LÖSUNGEN

1a) $x^2 - 64 = 0 \quad | +64$

$x^2 = 64 \quad | \sqrt{\ }$

$x = \pm 8$

$x_1 = 8$

$x_2 = -8$

b) $x^2 + 3x = 0$

$x \cdot (x + 3) = 0$

$x = 0$ oder $x + 3 = 0$

$x = 0$ oder $x = -3$

$x_1 = 0$

$x_2 = -3$

c) $2x^2 + 10x = 0$

$2x \cdot (x + 5) = 0$

$2x = 0$ oder $x + 5 = 0$

$x = 0$ oder $x = -5$

$x_1 = 0$

$x_2 = -5$

d) $x^2 + 4 = 0 \quad | -4$

$x^2 = -4 \quad | \sqrt{\ }$

$x = \pm \sqrt{-4}$

$\lightning$

keine Lösung vorhanden

e) $x^2 + 2x - 3 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 3}$

$x = -1 \pm \sqrt{4}$

$x = -1 \pm 2$

$x_1 = 1$

$x_2 = -3$

f) $x^2 + 3x - 40 = 0$

$x = -1{,}5 \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 40}$

$x = -1{,}5 \pm \sqrt{42{,}25}$

$x = -1{,}5 \pm 6{,}5$

$x_1 = 5$

$x_2 = -8$

g) $3x^2 + 15x + 12 = 0 \quad | : 3$

$x^2 + 5x + 4 = 0$

$x = -2{,}5 \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 4}$

$x = -2{,}5 \pm \sqrt{2{,}25}$

$x = -2{,}5 \pm 1{,}5$

$x_1 = -1$

$x_2 = -4$

h) $x^2 + 10x + 25 = 0$

$x = -5 \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 25}$

$x = -5 \pm \sqrt{0}$

$x = -5$

i) $2x^2 + 5x - 3 = 0 \quad |:2$

$x^2 + 2{,}5x - 1{,}5 = 0$

$x = -1{,}25 \pm \sqrt{\frac{6{,}25}{4} + 1{,}5}$

$x = -1{,}25 \pm \sqrt{3{,}0625}$

$x = -1{,}25 \pm 1{,}75$

$x_1 = 0{,}5$

$x_2 = -3$

j) $-2x^2 + 4x + 4 = 0 \quad |:(-2)$

$x^2 - 2x - 2 = 0$

$x = 1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 2}$

$x = 1 \pm \sqrt{3}$

$x_1 = 1 + \sqrt{3} \approx 2{,}73$

$x_2 = 1 - \sqrt{3} \approx -0{,}73$

k) $(x+3)^2 - 9 = 0 \quad |+9$

$(x+3)^2 = 9 \quad |\sqrt{\ }$

$x + 3 = \pm 3 \quad |-3$

$x = -3 \pm 3$

$x_1 = 0$

$x_2 = -6$

l) $(x+4) \cdot (x-2) = 0$

$x^2 - 2x + 4x - 8 = 0$

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 8}$

$x = -1 \pm \sqrt{9}$

$x = -1 \pm 3 \qquad x_1 = 2$

$x_2 = -4$

Alternative: $(x+4)\cdot(x-2)=0$

$x+4=0$ oder $x-2=0$

$x_1=-4$

$x_2=2$

m) $x^2+8x-14=2x+2 \quad |-2x$

$x^2+6x-14=2 \quad |-2$

$x^2+6x-16=0$

$x=-3\pm\sqrt{\frac{36}{4}+16}$

$x=-3\pm\sqrt{25}$

$x=-3\pm 5$

$x_1=2$

$x_2=-8$

n) $x^2+3x+5=x^2+6x+1 \quad |-1$

$x^2+3x+4=x^2+6x \quad |-6x$

$x^2-3x+4=x^2 \quad |-x^2$

$-3x+4=0 \quad |-4$

$-3x=-4 \quad |:(-3)$

$x=\frac{4}{3}$

2 a) Wir setzen $x=1$ ein. Die Gleichung müsste dann aufgehen:

$1^2+3\cdot 1+a=0$

$1+3+a=0$

$4+a=0 \quad |-4$

$\underline{\underline{a=-4}}$

b) $1^2 + a \cdot 1 - 4 = 0$

$1 + a - 4 = 0$

$-3 + a = 0 \quad | +3$

$\underline{a = 3}$

3) Wir verwenden die Faktorisierung:

$(x-2) \cdot (x-3) = x^2 - 3x - 2x + 6$

$= x^2 - 5x + 6$

Die Gleichung lautet $x^2 - 5x + 6 = 0$.

4a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

$x = 3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 8}$

$x = 3 \pm \sqrt{9 - 8}$

$x = 3 \pm \sqrt{1}$

$x = 3 \pm 1$

$x_1 = 4$

$x_2 = 2$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = (x-4) \cdot (x-2)$

b) $x^2 + 5x - 6 = 0$

$x = -2{,}5 \pm \sqrt{\frac{25}{4} + 6}$

$x = -2{,}5 \pm \sqrt{12{,}25}$

$x = -2{,}5 \pm 3{,}5$

$x_1 = 1$

$x_2 = -6$

$\Rightarrow x^2 + 5x - 6 = (x-1) \cdot (x+6)$

c) $x^2 + 12x + 20 = 0$

$x = -6 \pm \sqrt{\frac{144}{4} - 20}$

$x = -6 \pm \sqrt{36-20}$

$x = -6 \pm \sqrt{16}$

$x = -6 \pm 4$

$x_1 = -2$

$x_2 = -10$

$\Rightarrow x^2 + 12x + 20 = (x+2) \cdot (x+10)$

5a) $f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$

S(3|1) Scheitelp. $\Rightarrow f(x) = a \cdot (x-3)^2 + 1$

A(0|4) auf f $\Rightarrow f(0) = 4$

$a \cdot (0-3)^2 + 1 = 4$

$a \cdot (-3)^2 + 1 = 4$

$9a + 1 = 4 \quad | -1$

$9a = 3 \quad | :9$

$a = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3} \cdot (x-3)^2 + 1$

$= \frac{1}{3} \cdot (x^2 - 6x + 9) + 1$ (Binom. Formel)

$= \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 + 1$

$= \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$

b) $f(x) = a(x-d)^2 + e$

$S(3|5{,}2)$ Scheitelp. $\Rightarrow f(x) = a(x-3)^2 + 5{,}2$

$A(5|4{,}2)$ auf f $\Rightarrow f(5) = 4{,}2$

$$a(5-3)^2 + 5{,}2 = 4{,}2$$
$$a \cdot (2)^2 + 5{,}2 = 4{,}2$$
$$4a + 5{,}2 = 4{,}2 \quad |-5{,}2$$
$$4a = -1$$
$$a = -0{,}25$$

$$\Rightarrow f(x) = -0{,}25 \cdot (x-3)^2 + 5{,}2$$
$$= -0{,}25 \cdot (x^2 - 6x + 9) + 5{,}2 \qquad \text{(Binom. For.)}$$
$$= -0{,}25x^2 + 1{,}5x - 2{,}25 + 5{,}2$$
$$= \underline{-0{,}25x^2 + 1{,}5x + 2{,}95}$$

6a) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$A(1|9)$ auf f $\Rightarrow f(1) = 9$

$$a + b + c = 9$$

$B(2|14)$ auf f $\Rightarrow f(2) = 14$

$$4a + 2b + c = 14$$

$C(3|21)$ auf f $\Rightarrow f(3) = 21$

$$9a + 3b + c = 21$$

I. $a + b + c = 9$

II. $4a + 2b + c = 14$

III. $9a + 3b + c = 21$

$$a + b + c = 9 \quad |-a|-b$$
$$c = 9 - a - b \qquad (\text{in II \& III})$$

$$\text{II.} \quad 4a + 2b + 9 - a - b = 14$$
$$\text{III.} \quad 9a + 3b + 9 - a - b = 21$$

$$\text{II.} \quad 3a + b + 9 = 14 \qquad |-9$$
$$\text{III.} \quad 8a + 2b + 9 = 21 \qquad |-9$$

$$\text{II.} \quad 3a + b = 5$$
$$\text{III.} \quad 8a + 2b = 12$$

$$3a + b = 5 \quad |-3a$$
$$b = 5 - 3a \qquad (\text{in III})$$

$$\text{III.} \quad 8a + 2\cdot(5-3a) = 12$$
$$8a + 10 - 6a = 12$$
$$2a + 10 = 12 \quad |-10$$
$$2a = 2 \quad |:2$$
$$a = 1$$

$$\Rightarrow b = 5 - 3a$$
$$b = 5 - 3\cdot 1$$
$$b = 5 - 3$$
$$b = 2$$
$$\Rightarrow c = 9 - a - b$$
$$c = 9 - 1 - 2$$
$$c = 6$$
$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 2x + 6$$

mit Gauß-Algorithmus:

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad & a + b + c = 9 \\ \text{II.} \quad & 4a + 2b + c = 14 \\ \text{III.} \quad & 9a + 3b + c = 21 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 4 & 2 & 1 & 14 \\ 9 & 3 & 1 & 21 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ 4 \cdot \text{I} - \text{II} \\ 9 \cdot \text{I} - \text{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 2 & 3 & 22 \\ 0 & 6 & 8 & 60 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ 3 \cdot \text{II} - \text{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 2 & 3 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \quad c = 6$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad 2b + 3 \cdot c &= 22 \\ 2b + 18 &= 22 \quad \mid -18 \\ 2b &= 4 \quad \mid :2 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad a + b + c &= 9 \\ a + 2 + 6 &= 9 \\ a + 8 &= 9 \quad \mid -8 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 2x + 6$$

b) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$A(-1|1)$ auf $f \Rightarrow f(-1) = 1$

$$a - b + c = 1$$

$B(1/5)$ auf $f \Rightarrow f(1) = 5$

$a + b + c = 5$

$C(2/4)$ auf $f \Rightarrow f(2) = 4$

$4a + 2b + c = 4$

I. $a - b + c = 1$
II. $a + b + c = 5$
III. $4a + 2b + c = 4$

$a - b + c = 1 \quad | -a \; | +b$

$c = 1 - a + b \quad$ (in II & III)

II. $a + b + 1 - a + b = 5$
III. $4a + 2b + 1 - a + b = 4$

II. $2b + 1 = 5 \quad | -1$
III. $3a + 3b + 1 = 4 \quad | -1$

II. $2b = 4$
III. $3a + 3b = 3$

II. $2b = 4 \quad | :2$

$b = 2 \quad$ (in III)

III. $3a + 3 \cdot 2 = 3$

$3a + 6 = 3 \quad | -6$

$3a = -3 \quad | :3$

$a = -1$

$\Rightarrow \quad c = 1 - a + b$

$c = 1 - (-1) + 2$

$c = 4$

$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 2x + 4$

mit Gauß-Algorithmus:

I. $a - b + c = 1$

II. $a + b + c = 5$

III. $4a + 2b + c = 4$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \mathrm{I} - \mathrm{II} \\ 4 \cdot \mathrm{I} - \mathrm{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -6 & 3 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ 3 \cdot \mathrm{II} - \mathrm{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -3 & -12 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow -3c = -12 \quad | : (-3)$

$c = 4$

$\Rightarrow -2b = -4 \quad | : (-2)$

$b = 2$

$\Rightarrow a - 2 + 4 = 1$

$a + 2 = 1 \quad | -2$

$a = -1$

$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 2x + 4$

7a) gegeben: $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$
gesucht: $x^2 + px + q$ mit $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$
als Lösung bzw. Nullstelle

Wir benutzen die Faktorisierung:

$$(x-1)\cdot(x-3) = x^2 - 3x - x + 3$$
$$= x^2 - 4x + 3$$

$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 3$

b) Die Parabel ist nach unten geöffnet, wenn der Faktor vor x^2 negativ ist.

$\Rightarrow (-1)\cdot(x^2 - 4x + 3) = -x^2 + 4x - 3$

$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 4x - 3$

Die Multiplikation mit (-1) entspricht einer Spiegelung der Parabel an der x-Achse.

8a) $f(x) = x^2 - 8x + 15$

Scheitelpunkt: $f(x) = x^2 - 8x + 15$
$$= (x-4)^2 + 15 - 16$$
$$= (x-4)^2 - 1$$

$\Rightarrow S\,(4/-1)$

Schnittpunkt mit y-Achse:
$$f(0) = 0^2 - 8\cdot 0 + 15 = 15$$
$\Rightarrow S_y\,(0/15)$

Nullstellen: $x^2 - 8x + 15 = 0$

$x = 4 \pm \sqrt{\frac{64}{4} - 15}$

$x = 4 \pm \sqrt{16 - 15}$

$x = 4 \pm 1$

$x_1 = 5$

$x_2 = 3$

$\Rightarrow N_1(3|0)$

$N_2(5|0)$

Punkt P_1: $f(3) = 3^2 - 8 \cdot 3 + 15 = 0$

$\Rightarrow P_1(3|0)$

Punkt P_2: $x^2 - 8x + 15 = 3 \quad | -3$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$x = 4 \pm \sqrt{\frac{64}{4} - 12}$

$x = 4 \pm \sqrt{16 - 12}$

$x = 4 \pm \sqrt{4}$

$x = 4 \pm 2$

$x_1 = 6$

$x_2 = 2$

$\Rightarrow P_1(2|3)$ bzw. $P_2(6|3)$

Schnittpunkte mit g:

$x^2 - 8x + 15 = 2x + 1 \quad | -2x$

$x^2 - 10x + 15 = 1 \quad | -1$

$x^2 - 10x + 14 = 0$

$x = 5 \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 14}$

$x = 5 \pm \sqrt{11}$

$x_1 \approx 8{,}32$

$x_2 \approx 1{,}68$

$y_1 = 2 \cdot 8{,}32 + 1 = 17{,}64$
$y_2 = 2 \cdot 1{,}68 + 1 = 4{,}36$

$\Rightarrow S_1 \, (8{,}32 / 17{,}64)$
$S_2 \, (1{,}68 / 4{,}36)$

Schnittpunkt mit h:

$$
\begin{aligned}
x^2 - 8x + 15 &= x^2 + 2x + 1 && | -x^2 \\
-8x + 15 &= 2x + 1 && | -2x \\
-10x + 15 &= 1 && | -1 \\
-10x + 14 &= 0 && | -14 \\
-10x &= -14 && | :(-10) \\
x &= 1{,}4
\end{aligned}
$$

$f(1{,}4) = 1{,}4^2 - 8 \cdot 1{,}4 + 15 = 5{,}76$

$\Rightarrow S_3 \, (1{,}4 / 5{,}76)$

l) $f(x) = 0{,}5x^2 + 5x + 12{,}5$

Scheitelpunkt:
$$
\begin{aligned}
f(x) &= 0{,}5x^2 + 5x + 12{,}5 \\
&= 0{,}5 \cdot (x^2 + 10x + 25) \\
&= 0{,}5 \cdot ((x+5)^2 + 25 - 25) \\
&= 0{,}5 \cdot (x+5)^2
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow S \, (-5/0)$

Schnittpunkt mit y-Achse:

$f(0) = 0{,}5 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 + 12{,}5 = 12{,}5$

$\Rightarrow S_y \, (0/12{,}5)$

Nullstellen: $0{,}5x^2 + 5x + 12{,}5 = 0 \quad | \cdot 2$

$x^2 + 10x + 25 = 0$

$x = -5 \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 25}$

$x = -5$

$\Rightarrow N(-5/0)$

Punkt P_1: $f(3) = 0{,}5 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 + 12{,}5$

$= 32$

$\Rightarrow P_1(3/32)$

Punkt P_2: $f(x) = 3$

$0{,}5x^2 + 5 \cdot x + 12{,}5 = 3 \quad | -3$

$0{,}5x^2 + 5x + 9{,}5 = 0 \quad | \cdot 2$

$x^2 + 10x + 19 = 0$

$x = -5 \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 19}$

$x = -5 \pm \sqrt{6}$

$x_1 = -2{,}55$

$x_2 = -7{,}45$

$\Rightarrow P_2(-2{,}55/3)$ bzw. $P_2(-7{,}45/3)$

Schnittpunkte mit g:

$f(x) = g(x)$

$0{,}5x^2 + 5x + 12{,}5 = 2x + 1 \quad | -2x$

$0{,}5x^2 + 3x + 12{,}5 = 1 \quad | -1$

$0{,}5x^2 + 3x + 11{,}5 = 0 \quad | \cdot 2$

$x^2 + 6x + 23 = 0$

$x = -3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 23}$

$x = -3 \pm \sqrt{-14}$

Es gibt keine Schnittpunkte

Schnittpunkt mit h:

$$0{,}5x^2 + 5x + 12{,}5 = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$$

$$-0{,}5x^2 + 5x + 12{,}5 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$-0{,}5x^2 + 3x + 12{,}5 = 1 \quad | -1$$

$$-0{,}5x^2 + 3x + 11{,}5 = 0 \quad | \cdot(-2)$$

$$x^2 - 6x - 23 = 0$$

$$x = 3 \pm \sqrt{\tfrac{36}{4} + 23}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{32}$$

$$x_1 = 8{,}66$$

$$x_2 = -2{,}66$$

$$y_1 = 8{,}66^2 + 2 \cdot 8{,}66 + 1 \approx 93{,}32$$

$$y_2 = (-2{,}66)^2 + 2 \cdot (-2{,}66) + 1 \approx 2{,}76$$

$$\Rightarrow S_1(8{,}66 / 93{,}32)$$

$$S_2(-2{,}66 / 2{,}76)$$

c) $f(x) = -2x^2 + 6x + 4$

Scheitelpunkt: $f(x) = -2x^2 + 6x + 4$

$$= -2 \cdot (x^2 - 3x - 2)$$

$$= -2 \cdot ((x-1{,}5)^2 - 2 - 2{,}25)$$

$$= -2 \cdot ((x-1{,}5)^2 - 4{,}25)$$

$$= -2(x-1{,}5)^2 + 8{,}5$$

$$\Rightarrow S(1{,}5 / 8{,}5)$$

Schnittpunkt mit y-Achse:

$$f(0) = -2 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 + 4 = 4$$

$$\Rightarrow S_y(0|4)$$

Nullstellen: $f(x) = 0$

$$-2x^2 + 6x + 4 = 0 \quad | :(-2)$$
$$x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$x = 1{,}5 \pm \sqrt{\tfrac{9}{4} + 2}$$
$$x = 1{,}5 \pm \sqrt{4{,}25}$$
$$x_1 = 3{,}56$$
$$x_2 = -0{,}56$$

$\Rightarrow N_1 (3{,}56 / 0)$

$N_2 (-0{,}56 / 0)$

Punkt P_1:

$$f(3) = x$$
$$f(3) = -2 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 + 4 = 4$$

$\Rightarrow P_1 (3 / 4)$

Punkt P_2:

$$f(x) = 3$$
$$-2x^2 + 6x + 4 = 3 \quad | -3$$
$$-2x^2 + 6x + 1 = 0 \quad | :(-2)$$
$$x^2 - 3x - 0{,}5 = 0$$
$$x = 1{,}5 \pm \sqrt{\tfrac{9}{4} + 0{,}5}$$
$$x = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}75}$$
$$x_1 = 3{,}16$$
$$x_2 = -0{,}16$$

$\Rightarrow P_2 (3{,}16 / 3)$ bzw. $P_2 (-0{,}16 / 3)$

Schnittpunkt mit g:

$$f(x) = g(x)$$
$$-2x^2 + 6x + 4 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$-2x^2 + 4x + 4 = 1 \quad | -1$$
$$-2x^2 + 4x + 3 = 0 \quad | :(-2)$$
$$x^2 - 2x - 1{,}5 = 0$$
$$x = 1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 1{,}5}$$
$$x = 1 \pm \sqrt{2{,}5}$$
$$x_1 = 2{,}58$$
$$x_2 = -0{,}58$$

$$y_1 = 2 \cdot 2{,}58 + 1 = 6{,}16$$
$$y_2 = 2 \cdot (-0{,}58) + 1 = -0{,}16$$

$$\Rightarrow S_1 (2{,}58 / 6{,}16)$$
$$S_2 (-0{,}58 / -0{,}16)$$

Schnittpunkte mit h:

$$f(x) = h(x)$$
$$-2x^2 + 6x + 4 = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$$
$$-3x^2 + 6x + 4 = 2x + 1 \quad | -2x$$
$$-3x^2 + 4x + 4 = 1 \quad | -1$$
$$-3x^2 + 4x + 3 = 0 \quad | :(-3)$$
$$x^2 - \frac{4}{3}x - 1 = 0$$
$$x = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{(4/3)^2}{4} + 1}$$
$$x = 0{,}\overline{6} \pm \sqrt{1{,}\overline{4}}$$
$$x_1 = 1{,}87$$
$$x_2 = -0{,}54$$
$$y_1 = 1{,}87^2 + 2 \cdot 1{,}87 + 1 \approx 8{,}24$$
$$y_2 = (-0{,}54)^2 + 2(-0{,}54) + 1 \approx 0{,}21$$
$$\Rightarrow S_3 (1{,}87 / 8{,}24)$$
$$S_4 (-0{,}54 / 0{,}21)$$

d) $f(x) = x^2 + 6x$

Scheitelpunkt: $f(x) = x^2 + 6x + 0$

$= (x+3)^2 + 0 - 9$

$= (x+3)^2 - 9$

$\Rightarrow S(-3/-9)$

Schnittpunkt mit y-Achse:

$f(0) = 0^2 + 6 \cdot 0 = 0$

$\Rightarrow S_y(0/0)$

Nullstellen: $f(x) = 0$

$x^2 + 6x = 0$

$x \cdot (x+6) = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = -6$

$\Rightarrow N_1(0/0)$

$N_2(-6/0)$

Punkt P_1:

$f(3) = 3^2 + 6 \cdot 3 = 27$

$\Rightarrow P_1(3/27)$

Punkt P_2:

$f(x) = 3$

$x^2 + 6x = 3 \quad |-3$

$x^2 + 6x - 3 = 0$

$x = -3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} + 3}$

$x = -3 \pm \sqrt{12}$

$x_1 = 0{,}46$

$x_2 = -6{,}46$

$\Rightarrow P_2(0{,}46/3)$ bzw. $P_2(-6{,}46/3)$

Schnittpunkte mit g:

$$f(x) = g(x)$$
$$x^2 + 6x = 2x + 1 \quad | -2x$$
$$x^2 + 4x = 1 \quad | -1$$
$$x^2 + 4x - 1 = 0$$
$$x = -2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} + 1}$$
$$x = -2 \pm \sqrt{5}$$
$$x_1 = 0{,}24$$
$$x_2 = -4{,}24$$
$$y_1 = 2 \cdot 0{,}24 + 1 = 1{,}48$$
$$y_2 = 2 \cdot (-4{,}24) + 1 = -7{,}48$$

$\Rightarrow S_1 (0{,}24 / 1{,}48)$
$S_2 (-4{,}24 / -7{,}48)$

Schnittpunkt mit h:

$$f(x) = h(x)$$
$$x^2 + 6x = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$$
$$6x = 2x + 1 \quad | -2x$$
$$4x = 1 \quad | :4$$
$$x = 0{,}25$$

$$y = 0{,}25^2 + 6 \cdot 0{,}25 = 1{,}5625$$

$\Rightarrow S_3 (0{,}25 / 1{,}5625)$

9a) $f(x) = a(x-d)^2 + e$

Scheitelpunkt $S(2|3) \Rightarrow f(x) = a(x-2)^2 + 3$

$A(1|5)$ liegt auf $f \Rightarrow f(1) = 5$

$$a(1-2)^2 + 3 = 5$$
$$a \cdot (-1)^2 + 3 = 5$$
$$a + 3 = 5 \quad |-3$$
$$a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 \cdot (x-2)^2 + 3$$
$$= 2(x^2 - 4x + 4) + 3 \qquad \text{(Bin. Formel)}$$
$$= 2x^2 - 8x + 8 + 3$$
$$\underline{= 2x^2 - 8x + 11}$$

b) $2x^2 - 8x + 11 = 0 \quad |:2$

$$x^2 - 4x + 5{,}5 = 0$$
$$x = 2 \pm \sqrt{\tfrac{16}{4} - 5{,}5}$$
$$x = 2 \pm \sqrt{-1{,}5}$$
$$\lightning$$

Es gibt keine Nullstellen

c) $f(0) = 2 \cdot 0^2 - 8 \cdot 0 + 11 = 1$

$\Rightarrow S_y(0|11)$

d) $f(x) = g(x)$

$$2x^2 - 8x + 11 = x + 9 \quad |-x$$
$$2x^2 - 9x + 11 = 9 \quad |-9$$
$$2x^2 - 9x + 2 = 0 \quad |:2$$
$$x^2 - 4{,}5x + 1 = 0$$

$x = 2,25 \pm \sqrt{\frac{4,5^2}{4} - 1}$

$x = 2,25 \pm \sqrt{4,0625}$

$x_1 \approx 4,27$

$x_2 \approx 0,23$

$y_1 = 4,27 + 9 = 13,27$

$y_2 = 0,23 + 9 = 9,23$

$\Rightarrow S_1\ (4,27 / 13,27)$

$S_2\ (0,23 / 9,23)$

e) $f(x) = h(x)$

$2x^2 - 8x + 11 = x \quad | -x$

$2x^2 - 9x + 11 = 0 \quad | : 2$

$x^2 - 4,5x + 5,5 = 0$

$x = 2,25 \pm \sqrt{\frac{4,5^2}{4} - 5,5}$

$x = 2,25 \pm \sqrt{-0,4375}$

$\lightning$

Es gibt keine Schnittpunkte.

10 a) Wir setzen $x = -1$ ein:

$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + a = 0$

$1 - 2 + a = 0$

$-1 + a = 0$

$a = 1$

Test: $x^2 + 2x + 1 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} - 1}$

$x = -1$

$\Rightarrow$ tatsächlich nur $x = -1$ als Nullstelle

b) Wir berechnen die Nullstellen mit dem Platzhalter:

$$x^2 + 2x + a = 0$$
$$x = -1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} - a}$$
$$x = -1 \pm \sqrt{1-a}$$

Damit es keine Nullstelle gibt muss der Ausdruck unter der Wurzel negativ werden:

$$1 - a < 0 \quad |+a$$
$$1 < a$$

$\Rightarrow$ Das ist für alle Werte von a der Fall, wenn a größer als 1 ist.

11a) 11 Uhr $\hat{=}$ $x = 0$

$$f(0) = -0^2 + 6 \cdot 0 + 91 = 91$$

Antwort: Es waren 91 km/h.

b) 12 Uhr $\hat{=}$ $x = 1$

$$f(1) = -1^2 + 6 \cdot 1 + 91 = -1 + 6 + 91 = 96$$

Antwort: Es waren 96 km/h.

c) $f(x) = 80$

$$-x^2 + 6x + 91 = 80 \quad |-80$$
$$-x^2 + 6x + 11 = 0 \quad |\cdot(-1)$$
$$x^2 - 6x - 11 = 0$$
$$x = 3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} + 11}$$
$$x = 3 \pm \sqrt{20}$$

$x_1 = 7{,}47$

$x_2 = -1{,}47$ (vor der Fahrt → kann weggelassen werden)

$x = 7{,}47 \ \hat{=}\ 7h + 0{,}47\,h$ nach 11 Uhr

$\hat{=}\ 7h + \approx 28$ min " "

Antwort: 18:28 Uhr

d) Scheitelpunkt:

$f(x) = -x^2 + 6x + 91$

$= -1 \cdot (x^2 - 6x - 91)$

$= -1 \cdot ((x-3)^2 - 91 - 9)$

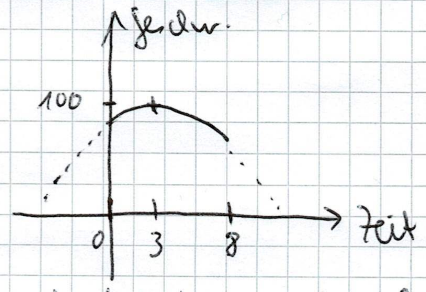
$= -1 \cdot ((x-3)^2 - 100)$

$= -1 \cdot (x-3)^2 + 100$

$\Rightarrow S(3/100)$

Antwort: um 14 Uhr mit 100 km/h

e) Der Graph sieht so aus:



Der niedrigste Wert muss rechts oder links am Rand sein.

$f(0) = 91$

$f(8) = -8^2 + 6 \cdot 8 + 91 = 75$

Antwort: <u>um 19 Uhr mit 75 km/h</u>

13a) gesucht: Nullstellen

$$-\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x = 0 \quad | \cdot (-360)$$

$$x^2 - 120x = 0$$

$$x(x-120) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 120$$

Antwort: <u>120 m</u>

b) gesucht: Scheitelpunkt

$$f(x) = -\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x$$

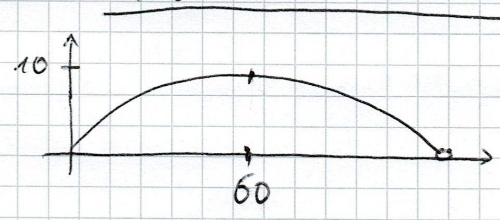
$$= -\frac{1}{360} \cdot \left(x^2 - 120x + 0\right)$$

$$= -\frac{1}{360} \cdot \left((x-60)^2 + 0 - 3600\right)$$

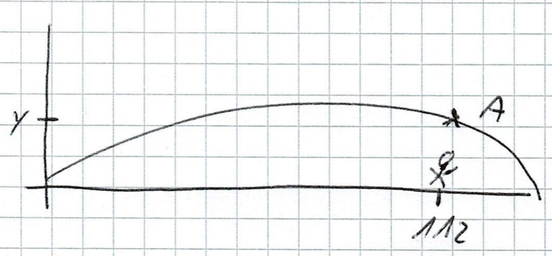
$$= -\frac{1}{360} \cdot \left((x-60)^2 - 3600\right)$$

$$= -\frac{1}{360} \cdot (x-60)^2 + 10$$

Antwort: <u>nach 60 m mit 10 m Höhe</u>



c)



$A(112/y)$

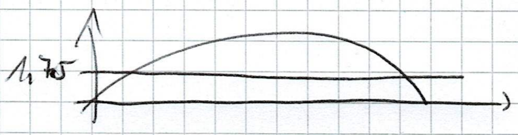
$$f(112) = -\frac{1}{360}\cdot 112^2 + \frac{1}{3}\cdot 112$$

$$\approx 2{,}49$$

$$2{,}49 - 1{,}75 = 0{,}74$$

Antwort: 74 cm (bzw. 0,74 m)

d)



gesucht: x mit $B(x/1{,}75)$

$$f(x) = 1{,}75$$

$$-\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x = 1{,}75 \qquad \Big| -1{,}75$$

$$-\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x - 1{,}75 = 0 \qquad \Big| \cdot(-360)$$

$$x^2 - 120x + 630 = 0$$

$$x = 60 \pm \sqrt{\frac{120^2}{4} - 630}$$

$$x = 60 \pm \sqrt{2970}$$

$$x_1 \approx 114{,}5$$

$$x_2 \approx 5{,}5$$

Antwort: nicht in 5,5 & nicht in 114,5 m Entfernung.

14a) $f(x) = a(x-d)^2 + e$

Scheitelpunkt $S(50/24)$ $\Rightarrow f(x) = a(x-50)^2 + 24$

$A(0/0)$ liegt auf f $\Rightarrow f(0) = 0$

$$a\cdot(0-50)^2 + 24 = 0$$
$$a \cdot 50^2 + 24 = 0$$
$$2500a + 24 = 0$$
$$2500a = -24$$
$$a = -\frac{24}{2500}$$
$$a = -\frac{6}{625}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{6}{625}(x-50)^2 + 24$$
$$= -\frac{6}{625}(x^2 - 100x + 2500) + 24 \qquad \text{(Bin. F.)}$$
$$= -\frac{6}{625}x^2 + \frac{24}{25}x - 24 + 24$$
$$\underline{= -\frac{6}{625}x^2 + \frac{24}{25}x}$$

b) $f(40) = -\frac{6}{625}\cdot 40^2 + \frac{24}{25}\cdot 40 = 23{,}04$

$23{,}04 - 1{,}75 = 21{,}29$

<u>Antwort: 21,29 m</u>

c) 10 cm vom Kopf entfernt $\hat{=}$ 1,85 m

$f(x) = 1{,}85$

$$-\frac{6}{625}x^2 + \frac{24}{25}x = 1{,}85 \quad | -1{,}85$$

$$-\frac{6}{625}x^2 + \frac{24}{25}x - 1{,}85 = 0 \quad | \cdot \left(-\frac{625}{6}\right)$$

$$x^2 - 100x + 192{,}71 = 0$$

$$x = 50 \pm \sqrt{\frac{100^2}{4} - 192{,}71}$$

$$x = 50 \pm \sqrt{2307{,}29}$$

$$x_1 = 98{,}03$$

$$x_2 = 1{,}97$$

Antwort: in 1,97 m und in 98,03 m Entfernung.

d) Nullstellen:

$$-\frac{6}{625}x^2 + \frac{24}{25}x = 0 \quad | \cdot \left(-\frac{625}{6}\right)$$

$$x^2 - 100x = 0$$

$$x(x - 100) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 100$$

A.: 100