

LÖSUNGEN

$$\begin{aligned} 1a) \quad f(x) &= 2 \cdot (x+2)^2 + 3 \\ &= 2 \cdot (x^2 + 4x + 4) + 3 \\ &= 2x^2 + 8x + 8 + 3 \\ &= 2x^2 + 8x + 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad f(x) &= 3x^2 + 6x + 12 \\ &= 3 \cdot (x^2 + 2x + 4) \\ &= 3 \cdot ((x+1)^2 + 4 - 1) \\ &= 3 \cdot ((x+1)^2 + 3) \\ &= 3(x+1)^2 + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad f(x) &= x^2 - 8x + 10 \\ &= (x-4)^2 + 10 - 16 \\ &= (x-4)^2 - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \quad f(x) &= x^2 + 9x \\ &= (x + 4,5)^2 - 20,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) \quad f(x) &= x^2 + 12 \\ &= (x + 0)^2 + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f) \quad f(x) &= -2(x+5)^2 + 9 \\ &= -2 \cdot (x^2 + 10x + 25) + 9 \\ &= -2x^2 - 20x - 50 + 9 \\ &= -2x^2 - 20x - 41 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g) \quad f(x) &= -(x-7)^2 + 2 \\ &= -(x^2 - 14x + 49) + 2 \\ &= -x^2 + 14x - 49 + 2 \\ &= -x^2 + 14x - 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h) \quad f(x) &= x^2 - 4x + 8 \\
 &= (x-2)^2 + 8 - 4 \\
 &= (x-2)^2 + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i) \quad f(x) &= 3x^2 + 12x + 15 \\
 &= 3 \cdot (x^2 + 4x + 5) \\
 &= 3 \cdot ((x+2)^2 + 5 - 4) \\
 &= 3 \cdot ((x+2)^2 + 1) \\
 &= 3 \cdot (x+2)^2 + 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 j) \quad f(x) &= -x^2 + 3x - 4 \\
 &= -(x^2 - 3x + 4) \\
 &= -((x-1,5)^2 + 4 - 2,25) \\
 &= -((x-1,5)^2 + 1,75) \\
 &= -(x-1,5)^2 - 1,75
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k) \quad f(x) &= 5 \cdot (x-2)^2 \\
 &= 5 \cdot (x^2 - 4x + 4) \\
 &= 5x^2 - 20x + 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 l) \quad f(x) &= 2 \cdot (x+7)^2 - 7 \\
 &= 2 \cdot (x^2 + 14x + 49) - 7 \\
 &= 2x^2 + 28x + 98 - 7 \\
 &= 2x^2 + 28x + 91
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m) \quad f(x) &= -3x^2 + 6x + 18 \\
 &= -3 \cdot (x^2 - 2x - 6) \\
 &= -3 \cdot ((x-1)^2 - 6 - 1) \\
 &= -3 \cdot ((x-1)^2 - 7) \\
 &= -3(x-1)^2 + 21
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m) \quad f(x) &= x^2 + 9x + 2 \\
 &= (x + 4,5)^2 + 2 - 20,25 \\
 &= (x + 4,5)^2 - 18,25
 \end{aligned}$$

$$2a) \quad S(7/4)$$

$$b) \quad S(-2/-7)$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad f(x) &= 2x^2 + 4x + 6 \\
 &= 2 \cdot (x^2 + 2x + 3) \\
 &= 2 \cdot ((x+1)^2 + 3 - 1) \\
 &= 2 \cdot ((x+1)^2 + 2) \\
 &= 2(x+1)^2 + 4
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S(-1/4)$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad f(x) &= 4x^2 + 12x - 12 \\
 &= 4 \cdot (x^2 + 3x - 3) \\
 &= 4 \cdot ((x+1,5)^2 - 3 - 2,25) \\
 &= 4 \cdot ((x+1,5)^2 - 5,25) \\
 &= 4 \cdot (x+1,5)^2 - 21
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S(-1,5/-21)$$

$$3) a) \quad f(x) = a(x+d)^2 + e$$

$$S(3/4) \text{ Scheitelpunkt} \Rightarrow f(x) = a \cdot (x-3)^2 + 4$$

$$\begin{aligned}
 A(2/3) \text{ liegt auf } f &\Rightarrow f(2) = 3 \\
 a \cdot (2-3)^2 + 4 &= 3 \\
 a \cdot (-1)^2 + 4 &= 3
 \end{aligned}$$

$$a + 4 = 3$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow f(x) &= -1 \cdot (x-3)^2 + 4 & a &= -1 \\ &= -1 \cdot (x^2 - 6x + 9) + 4 \\ &= -x^2 + 6x - 9 + 4 \\ &= -x^2 + 6x - 5\end{aligned}$$

$$b) f(x) = a(x+d)^2 + e$$

$$S(-1/4) \text{ Scheitelpunkt} \Rightarrow f(x) = a \cdot (x+1)^2 + 4$$

$$A(2/3) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(2) = 3$$

$$a \cdot (2+1)^2 + 4 = 3$$

$$a \cdot 3^2 + 4 = 3$$

$$9a + 4 = 3$$

$$9a = -1$$

$$a = -\frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow f(x) &= -\frac{1}{9}(x+1)^2 + 4 \\ &= -\frac{1}{9}(x^2 + 2x + 1) + 4 \\ &= -\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{9}x - \frac{1}{9} + 4 \\ &= -\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{9}x + 3\frac{8}{9}\end{aligned}$$

$$c) f(x) = a(x+d)^2 + e$$

$$S(5/1) \text{ Scheitelpunkt} \Rightarrow f(x) = a(x-5)^2 + 1$$

$$A(2/3) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(2) = 3$$

$$a \cdot (2-5)^2 + 1 = 3$$

$$a \cdot (-3)^2 + 1 = 3$$

$$9a + 1 = 3$$

$$9a = 2$$

$$a = \frac{2}{9}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow f(x) &= \frac{2}{9}(x-5)^2 + 1 \\ &= \frac{2}{9}(x^2 - 10x + 25) + 1 \\ &= \frac{2}{9}x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{50}{9} + 1 \\ &= \frac{2}{9}x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{59}{9}\end{aligned}$$

d) Es gibt keine quadratische Funktion, welche diese Bedingungen erfüllt.

$$f(x) = a(x+d)^2 + e$$

$$S(2/5) \text{ Scheitelpunkt} \Rightarrow f(x) = a \cdot (x-2)^2 + 5$$

$$A(2/3) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(2) = 3$$

$$a \cdot (2-2)^2 + 5 = 3$$

$$a \cdot 0 + 5 = 3$$

$$5 = 3 \quad \text{!}$$

4a) $f(x) = ax + b$

$$\text{Achsenabschnitt } \cdot 4 \Rightarrow f(x) = ax + 4$$

$$A(6/0) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(6) = 0$$

$$a \cdot 6 + 4 = 0$$

$$6a + 4 = 0$$

$$6a = -4$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$$

b) $f(x) = a(x+d)^2 + e$

$$S(4/6) \text{ Scheitelpunkt} \Rightarrow f(x) = a(x-4)^2 + 6$$

$$A(5/4) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(5) = 4$$

$$a \cdot (5-4)^2 + 6 = 4$$

$$a \cdot 1^2 + 6 = 4$$

$$\begin{aligned} a + 6 &= 4 \\ a &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= -2 \cdot (x-4)^2 + 6 \\ &= -2 \cdot (x^2 - 8x + 16) + 6 \\ &= -2x^2 + 16x - 32 + 6 \\ &= -2x^2 + 16x - 26 \end{aligned}$$

c) $f(x) = a(x+d)^2 + e$

Scheitelpunkt $S(1/4) \Rightarrow f(x) = a(x-1)^2 + 4$

$A(0/5)$ liegt auf $f \Rightarrow f(0) = 5$

$$a \cdot (0-1)^2 + 4 = 5$$

$$a \cdot (-1)^2 + 4 = 5$$

$$a + 4 = 5$$

$$a = 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= (x-1)^2 + 4 \\ &= x^2 - 2x + 1 + 4 \\ &= x^2 - 2x + 5 \end{aligned}$$

d) $f(x) = ax + b$

Achsenabschnitt: 1 $\Rightarrow f(x) = ax + 1$

$A(4/2)$ liegt auf $f \Rightarrow f(4) = 2$

$$a \cdot 4 + 1 = 2$$

$$4a + 1 = 2$$

$$4a = 1$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x + 1$$

5a) $S(-3/1)$

b) $f(x) = 2(x+3)^2 + 1$
 $= 2 \cdot (x^2 + 6x + 9) + 1$
 $= 2x^2 + 12x + 18 + 1$
 $= 2x^2 + 12x + 19$

c) $A(2|y)$ liegt auf $f \Rightarrow f(2) = y$

$$2 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 + 19 = y$$
$$8 + 24 + 19 = y$$
$$51 = y$$

$$\Rightarrow A(2|51)$$

d) $g(x) = 2(x+3)^2 + 2$
 $= 2(x^2 + 6x + 9) + 2$
 $= 2x^2 + 12x + 20$

6a) Wir setzen $x=0$ ein:

$$f(0) = 3 \cdot 0 + 4 = 4$$

$$\Rightarrow A(0|4)$$

b) $f(x) = 0$

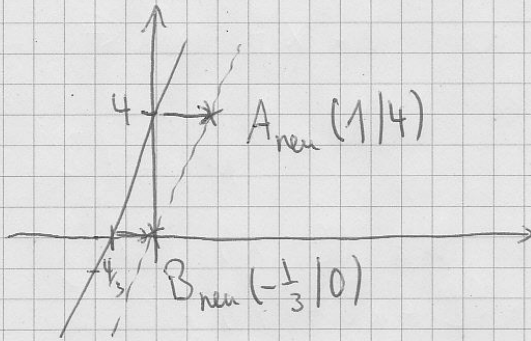
$$3x + 4 = 0$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow B(-\frac{4}{3}|0)$$

d)



$$g(x) = ax + b$$

$$a = \frac{0 - 4}{-\frac{1}{3} - 1} = \frac{-4}{-\frac{4}{3}} = -4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 3$$

$$\Rightarrow g(x) = 3x + b$$

$$A_{\text{neu}}(1|4) \text{ liegt auf } g \Rightarrow g(1) = 4$$

$$3 \cdot 1 + b = 4$$

$$b = 1$$

$$\Rightarrow g(x) = 3x + 1$$

$$7a) f(x) = x^2 - 6x + 2$$

$$= (x-3)^2 + 2 - 9$$

$$= (x-3)^2 - 7$$

$$b) S(3|-7)$$

c) Wenn $A(1|-2)$ auf f liegt, dann müsste gelten: $f(1) = -2$

$$1^2 - 6 \cdot 1 + 2 = -2$$

$$1 - 6 + 2 = -2$$

$$-3 = -2 \quad \text{⚡}$$

Der Punkt liegt nicht auf dem Graphen von f .

$$\begin{aligned}d) \quad g(x) &= (x-2)^2 - 7 \\ &= (x^2 - 4x + 4) - 7 \\ &= x^2 - 4x - 3\end{aligned}$$

$$8a) \quad f(x) = a(x-d)^2 + e$$

$$\text{Scheitelpunkt } S(2/4) \Rightarrow f(x) = a(x-2)^2 + 4$$

$$A(5/9) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(5) = 9$$

$$a \cdot (5-2)^2 + 4 = 9$$

$$a \cdot 3^2 + 4 = 9$$

$$9a + 4 = 9$$

$$9a = 5$$

$$a = \frac{5}{9}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow f(x) &= \frac{5}{9}(x-2)^2 + 4 \\ &= \frac{5}{9} \cdot (x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &= \frac{5}{9}x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{20}{9} + 4 \\ &= \frac{5}{9}x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{56}{9}\end{aligned}$$

b) Wir setzen $x=0$:

$$f(0) = \frac{5}{9} \cdot 0 - \frac{20}{9} \cdot 0 + \frac{56}{9}$$

$$\Rightarrow C\left(0 \mid \frac{56}{9}\right)$$

c) Wenn B (3|8) auf f liegt, so muss gelten:
 $f(3) = 8$

$$f(3) = \frac{5}{9} \cdot 9 - \frac{20}{9} \cdot 3 + \frac{56}{9} = 8$$

$$5 - \frac{20}{3} + \frac{56}{9} = 8$$

$$\frac{41}{9} = 8 \quad \nabla$$

B liegt nicht auf dem Graphen von f.

d)

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{5}{9}(x-3)^2 + 6 \\ &= \frac{5}{9}(x^2 - 6x + 9) + 6 \\ &= \frac{5}{9}x^2 - \frac{10}{3}x + 5 + 6 \\ &= \frac{5}{9}x^2 - \frac{10}{3}x + 11 \end{aligned}$$

9a) $f(x) = a(x-d)^2 + e$

S(-2|-5) Scheitelpunkt $\Rightarrow f(x) = a(x+2)^2 - 5$

A(0|2) liegt auf f $\Rightarrow f(0) = 2$

$$a \cdot (0+2)^2 - 5 = 2$$

$$a \cdot 2^2 - 5 = 2$$

$$4a - 5 = 2$$

$$4a = 7$$

$$a = \frac{7}{4}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= \frac{7}{4}(x+2)^2 - 5 \\ &= \frac{7}{4}(x^2 + 4x + 4) - 5 \\ &= \frac{7}{4}x^2 + 7x + 7 - 5 \\ &= \frac{7}{4}x^2 + 7x + 2 \end{aligned}$$

$$b) S_{\text{neu}} (2|-5)$$

$$A_{\text{neu}} (0|2)$$

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{7}{4}(x-2)^2 - 5 \\ &= \frac{7}{4}(x^2 - 4x + 4) - 5 \\ &= \frac{7}{4}x^2 - 7x + 7 - 5 \\ &= \frac{7}{4}x^2 - 7x + 2 \end{aligned}$$

$$10a) f(x) = a(x-d)^2 + c$$

$$\text{Scheitelpunkt } S(50|24) \Rightarrow f(x) = a(x-50)^2 + 24$$

$$A(0|0) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(0) = 0$$

$$a \cdot (0-50)^2 + 24 = 0$$

$$a \cdot 50^2 + 24 = 0$$

$$2500a = -24$$

$$a = \frac{-24}{2500} = \frac{-6}{625}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{6}{625}(x-50)^2 + 24$$

$$= -\frac{6}{625}(x^2 - 100x + 2500) + 24$$

$$= -\frac{6}{625}x^2 + \frac{24}{25}x - 24 + 24$$

$$= -\frac{6}{625}x^2 + \frac{24}{25}x$$

b) Der Punkt $E(40|y)$ liegt auf f .

Wir bestimmen y .

$$E(40|y) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(40) = y$$

$$-\frac{6}{625} \cdot (40)^2 + \frac{24}{25} \cdot 40 = y$$

$$23,04 = y$$

Der Bogen befindet sich an dieser Stelle
23,04 m über dem Boden.

$$23,04 \text{ m} - 1,75 \text{ m} = 21,29 \text{ m}$$

Er befindet sich 21,29 m über meinem
Kopf.

c) $F(5/y)$ liegt auf f . Wir bestimmen y .

$$F(5/y) \text{ liegt auf } f \Rightarrow f(5) = y$$

$$-\frac{6}{625} \cdot 5^2 + \frac{24}{25} \cdot 5 = y$$

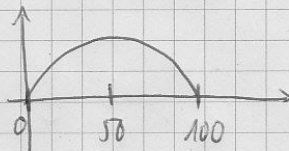
$$4,56 \text{ m} = y$$

Ja, ich kann aufrecht stehen. Der Bogen
befindet sich dort 4,56 m über dem Boden.

d) Parabeln sind symmetrisch. Das rechte Ende
ist daher genauso weit von der 50m-Markierung
entfernt wie das linke.

\Rightarrow Das rechte untere Ende ist an der 100m-
Markierung.

$$\Rightarrow x = 100$$



$$\begin{aligned}
 \text{Ma) } f(x) &= -0,1x^2 + 2x + 0,5 \\
 &= -0,1 \cdot (x^2 - 20x - 5) \\
 &= -0,1 \cdot ((x-10)^2 - 5 - 100) \\
 &= -0,1 \cdot ((x-10)^2 - 105) \\
 &= -0,1 \cdot (x-10)^2 + 10,5
 \end{aligned}$$

Die größte Höhe beträgt 10,5 m. Sie wird nach 10 m erreicht.

$$\begin{aligned}
 \text{b) Beginn: } & A(0/y_1) \\
 \text{Ende: } & B(18/y_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A \text{ liegt auf } f &\Rightarrow f(0) = y_1 \\
 -0,1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 0,5 &= y_1 \\
 0,5 &= y_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B \text{ liegt auf } f &\Rightarrow f(18) = y_2 \\
 -0,1 \cdot 18^2 + 2 \cdot 18 + 0,5 &= y_2 \\
 4,1 &= y_2
 \end{aligned}$$

Der Flug begann bei 0,5 m Höhe und endete bei 4,1 m Höhe.

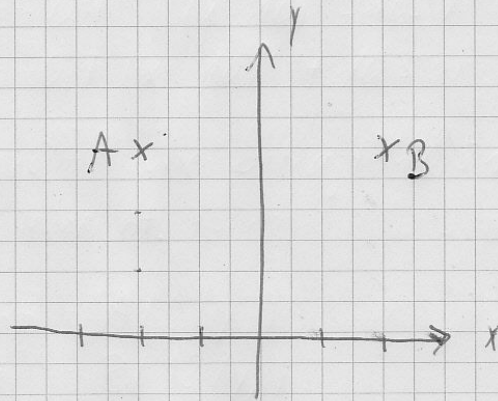
$$\begin{aligned}
 \text{c) } (2/y) \text{ liegt auf } f &\Rightarrow f(2) = y \\
 -0,1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 0,5 &= y \\
 4,1 &= y
 \end{aligned}$$

$$4,1 - 1,75 = 2,35$$

Sie flüht 2,35 m über meinen Kopf hinweg.

d) Für $x \geq 21$ hat $f(x)$ negative Werte.
Die Fliege kann nicht unter dem Boden
fliegen.

12)



Der Scheitelpunkt muss in der Mitte zwischen
A und B liegen.

Bsp: $S_1(0|0)$
 $S_2(0|1)$

Funktion f_1

$S(0|0)$ Scheitelpunkt $\Rightarrow f_1(x) = a(x-0)^2 + 0$

$B(2|3)$ liegt auf $f_1 \Rightarrow f_1(2) = 3$

$$a \cdot 2^2 = 3$$

$$4a = 3$$

$$a = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{3}{4}x^2$$

Funktion f_2

$S(0|1)$ Scheitelpunkt $\Rightarrow f_2(x) = a(x-0)^2 + 1$

$B(2|3)$ liegt auf $f_2 \Rightarrow f_2(2) = 3$

$$a \cdot 2^2 + 1 = 3$$

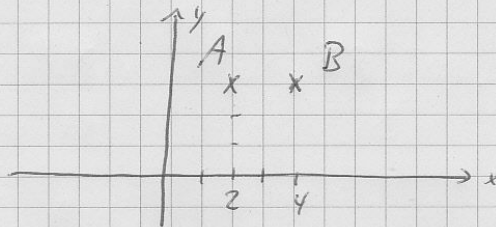
$$4a + 1 = 3$$

$$4a = 2$$

$$a = 0,5$$

$$\Rightarrow f_2(x) = 0,5x^2$$

13)



Der Scheitelpunkt liegt wieder in der Mitte zwischen A und B.

Bsp.:

$$S_1(3|0)$$

$$S_2(3|1)$$

Funktion f_1

$S(3|0)$ Scheitelp.

$$\Rightarrow f_1(x) = a(x-3)^2 + 0$$

A(2|3) auf f_1

$$\rightarrow f_1(2) = 3$$

$$a(2-3)^2 = 3$$

$$a \cdot (-1)^2 = 3$$

$$a = 3$$

$$\Rightarrow f_1(x) = 3(x-3)^2$$

$$= 3(x^2 - 6x + 9)$$

$$= 3x^2 - 18x + 27$$

Funktion f_2

$S(3|1)$ Scheitelp.

$$\Rightarrow f_2(x) = a(x-3)^2 + 1$$

A(2|3) auf f_2

$$\rightarrow f_2(2) = 3$$

$$a(2-3)^2 + 1 = 3$$

$$a \cdot (-1)^2 + 1 = 3$$

$$a + 1 = 3$$

$$a = 2$$

$$\Rightarrow f_2(x) = 2(x-3)^2 + 1$$

$$= 2(x^2 - 6x + 9) + 1$$

$$= 2x^2 - 12x + 18 + 1$$

$$= 2x^2 - 12x + 19$$

$$\begin{aligned} 141 \quad f(x) &= 2(x-2)^2 - 3 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4) - 3 \\ &= 2x^2 - 8x + 8 - 3 \\ &= 2x^2 - 8x + 5 \end{aligned}$$