LÖSUNGEN (HILFSMITTELFREIER TEIL)

1) a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{1 + 8}$

$x = -1 \pm \sqrt{9}$

$x = -1 \pm 3$

$x_1 = -4$ und $x_2 = 2$

Nullstellen: $x_1 = -4$, $x_2 = 2$

b) $x^2 + 9x = 0$

$x(x + 9) = 0$

$x = 0$ oder $x + 9 = 0$

$x_1 = 0$ $\quad x_2 = -9$

Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = -9$

c) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \quad | x^2 = z$

$z^2 - 2z + 1 = 0$

$z = 1 \pm \sqrt{1 - 1}$

$z = 1 \quad | z = x^2$

$x^2 = 1 \quad | \sqrt{}$

$x_1 = 1$ und $x_2 = -1$

Nullstellen: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$

d) $7x + 28 = 0$

$7x = -28$

$x = -4$

Nullstellen: $x = -4$

e) $-2x^2 - 10x - 12 = 0 \quad | :(-2)$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$x = -2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 6}$

$x = -2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25}$

$x = -2{,}5 \pm 0{,}5$

$x_1 = -3$ und $x_2 = -2$ Nullstellen: $x_1 = -3$, $x_2 = -2$

f) $x^3 + 4x^2 + 4x = 0$

$x \cdot (x^2 + 4x + 4) = 0$

$x_1 = 0$ $\quad$ $x^2 + 4x + 4 = 0$

$x = -2 \pm \sqrt{4-4}$

$x_2 = -2$

Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$

g) $x^2 + 16 = 0$

$x^2 = -16$ ↯

keine Nullstellen vorhanden

h) $\frac{1}{3}x^3 - 3x = 0$

$x \cdot (\frac{1}{3}x^2 - 3) = 0$

$x_1 = 0$ $\quad$ $\frac{1}{3}x^2 - 3 = 0$

$\frac{1}{3}x^2 = 3 \quad | \cdot 3$

$x^2 = 9 \quad | \sqrt{\ }$

$x_2 = 3$

$x_3 = -3$

Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = -3$

i) $5x^8 = 0$

$\Rightarrow x = 0$

Nullstellen: $x = 0$

j) $0{,}5x^3 - x^2 = 0$

$x^2 \cdot (0{,}5x - 1)$

$x^2 = 0$ oder $0{,}5x - 1 = 0$

$x_1 = 0$ $\quad$ $0{,}5x = 1$

$x = 2$

$x_2 = 2$

Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$

k) $\sqrt{x} - 2x = 0$

$\sqrt{x} = 2x \quad |()^2$

$x = 4x^2$

$0 = 4x^2 - x$

$0 = x \cdot (4x-1)$

$x = 0$ oder $4x - 1 = 0$

$x_1 = 0 \qquad 4x - 1 = 0$

$4x = 1$

$x_2 = 0{,}25$

Nullstellen: $x_1 = 0$
$x_2 = 0{,}25$

2) a) geratene NS: $x_1 = 1$
(denn $1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 2 = 0$ ✓)

$$(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x-1) = x^2 + 3x + 2$$

$-(x^3 - x^2)$

$3x^2 - x$

$-(3x^2 - 3x)$

$2x - 2$

$-(2x - 2)$

0

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$x = -1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 - 2}$

$x = -1{,}5 \pm \sqrt{0{,}25}$

$x = -1{,}5 \pm 0{,}5$

$x_2 = -2$

$x_3 = -1$

Nullstellen: $x_1 = 1$
$x_2 = -2$
$x_3 = -1$

b) geratene NS: $x_1 = 1$
(denn $1^3 + 6 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 12 = 0$ ✓)

$$(x^3 + 6x^2 + 5x - 12) : (x - 1) = x^2 + 7x + 12$$
$$-(x^3 - x^2)$$
$$7x^2 + 5x$$
$$-(7x^2 - 7x)$$
$$12x - 12$$
$$-(12x - 12)$$
$$0$$

$x^2 + 7x + 12 = 0$

$x = -3{,}5 \pm \sqrt{12{,}25 - 12}$

$x = -3{,}5 \pm \sqrt{0{,}25}$

$x = -3{,}5 \pm 0{,}5$

$x_2 = -4$

$x_3 = -3$

Nullstellen: $x_1 = 1$, $x_2 = -4$, $x_3 = -3$

c) geratene NS: $x_1 = 1$
(denn $1^3 - 13 \cdot 1 + 12 = 0$ ✓)

$$(x^3 - 13x + 12) : (x - 1) = x^2 + x - 12$$
$$-(x^3 - x^2)$$
$$x^2 - 13x$$
$$-(x^2 - x)$$
$$-12x + 12$$
$$-(-12x + 12)$$
$$0$$

$x^2 + x - 12 = 0$

$x = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 12}$

$x = -0{,}5 \pm \sqrt{12{,}25}$

$x = -0{,}5 \pm 3{,}5$

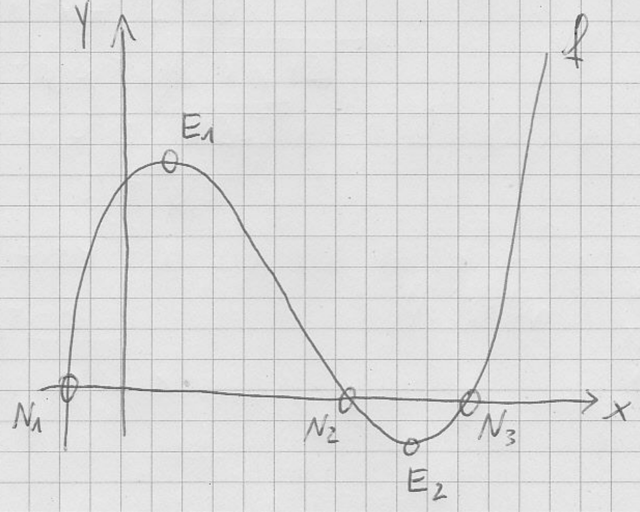
$x_2 = -4$

$x_3 = 3$

Nullstellen: $x_1 = 1$
$x_2 = -4$
$x_3 = 3$

3) Die Funktion hat 2 Extremstellen und eine Wendestelle. Sie muss daher mindestens von Grad 3 sein.

4)



5) $A(5/0)$ Nullstelle von $f \Rightarrow f(5) = 0$

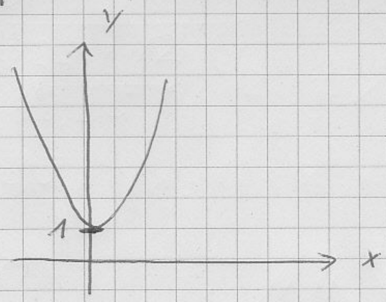
$5^2 + a \cdot 5 = 0$

$a \cdot 5 = -5^2$

$a \cdot 5 = -25$

$\underline{a = -5}$

6) $f(x) = x^2 + 1$



7) Eine kubische Funktion muss eine Nullstelle haben.

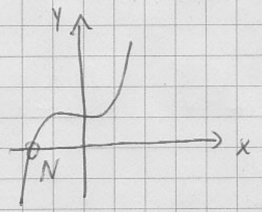
Es gilt entweder $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

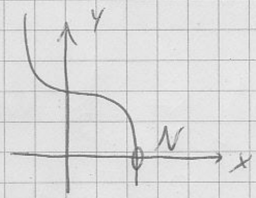
$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$

oder $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \infty$

Der Graph muss deshalb irgendwo eine Nullstelle haben:





8) a) $f(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 4$

$f'(x) = 3x^2 + 10x + 7$

b) $f(x) = x^2 + 7x$

$f'(x) = 2x + 7$

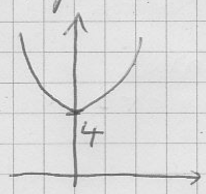
c) $f(x) = 9$

$f'(x) = 0$

9) $g(x) = x^2 + 1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$

10) a) symmetrisch zur y-Achse

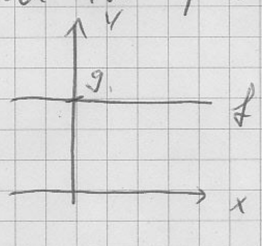
(Exponenten gerade)



b) keine Symmetrie

(gerade und ungerade Exponenten)

c) symmetrisch zur y-Achse



11) a) $f(x) = ax + b$

Achsenabschnitt bei $A(0|3)$

$\Rightarrow f(x) = ax + 3$

$B(2|5)$ liegt auf $f \Rightarrow f(2) = 5$

$$a \cdot 2 + 3 = 5$$
$$2a + 3 = 5$$
$$2a = 2$$
$$a = 1$$

$\Rightarrow f(x) = x + 3$

b) $f(x) = a(x+d)^2 + e$

$S(1|-1)$ Scheitelpunkt $\Rightarrow f(x) = a(x-1)^2 - 1$

$A(0|0)$ liegt auf $f \Rightarrow f(0) = 0$

$$a \cdot (0-1)^2 - 1 = 0$$
$$a \cdot 1 - 1 = 0$$
$$a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$$
$$= (x^2 - 2x + 1) - 1$$
$$= x^2 - 2x$$

c) $\left.\begin{array}{l} A(5|6) \\ B(9|10) \end{array}\right\}$ liegen auf $f \Rightarrow a = \frac{10-6}{9-5} = \frac{4}{4} = 1$

$\Rightarrow f(x) = x + b$

$A(5|6)$ liegt auf $f \Rightarrow f(5) = 6$

$$5 + b = 6$$
$$b = 1$$

$\Rightarrow f(x) = x + 1$