AUFGABEN

(Teil A: Hilfsmittelfreier Teil)

AUFGABE 1

Berechne die folgenden Integrale:

a) $\int_2^3 2x+3 \, dx$

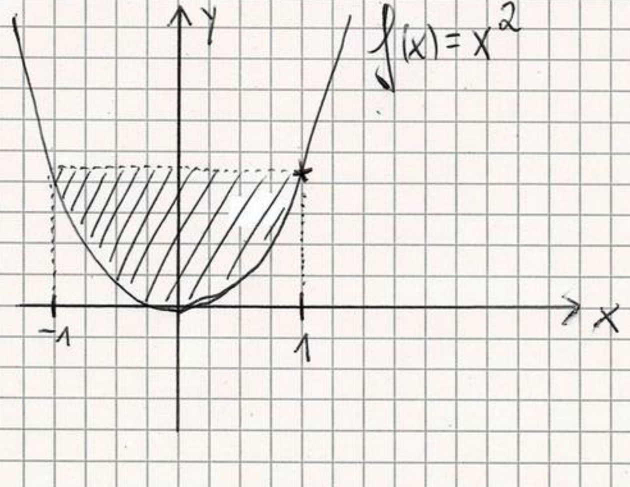
b) $\int_1^4 6x^2+2x \, dx$

c) $\int_1^2 \frac{1}{x^2} \, dx$

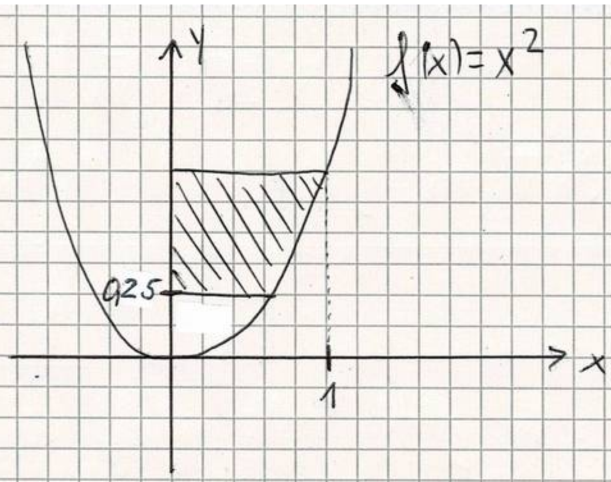
AUFGABE 2

Berechne jeweils den Flächeninhalt der schraffierten Fläche:

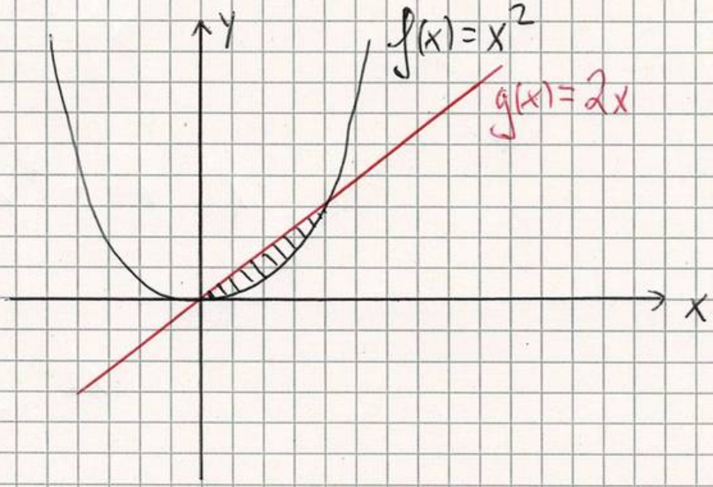
a)



b)



c)

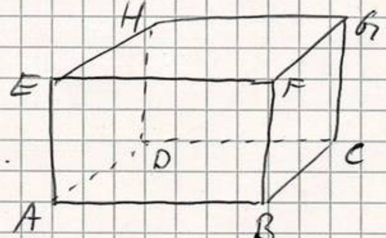


AUFGABE 3

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3$.
Bestimme alle x-Werte, für die
$f(x) = f'(x)$ gilt.

AUFGABE 4

Gegeben ist der Quader ABCDEFGH:



Bekannt sind die folgenden Koordinaten:
A(8/0/0), B(8/10/0), D(0/0/0), H(0/0/8)
und F (8/10/8).

a) Gib die Koordinaten von C, E und G an

b) Zeichne den Quader in ein dreidimensionales Koordinatensystem

c) Bestimme das Volumen des Quaders

d) Gib an, ob sich der Punkt P(7/11/1) innerhalb oder außerhalb des Quaders befindet und begründe deine Entscheidung.

AUFGABE 5

Gegeben ist das Viereck ABCD mit
A(2/1/1), B(3/5/2), C(0/5/4) und
D(-1/1/3).

a) Zeige, dass es sich um ein Parallelogramm handelt.

b) Gib die Diagonalen von A nach C bzw. von D nach B mit Hilfe von Vektoren an.

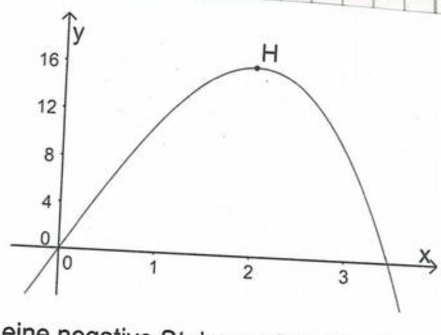
AUFGABE 6

Bestimme a:
$$\int_1^a 3x^2\,dx = 26$$

AUFGABE 7

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ mit $0 \leq x \leq 2$. Sie rotiert um die y-Achse.
Bestimme das Volumen des dabei entstehenden Rotationskörpers.

AUFGABE 8 (Aufgabensammlung Baden-Württemberg)



Gegeben ist die in IR definierte Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 12x$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f sowie dessen Hochpunkt $H(2|16)$.

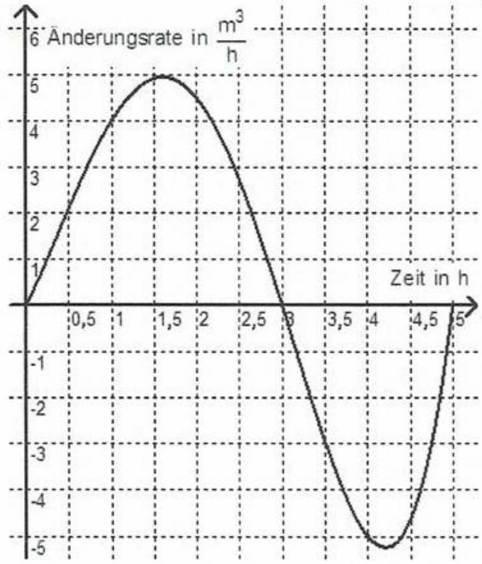
a) Der Graph von f, die x-Achse und die Gerade mit der Gleichung $x = 2$ schließen für $0 \leq x \leq 2$ eine Fläche ein. Zeigen Sie, dass diese Fläche den Inhalt 20 besitzt.

b) Die Gerade g verläuft durch den Punkt H und besitzt eine negative Steigung. Der Graph von f, die y-Achse und die Gerade g schließen für $0 \leq x \leq 2$ eine Fläche mit dem Inhalt 20 ein. Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Geraden g mit der y-Achse.

AUFGABE 9 (Aufgabensammlung Hamburg)

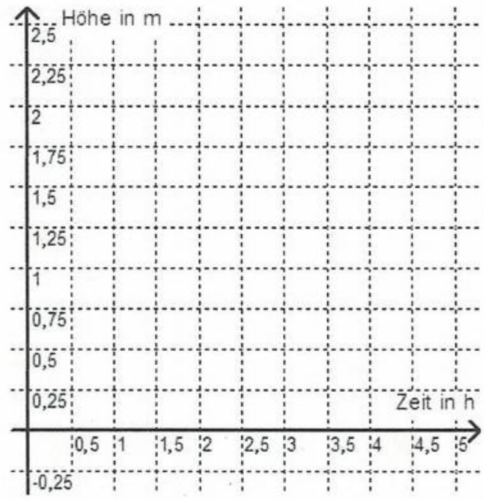
Ein quaderförmiges Speicherbecken für eine Flüssigkeit hat eine Grundfläche von $5\ m^2$ und ist zunächst leer.

Der nebenstehende Graph gibt die Zufluss- bzw. Abflussrate $\left(\text{in } \frac{m^3}{h}\right)$ der Flüssigkeit über einen Zeitraum von 5 Stunden wieder.



a) Bestimmen Sie näherungsweise das Volumen der in den ersten drei Stunden zufließenden Flüssigkeit. 2 BE

b) Skizzieren Sie in das nebenstehende Koordinatensystem einen möglichen Graphen, der die Höhe (in m) des Flüssigkeitsstandes im Speicherbecken in Abhängigkeit von der Zeit (in h) beschreibt. 3 BE

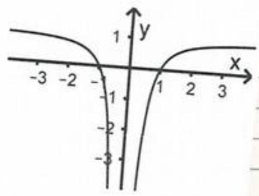


AUFGABE 10 (IQB)

Gegeben ist die in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ definierte Funktion

$f: x \mapsto 1 - \frac{1}{x^2}$,

die die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$ hat. Die Abbildung zeigt den Graphen von f, der symmetrisch bezüglich der y-Achse ist. Weiterhin ist die Gerade g mit der Gleichung $y = -3$ gegeben.

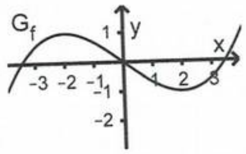


a Zeigen Sie, dass einer der Punkte, in denen g den Graphen von f schneidet, die x-Koordinate $\frac{1}{2}$ hat.

b Bestimmen Sie rechnerisch den Inhalt der Fläche, die der Graph von f, die x-Achse und die Gerade g einschließen.

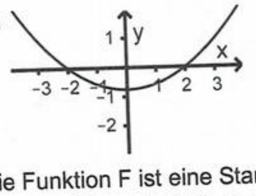
AUFGABE 11 (IQB)

Der abgebildete Graph G_f stellt eine Funktion f dar.

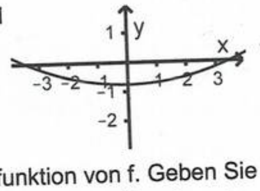


a Einer der folgenden Graphen I, II und III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.

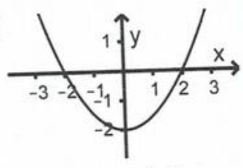
I



II



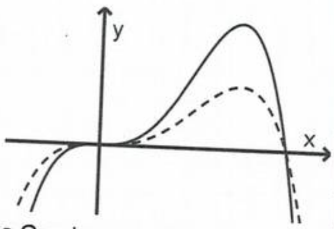
III



b Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f. Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1;3]$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

AUFGABE 12 (IQB)

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f_k : x \mapsto -k \cdot (x^4 - 4x^3)$ mit $k \in \mathbb{R}^+$. Alle Funktionen der Schar haben die Nullstellen 0 und 4. Die Abbildung stellt zwei Graphen der Schar dar.



a Bestimmen Sie die x-Koordinate des Hochpunkts des Graphen von f_k.

b Zeigen Sie, dass das Flächenstück, das die Graphen von f_k und f_{k+1} einschließen, für alle Werte von k den gleichen Inhalt hat.

AUFGABE 13

Rechne aus:

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 3 \cdot \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right] = ?$

b) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$