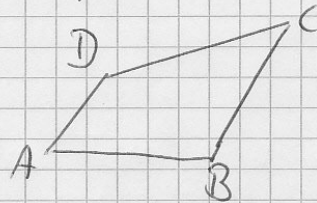


AUFGABEN (HILFSMITTELFREIER TEIL)

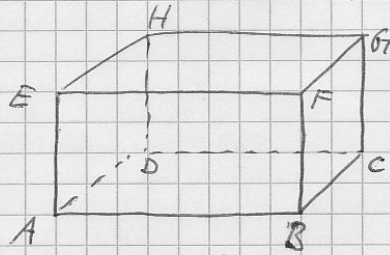
- 1) Gegeben sei das Viereck $ABCD$ mit $A(2/1/1)$, $B(3/5/2)$, $C(0/5/4)$ und $D(-1/1/3)$



- a) Zeige, dass es sich um ein Parallelogramm handelt
- b) Handelt es sich zugleich um ein Rechteck?
- c) Gib die Diagonalen von A nach C bzw. von D nach B mit Hilfe von Vektoren an.
- d) Schneiden sich die Diagonalen von Teilaufgabe c rechtwinklig?
- e) Wo befindet sich der Winkel φ , der mit der folgenden Gleichung bestimmt werden kann:

$$\cos \varphi = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DA}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DA}|}$$

2) Gegeben sei der Quader $ABCDEFGH$



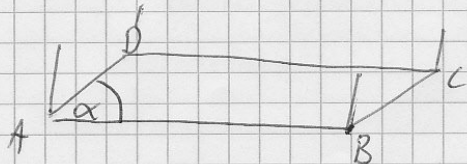
Bekannt sind die folgenden Koordinaten:

$A(8/0/0)$, $B(8/10/0)$, $D(0/0/0)$,
 $H(0/0/8)$ und $F(8/10/8)$.

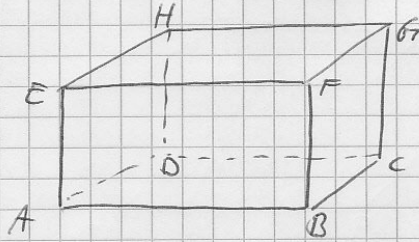
- Bestimme die Koordinaten von C , E und G .
- Bestimme die Koordinaten der Mittelpunkte der Flächen $ABCD$ und $ADEH$.
- Bestimme die Koordinaten des räumlichen Mittelpunktes innerhalb des Quaders.
- Bestimme das Volumen des Quaders.
- Wo befindet sich der Winkel φ , der mit der folgenden Gleichung bestimmt werden kann:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{EA} \cdot \vec{EB}}{|\vec{EA}| \cdot |\vec{EB}|}$$

g) Mit welcher Gleichung könnte man den Winkel α bestimmen?



3) Gegeben sei der Quader $AB(CDEF)GH$



Bekannt sind die folgenden Koordinaten:
 $A(3/2/-1)$, $B(3/6/-1)$ und $H(1/2/2)$.
Bestimme die Koordinaten von C, D, E, F
und G .

4) Gegeben sei das Dreieck ABC mit
 $A(3/0/0)$, $B(0/5/0)$ und $C(0/0/2)$.

a) Zeichne das Dreieck in ein dreidimensionales Koordinatensystem.

b) Handelt es sich um ein rechtwinkliges Dreieck?

c) Handelt es sich um ein gleichschenkliges Dreieck?

d) Bestimme die Koordinaten eines Punktes D , so dass das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm ist.

e) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es bei Teilaufgabe c jeweils einen Punkt D zu wählen?

5) Stelle den Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 17 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der beiden Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ dar.

6) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Wie muss man x wählen, damit \vec{a} und \vec{b} senkrecht zueinander sind?

7) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ z \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Gib eine Möglichkeit an, was man für x und z einsetzen muss, damit \vec{a} und \vec{b} senkrecht zueinander sind.

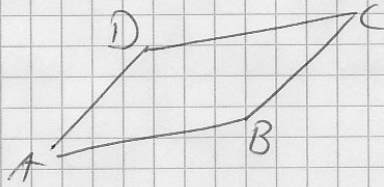
8) Zeige: $\vec{a} \circ \vec{a} = (|\vec{a}|)^2$

9) Bestimme \vec{x} :

$$a) 4 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} - 3 \cdot \vec{x} = (-5) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \vec{x}$$

$$b) 2 \cdot \left(5 \cdot \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,5 \\ -0,3 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 1,25 \\ -2,5 \\ 1 \end{pmatrix} \right) + 2 \vec{x} = 5 \cdot \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} \right) - \vec{x}$$

10) Gegeben sei ein Viereck $ABCD$.



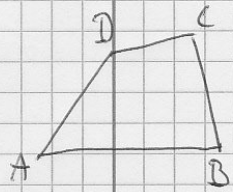
Es gelte: $\vec{AB} = \vec{DC}$

Zeige: Dann muss auch gelten $\vec{AD} = \vec{BC}$

11) Welche Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

- Ein Rechteck ist immer auch ein Parallelogramm.
- Ein Quadrat ist immer auch ein Trapez.
- Es gibt Parallelogramme, die zugleich auch gleichschenklige Trapeze sind.
- Eine Raute ist immer auch ein Drachenviereck.
- Es gibt Parallelogramme, die kein Drachenviereck sind.

AUFGABEN (Teil mit Hilfsmitteln)



1) Gegeben sei das Viereck $ABCD$ mit $A(1/0/2)$, $B(7/2/6)$, $C(5/2/5)$ und $D(2/1/3)$.

a) Handelt es sich um eine besondere Art von Viereck?

b) Bestimme die Größe der vier Innenwinkel.

c) Verändere die Koordinaten von Punkt D so, dass das Viereck $ABCD$ zum Parallelogramm wird.

d) Verändere die z -Koordinate des ursprünglichen Punktes D so, dass bei D ein rechter Winkel entsteht.

e) Gegeben sei der Punkt $E(6/1/z)$.
Wie muss man z wählen, damit E von den Punkten A und B gleich weit entfernt ist?

f) Gegeben sei der Punkt $F(1/18-2a/a)$ mit $a \in \mathbb{R}$. Zeige: F ist gleich weit von A und B entfernt.

2) Gegeben sei das Dreieck ABC mit $A(4/2/1)$, $B(3/7/1)$ und $C(3/4/6)$.

a) Zeichne das Dreieck in ein dreidimensionales Koordinatensystem.

b) Rechne die Länge der Seiten des Dreiecks aus.

c) Bestimme die Größe der drei Innenwinkel des Dreiecks.

d) Handelt es sich um ein besonderes Dreieck?

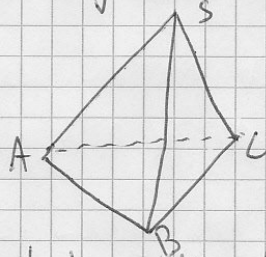
e) Bestimme die Koordinaten eines Punktes D, so dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist.

f) Bestimme die Koordinaten des Schwerpunkts des Dreiecks.

g) Gegeben sei der Punkt $L\left(\frac{93}{26} / \frac{107}{26} / 1\right)$.
Der Punkt liegt auf der Strecke von A nach B.
Zeige: \vec{LC} und \vec{AB} sind senkrecht zueinander.

h) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks.

3) Gegeben sei eine Pyramide $ABCS$ mit dreieckiger Grundfläche ABC .



Die Eckpunkte haben die Koordinaten $A(0/0/0)$, $B(4/4/0)$, $C(0/8/0)$ und $S(2/4/8)$.

- Zeichne die Pyramide in ein dreidimensionales Koordinatensystem.
- Handelt es sich beim Dreieck ABC um ein besonderes Dreieck?
- Handelt es sich beim Dreieck ABS um ein besonderes Dreieck?
- Wie groß ist der Winkel, den die Seiten \overline{AB} und \overline{AS} miteinander einschließen?
- Wie weit ist die Spitze S von der Grundfläche ABC entfernt?
- Bestimme das Volumen der Pyramide.
- Wir spiegeln den Punkt S an der Fläche ABC . Welche Koordinaten hat der dabei entstehende Bildpunkt S' ?



4) Gegeben sei das Viereck ABCD mit $A(5/0/-1)$, $B(9/-3/1)$, $C(11/3/4)$ und $D(9/6/0)$.

Handelt es sich um ein besonderes Viereck?

5) Gegeben sei der Vektor $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ z \end{pmatrix}$.

Wie muss man z wählen, damit

$|\vec{AB}| = 5$ Längeneinheiten gilt?

6) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$.

Wie muss man x und y wählen, damit \vec{c} zu \vec{a} und zu \vec{b} senkrecht ist?

7) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Bestimme einen Vektor \vec{c} , der sowohl zu \vec{a} als auch zu \vec{b} senkrecht ist.

8) Stelle den Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ dar.

g) Gegeben sei das Dreieck ABC mit $A(2/3/5)$, $B(3/5/6)$ und $C(4/4/10)$.

a) Bestimme die Koordinaten des Schwerpunktes

b) Wie lang sind die Seiten des Dreiecks?

c) Bestimme die Größe der Innenwinkel

d) Gib einen Punkt D an, sodass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist

e) Verändere die Koordinaten von C so, dass das Dreieck ABC ein gleichschenkliges Dreieck ist.