Lösungen

1) a) P(Ergebnis 1) = $\frac{1}{6}$

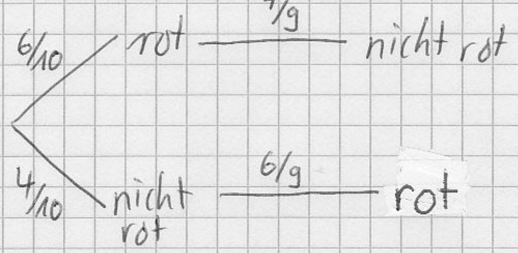
b) Ungerade Zahlen sind 1, 3 und 5.
Also 3 von 6 Zahlen.

P(Ergebnis ungerade) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2) a) $\xrightarrow{3/10}$ weiß $\xrightarrow{2/9}$ weiß

P(2 weiße Kugeln) = $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$

b)



P(genau eine rote Kugel) = $\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9}$

$= \frac{24}{90} + \frac{24}{90}$

$= \frac{48}{90}$

$= \frac{8}{15}$

c) $\xrightarrow{8/10}$ nicht schwarz $\xrightarrow{7/9}$ nicht schwarz

$$P(\text{nie schwarz}) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}$$

3) a)

$\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1

$$P(\text{jedesmal Feld } 1) = 0{,}7^4 = 0{,}2401$$

b)

$\xrightarrow{0{,}3}$ Feld 2 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1

$\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}3}$ Feld 2 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1

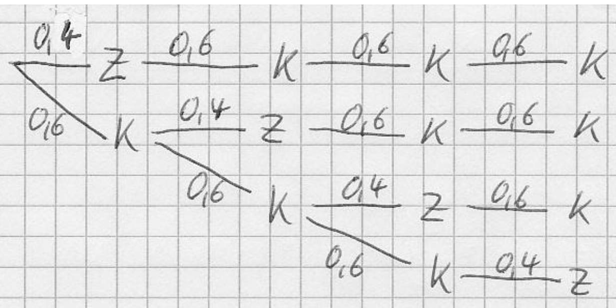
$\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}3}$ Feld 2 $\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1

$\xrightarrow{0{,}7}$ Feld 1 $\xrightarrow{0{,}3}$ Feld 2

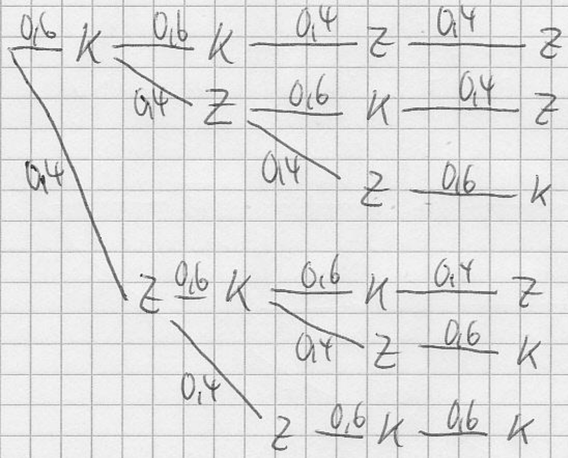
$$P(\text{einmal Feld } 2) = 4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^3$$
$$= 0{,}4116$$

4) a) $\xrightarrow{0{,}6}$ K $\xrightarrow{0{,}6}$ K $\xrightarrow{0{,}6}$ K $\xrightarrow{0{,}6}$ K

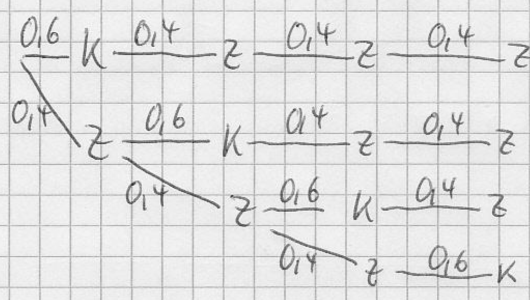
$$P(\text{viermal } K) = 0{,}6^4 = 0{,}1296$$

b) 

$P(\text{dreimal } K) = 4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^3$
$= 0{,}3456$

c) 

$P(\text{zweimal } K) = 6 \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}3456$

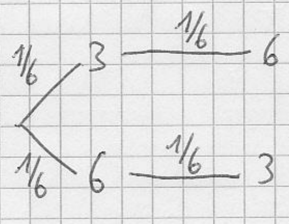
d) 

$P(\text{einmal } K) = 4 \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6$
$= 0{,}1536$

d) $\xrightarrow{0,4} Z \xrightarrow{0,4} Z \xrightarrow{0,4} Z \xrightarrow{0,4} Z$

$P(\text{nie } K) = 0,4^4 = 0,0256$

5) a) durch 3 teilbare Ergebnisse: 3 und 6



$P(\text{durch 3 teilbar}) = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

b) durch 3 teilbare Ergebnisse

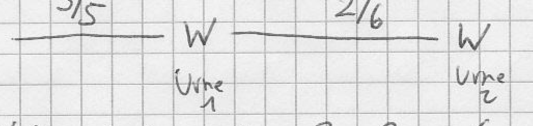
+	1	2	3	4	5	6	Würfel 1
1	2	3	4	5	6	7	
2	3	4	5	6	7	8	
3	4	5	6	7	8	9	
4	5	6	7	8	9	10	
5	6	7	8	9	10	11	
6	7	8	9	10	11	12	
Würfel 2							

Es gibt insgesamt 36 mögliche Ergebnisse (siehe Tabelle oben). Es handelt sich um ein Laplaceexperiment – die 36 einzelnen Ergebnisse müssen dieselbe Wahrscheinlichkeit haben. Insgesamt 12 Ergebnisse führen zu einer durch 3 teilbaren Summe.

Also gilt:

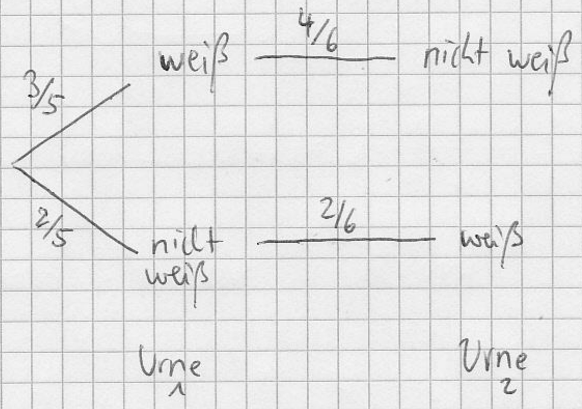
$$P(\text{Summe}_{\text{teilbar}}\text{ durch } 3) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

6) a)



$$P(2 \text{ weiße Kugeln}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

b)



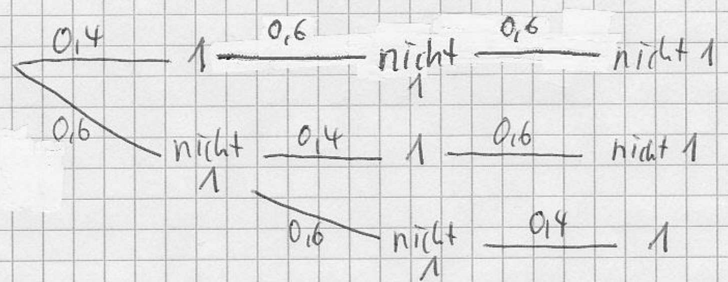
$$P(\text{eine weiße Kugel}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6}$$

$$= \frac{12}{30} + \frac{4}{30}$$

$$= \frac{16}{30}$$

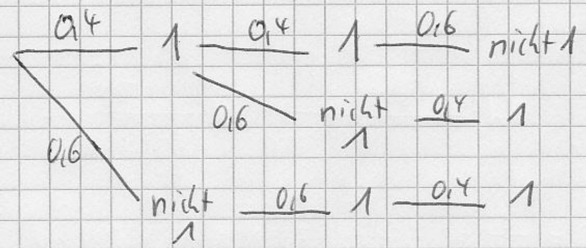
$$= \frac{8}{15}$$

7a)



$P(\text{genau einmal } 1) = 3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^2$
$= 0{,}432$

b)



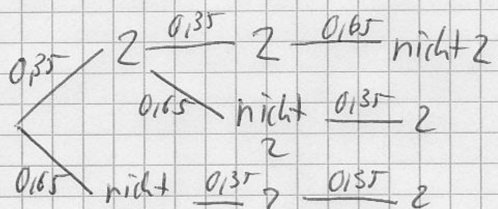
$P(\text{genau zweimal } 1) = 3 \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6$
$= 0{,}288$

c) 35 % ≙ Wahrscheinlichkeit für Feld 2

65 % ≙ Wahrscheinlichkeit dafür, dass man nicht Feld 2 erhält

Das gesuchte Ereignis ist: Man erhält genau zweimal Feld 2

Dafür ergeben sich in der Tat 3 Möglichkeiten:



$P(\text{genau 2-mal Feld 2}) = 3 \cdot 0{,}35^2 \cdot 0{,}65$

d) 25 % $\hat{=}$ Wahrscheinlichkeit für Feld 3

Das gesuchte Ereignis ist: Man erhält dreimal Feld 3.

Dafür gibt es eine Möglichkeit:

$\xrightarrow{0{,}25} 3 \xrightarrow{0{,}25} 3 \xrightarrow{0{,}25} 3$

$P(\text{dreimal } 3) = 0{,}25^3$

8) a) $\xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k$

$P(\text{immer } k) = 0{,}5^2 = 0{,}25$

b) $\xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k$

$P(\text{immer } k) = 0{,}5^3 = 0{,}125$

c) $\xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k$

$P(\text{immer } k) = 0{,}5^4 = 0{,}0625$

d) $\xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} k \xrightarrow{0{,}5} \ldots \xrightarrow{0{,}5} k$

$P(\text{immer } k) = 0{,}5^n$

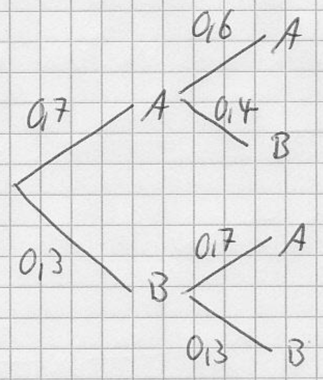
e) $0{,}5^n = 0{,}015625$

gesucht: n

$0{,}5^4 = 0{,}0625$
$0{,}5^5 = 0{,}03125$
$0{,}5^6 = 0{,}015625$

Man muss sie 6-mal werfen.

9) Die von einem Ergebnis / Zwischenergebnis ausgehenden Pfade müssen jeweils 100% ergeben (also 1).



$x = 0{,}3$; da $0{,}7 + 0{,}3 = 1$
$y = 0{,}4$; da $0{,}6 + 0{,}4 = 1$
$z = 0{,}7$; da $0{,}3 + 0{,}7 = 1$

Die Voraussetzung ist jeweils, dass das Baumdiagramm vollständig ist. Es muss alle Ergebnisse enthalten. Die Rechnung funktioniert nicht, wenn man nur die für eine Aufgabe wichtigen Pfade einzeichnet (wie bei den vorangegangenen Aufgaben).

10) a)

Gewinn und Verlust:

Würfel	Gewinn / Verlust
4, 5, 6	− 3 €
3, 2	0 €
1	6 €

Gewinn/ Verlust	-3 €	0 €	6 €
Wahrscheinlichkeit	$1/2$	$1/3$	$1/6$

$$E = -3 \cdot \frac{1}{2} + 0 + 6 \cdot \frac{1}{6}$$
$$= -1{,}5 + 1$$
$$= -0{,}5$$

Der Spieler muss auf lange Sicht mit einem durchschnittlichen Verlust von 0,5 € pro Spiel rechnen.

b) Gewinn / Verlust: x sei der neue Einsatz

Würfel	Gewinn / Verlust
4,5,6	$-x$
2,3	0
1	$9-x$

Gewinn/ Verlust	$-x$	0	$9-x$
Wahrs.	$1/2$	$1/3$	$1/6$

$$E = -x \cdot \frac{1}{2} + 0 + (9-x) \cdot \frac{1}{6} = 0$$
$$-\frac{1}{2}x + \frac{9}{6} - \frac{1}{6}x = 0$$
$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x = -\frac{9}{6}$$
$$-\frac{4}{6}x = -\frac{9}{6}$$

$$-\frac{2}{3}x = -\frac{3}{2} \quad \Big| :\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$x = -\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$x = \frac{9}{4} = 2{,}25 \text{ €}$$

Der neue Einsatz beträgt 2,25 €.

c)

Würfel	Gewinn / Verlust
4,5,6	$-x$
2,3	0
1	$9-x$

Gew./Verl.	$-x$	0	$9-x$
Wahrs.	1/2	1/3	1/6

$$E = -x \cdot \frac{1}{2} + 0 + (9-x) \cdot \frac{1}{6} = 1$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{9}{6} - \frac{1}{6}x = 1$$

$$-\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} = 1$$

$$-\frac{2}{3}x = -\frac{1}{2} \quad \Big| :\left(-\frac{2}{3}\right)$$

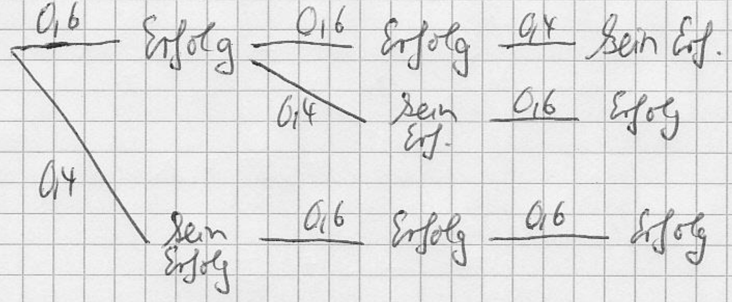
$$x = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$x = 0{,}75 \text{ €}$$

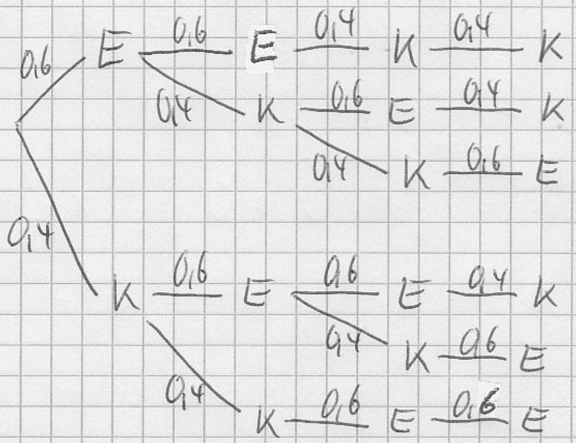
Der neue Einsatz beträgt 0,75 €.

11) a)



P(genau 2 Erfolge) $= 3 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4$
$= 0{,}432$

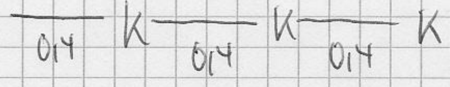
b) E: Erfolg
K: Kein Erfolg



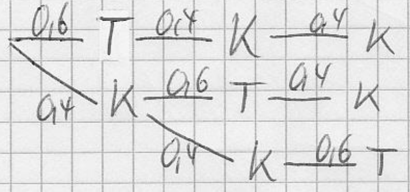
P(genau 2 Erfolge) $= 6 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^2$
$= 0{,}3456$

c) mögliche Anzahl von Treffern:
0, 1, 2, 3

P(0 Treffer) $= 0{,}4^3 = 0{,}064$

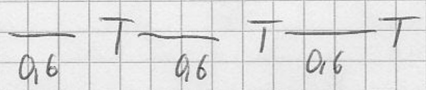


$P(1 \text{ Treffe}) = 3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4^2 = 0{,}288$



$P(2 \text{ Treffe}) = 0{,}432$ (siehe Teilaufgabe a)

$P(3 \text{ Treffe}) = 0{,}6^3 = 0{,}216$



Anzahl Treffer	0	1	2	3
Wahrs.	0,064	0,288	0,432	0,216

$E = 0 + 1 \cdot 0{,}288 + 2 \cdot 0{,}432 + 3 \cdot 0{,}216$
$= 1{,}8$

Es sind im Schnitt 1,8 Treffer.

12) $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

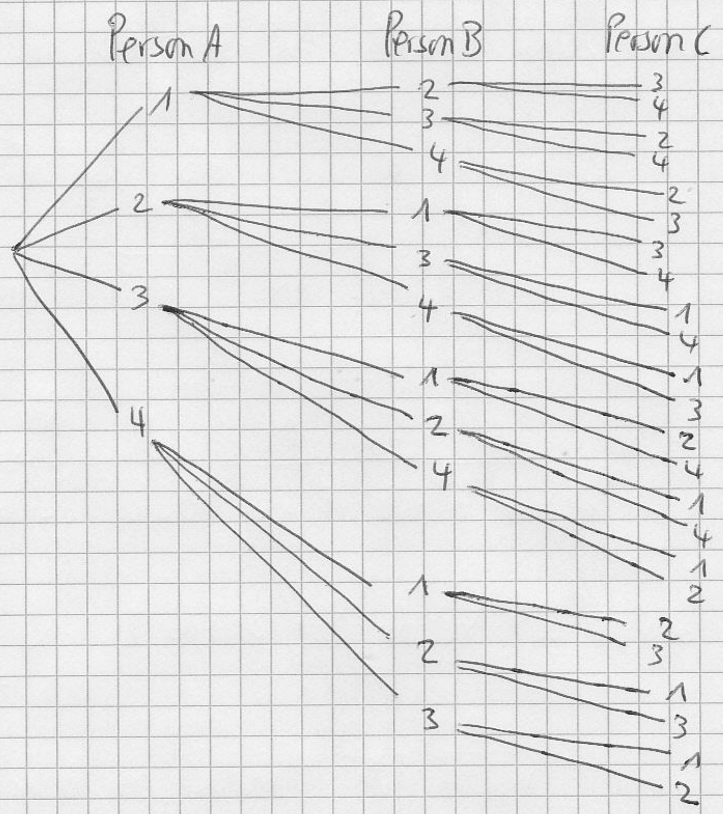
13) a) $2! = 2 \cdot 1 = 2$

b) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

c) $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

14) Anzahl $= 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Die 1. Person hat 4 Plätze zur Auswahl, anschließend die 2. Person 3 Plätze und dann die letzte Person 2 Plätze.



15) a) Anzahl $= 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

Für die erste Karte gibt es 6 Möglichkeiten, für die zweite dann noch 5 und für die letzte 4.

b) Anzahl = $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Für jede Karte gibt es 6 Möglichkeiten.