

AUFGABEN

Teil I: HILFSMITTELFREIER TEIL

- 1) Bestimme, ob die nachfolgenden Vektoren linear abhängig oder linear unabhängig sind:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- 2) Bestimme, ob die nachfolgenden Vektoren linear abhängig oder linear unabhängig sind:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 3) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Gib einen beliebigen Vektor \vec{c} an, der linear abhängig von \vec{a} und \vec{b} ist.

b) Gib einen beliebigen Vektor \vec{c} an, der linear unabhängig von \vec{a} und \vec{b} ist.

4) Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimme einen Vektor, der zu \vec{a} und \vec{b} senkrecht ist.

5) Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) Berechne $\vec{a} \times \vec{b}$

b) Berechne $\vec{a} \circ \vec{b}$

c) Berechne $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{b}$

6) Berechne x:

$$\left(\begin{pmatrix} x \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 10$$

7) [Aufgabensammlung Hamburg Nr. 45]

Gegeben sind die Punkte $A(-1|1|4)$, $B(-3|5|6)$ und $C_t(-2+t|3|5+t)$ mit $t \in \mathbb{R}$, $t \neq 0$.

a) Zeigen Sie, dass jedes der Dreiecke ABC_t gleichschenkelig ist.

b) Bestimmen Sie diejenigen Werte von t , für die das jeweils zugehörige Dreieck ABC_t gleichseitig ist.

8) [Aufgabensammlung Hamburg Nr. 48]

Die Abbildung 22 zeigt ein gerades Prisma $ABCDEF$ mit $A(0|0|0)$, $B(8|0|0)$, $C(0|8|0)$ und $D(0|0|4)$.

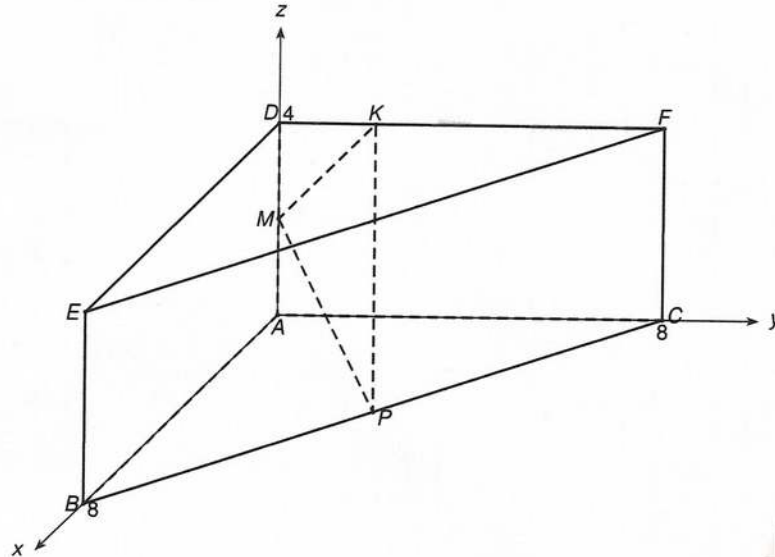


Abb. 22

- a) **Bestimmen** Sie den Abstand der Eckpunkte B und F .
- b) Die Punkte M und P sind die Mittelpunkte der Kanten \overline{AD} bzw. \overline{BC} .
Der Punkt $K(0|y_K|4)$ liegt auf der Kante \overline{DF} .
Bestimmen Sie y_K so, dass das Dreieck KMP in M rechtwinklig ist.

9) [Aufgabensammlung Hamburg Nr. 50]

Betrachtet wird die Pyramide $ABCS$ mit $A(0|0|0)$, $B(4|4|2)$, $C(8|0|2)$, $D(4|-4|0)$ und $S(1|1|-4)$. Die Grundfläche $ABCD$ ist ein Parallelogramm.

- a) **Weisen** Sie **nach**, dass das Parallelogramm $ABCD$ ein Rechteck ist.
- b) Die Kante \overline{AS} steht senkrecht auf der Grundfläche $ABCD$.
Der Flächeninhalt der Grundfläche beträgt $24 \cdot \sqrt{2}$.
Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide.

Teil II: Teil mit Hilfsmitteln

1) Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimme rechnerisch, ob die drei Vektoren linear abhängig oder unabhängig sind.

2) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

a) Bestimme einen Vektor \vec{c} , der linear abhängig von \vec{a} und \vec{b} ist.

b) Bestimme einen Vektor \vec{c} , der linear unabhängig von \vec{a} und \vec{b} ist.

3) Berechne a und b:

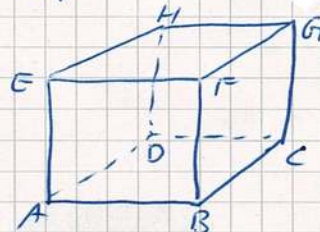
$$\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix}$$

4) Gegeben sei das Dreieck ABC mit $A(1/2/3)$, $B(2/5/2)$ und $C(1/3/7)$.
Berechne seinen Flächeninhalt.

5) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,
 $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Bestimme rechnerisch die Werte oder den Wert von x , für die bzw. den \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} linear abhängig sind.

6) Gegeben sei der Quader $AB(CDEFGH)$ mit $A(1/1/2)$, $B(1/6/2)$, $C(-1/6/2)$ und $F(1/6/8)$.



a) Gib die Koordinaten von D , E , G und H an.

b) Zeichne den Quader in ein dreidimensionales Koordinatensystem.

c) Bestimme das Volumen des Quaders ohne Spatprodukt.

d) Bestimme das Volumen des Quaders mit Spatprodukt.