h_{neu}(x)$

$12 \cdot 1{,}2^x = 18 \cdot 0{,}9^x \quad | :12$

$1{,}2^x = 1{,}5 \cdot 0{,}9^x \quad | :0{,}9^x \qquad (0{,}9^x \neq 0)$

$\frac{1{,}2^x}{0{,}9^x} = 1{,}5$

$\left(\frac{4}{3}\right)^x = 1{,}5$

$x = \log_{\frac{4}{3}}(1{,}5) \approx 1{,}41$

$1{,}41\,h = 1\,h + 0{,}41\,h$

$0{,}41 \cdot 60 = 24{,}6$ min

$f(1{,}41) = 12 \cdot 1{,}2^{1{,}41} \approx 15{,}52$

$\Rightarrow$ Der Zeitpunkt ist nach ca. 1,41 h, also ca. 11:25 Uhr. Die Kulturen sind dann ca. 15,52 cm² groß.

Aufgabe 4

a) $f(x) = 28 \cdot 3^x$

b) $75\,\text{min} = \underset{60\,\text{min}}{1\,h} + \underset{15\,\text{min}}{0{,}25\,h}$

$f(1{,}25) = 28 \cdot 3^{1{,}25} \approx 110{,}55$

$\Rightarrow$ Die Kultur hat eine Größe von ca. 110,55 cm².

c) $f(x) = 100$

$28 \cdot 3^x = 100 \quad | :28$

$3^x = \frac{25}{7}$

$x = \log_3\left(\frac{25}{7}\right) \approx 1{,}16$

$\Rightarrow$ Dies ist nach ca. 1,16 h der Fall.

d)

$56 = 28 \cdot 3^x$

$2 = 3^x$

$x = \log_3(2) \approx 0{,}63$

$\Rightarrow$ Für eine Verdopplung werden ca. 0,63 h benötigt.

e)

x	0	1	2
y	28		84

$\cdot a \quad \cdot a$

$28 \cdot a^2 = 84 \qquad a > 0$

$a^2 = 3$

$a \approx 1{,}73$

$\Rightarrow f(x) = 28 \cdot 1{,}73^x$

AUFGABE 5

a) $7x + 8 = 0$

$7x = -8$

$x = -8/7$

b) $3x^2 + 6x - 10 = 0$

$x^2 + 2x - \frac{10}{3} = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{1 + \frac{10}{3}}$

$x = -1 \pm \sqrt{\frac{13}{3}} = -1 \pm 2{,}081...$

$x_1 \approx 1{,}08$

$x_2 \approx -3{,}08$

c) $3x^7 = 0$

$x^7 = 0$

$x = 0$

d) $2x^4 - 60 = 0$

$2x^4 = 60$

$x^4 = 30 \quad | \sqrt[4]{\ }$

$x_1 = 2{,}34$

$x_2 = -2{,}34$

e) $5 \cdot 3^x = 0$

↯

Keine Nullstelle

f) $3 \cdot 2^x - 8 = 0$

$3 \cdot 2^x = 8$

$2^x = \frac{8}{3}$

$x = \log_{8/3}(2)$

$x = 0{,}71$

Aufgabe 6

a) $x = 3$ Nullstelle von $f \Rightarrow f(3) = 0$

$$3^3 + a \cdot 3^2 = 0$$
$$27 + 9a = 0$$
$$9a = -27 \quad |:9$$
$$a = -3$$

$\Rightarrow a = -3$

b) $A(1|5)$ liegt auf $f \Rightarrow f(1) = 5$

$$1^3 + a \cdot 1^2 = 5$$
$$1 + a = 5 \quad |-1$$
$$a = 4$$

$\Rightarrow a = 4$

Aufgabe 7

x	0	1	2	3	4
y		16,5			21,9615

$\cdot a \quad \cdot a \quad \cdot a$

$\cdot 1{,}331$

$$16{,}5 \cdot a^3 = 21{,}9615$$
$$a^3 = 1{,}331 \quad \Big| \sqrt[3]{}$$
$$a = 1{,}1$$

$$\Rightarrow f(x) = b \cdot 1{,}1^x$$

$A(1|16{,}5)$ liegt auf f $\Rightarrow f(1) = 16{,}5$

$$b \cdot 1{,}1 = 16{,}5 \quad |:1{,}1$$
$$b = 15$$

$$\Rightarrow f(x) = 15 \cdot 1{,}1^x$$

Aufgabe 8

x	0	1	2	3
y	4	2	1	0,5

$\cdot 0{,}5$ $\quad \cdot 0{,}5$ $\quad \cdot 0{,}5$

$$f(x) = 4 \cdot 0{,}5^x$$