

## AUFGABEN (HILFSMITTELFREIER TEIL)

1) Bestimme die Nullstellen:

a)  $f(x) = x^2 - 2x - 8$

b)  $f(x) = 3x^2 + 3x - 18$

c)  $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

d)  $f(x) = x^3 + 20x^2$

e)  $f(x) = x^6 - 4x^3 + 3$

f)  $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (x + 2)$

g)  $f(x) = x^5 - 3x^3 - 4x$

h)  $f(x) = \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^2} - 1$

i)  $f(x) = x^3 + 27$

2) Bestimme die Nullstellen:

a)  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$

b)  $f(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$

3) Bestimme  $x$ :

a)  $|x + 7| \leq 3$

d)  $x + |x - 1| = 3$

b)  $4 \cdot |2x + 3| = 8$

e)  $2 + |x + 3| < 3$

c)  $(x + 1)^2 \leq 9$

4) Gib an, welche der folgenden Funktionen symmetrisch zur  $y$ -Achse bzw. zum Koordinatenursprung sind:

$$f_1(x) = x^6 - 8x^4 + 10$$

$$f_2(x) = x^3 + 3x$$

$$f_3(x) = 2x^3 + x^2 + 3x + 5$$

$$f_4(x) = 8$$

5) Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x^2 + a \cdot x$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .  
Wie muss man  $a$  wählen, damit  $x=5$  eine Nullstelle von  $f$  ist?

6) Löse das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\text{I. } a + 2b + c - d = 3$$

$$\text{II. } 2a - b + 3c + 2d = 9$$

$$\text{III. } a + 3b - c - 2d = 0$$

$$\text{IV. } 3a + b + c + d = 9$$

7) Löse das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\text{I. } a + b + c = 7$$

$$\text{II. } 2a - b + 3c = 12$$

$$\text{III. } a - b - 2c = -9$$

8) Löse das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\text{I. } a + b = 6$$

$$\text{II. } 2a + 3b = 17$$

9) Löse das folgende nichtlineare (!) Gleichungssystem:

$$\text{I. } a^2 + b = 10$$

$$\text{II. } 2a + b = 7$$

10) Gib die Gleichung einer beliebigen ganzrat. Funktion 3. Grades an, welche drei verschiedene Nullstellen hat.

11) Gib die Gleichung einer beliebigen ganzrat. Funktion 4. Grades an, welche genau drei verschiedene Nullstellen hat.

12) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 34)

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

a) Weisen Sie nach, dass der Wendepunkt des Graphen von  $f$  auf der Geraden mit der Gleichung  $y = x - 2$  liegt.

b) Der Graph von  $f$  wird verschoben. Der Punkt  $(2|0)$  des Graphen der Funktion  $f$  besitzt nach der Verschiebung die Koordinaten  $(3|2)$ . Der verschobene Graph gehört zu einer Funktion  $h$ . Geben Sie eine Gleichung von  $h$  an.

13) (Abitur Baden-Württemberg 2004)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion  $f'$  einer Funktion  $f$ . Welche der folgenden Aussagen über die Funktion  $f$  sind wahr, falsch oder unentscheidbar? Begründen Sie Ihre Antworten.

- (1)  $f$  ist streng monoton wachsend für  $-3 < x < 3$ .
- (2) Das Schaubild von  $f$  hat mindestens einen Wendepunkt.
- (3) Das Schaubild von  $f$  ist symmetrisch zur  $y$ -Achse.
- (4) Es gilt  $f(x) > 0$  für alle  $x \in [-3; 3]$ .

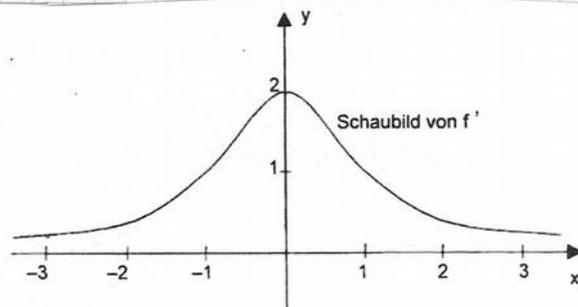


Schaubild  $\neq$  Graph

## 14) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 22)

Die Abbildung 13 zeigt den Graphen einer ganzrationalen Funktion  $f$ .

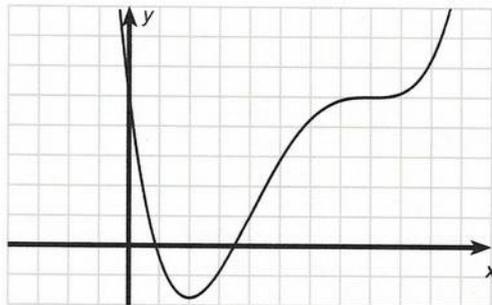


Abb. 13

- Skizzieren Sie in der Abbildung den Graphen der ersten Ableitungsfunktion von  $f$ .
- Begründen Sie, dass der Grad der Funktion mindestens vier ist.

## 15) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 30)

An einer Messstation wurde über einen Zeitraum von 10 Stunden die Anzahl der Pollen pro Kubikmeter Luft ermittelt. Dabei kann die Anzahl der Pollen pro Kubikmeter zum Zeitpunkt  $t$  (in Stunden nach Beginn der Messung) durch die Gleichung  $n(t) = 3t^2 - 60t + 500$  mit  $t \in \mathbb{R}$ ,  $0 \leq t \leq 10$ , beschrieben werden.

- Bestimmen Sie die mittlere Änderung der Anzahl der Pollen pro Kubikmeter und Stunde während der ersten beiden Stunden der Messung.
- Ermitteln Sie den Zeitpunkt nach Beginn der Messung, zu dem die momentane zeitliche Änderung der Anzahl der Pollen pro Kubikmeter und Stunde  $-30$  beträgt.

## 16) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 31)

Eine Windkraftanlage liefert elektrische Ladung an einen Akku. Außerdem wird dem Akku durch eine Wasserpumpe elektrische Ladung entzogen. Die im Akku enthaltene Ladungsmenge wird in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  ( $t \in \mathbb{R}^+$ ) innerhalb des Beobachtungszeitraums  $0 \leq t \leq 4$  modellhaft durch eine Funktion  $Q$  beschrieben.

- Für den Beobachtungszeitraum ergibt sich  $Q(t) = 5 \cdot t^2 - 5 \cdot t + C$ .  
Interpretieren Sie die Bedeutung von  $C$  im Sachkontext.
- Die Ladungsmenge im Akku zum Zeitpunkt  $t = \frac{1}{2}$  beträgt  $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 18\frac{3}{4}$ .  
Am Ende des Beobachtungszeitraums setzt der Wind aus, der Akku wird nicht mehr geladen. Die Wasserpumpe läuft unverändert weiter und entnimmt dem Akku gleichmäßig 5 Mengeneinheiten der Ladungsmenge pro Zeiteinheit.  
Bestimmen Sie die Zeitdauer bis zur vollständigen Entladung des Akkus, wenn es windstill bleibt.

## 17) (Abitur Baden-Württemberg 2013)

Eine Funktion  $f$  hat folgende Eigenschaften:

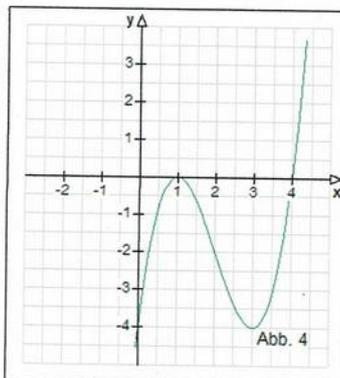
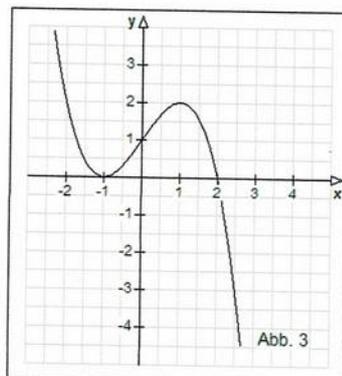
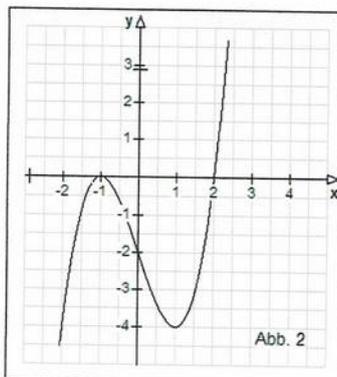
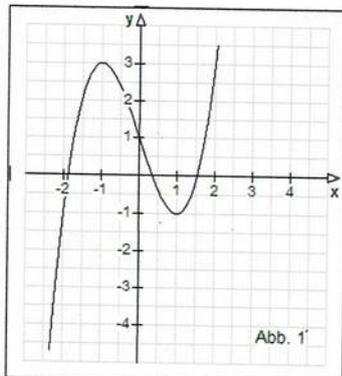
- (1)  $f(2) = 1$
- (2)  $f'(2) = 0$
- (3)  $f''(4) = 0$  und  $f'''(4) \neq 0$
- (4) Für  $x \rightarrow +\infty$  und  $x \rightarrow -\infty$  gilt:  $f(x) \rightarrow 5$ .

Beschreiben Sie für jede dieser vier Eigenschaften, welche Bedeutung sie für den Graphen von  $f$  hat.

Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen.

## 18) (Abitur Baden-Württemberg 2012)

Eine der folgenden Abbildungen zeigt den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 - 3x - 2$ .



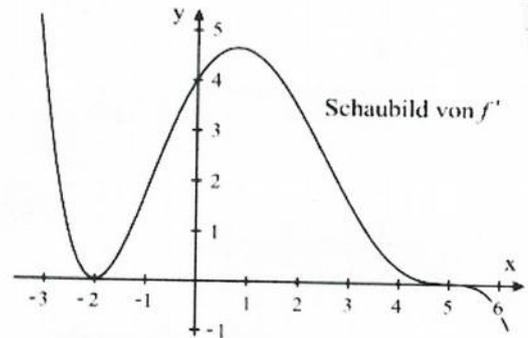
- a) Begründen Sie, dass die Abbildung 2 den Graphen von  $f$  zeigt.
- b) Von den anderen drei Abbildungen gehört eine zur Funktion  $g$  mit  $g(x) = f(x - a)$  und eine zur Funktion  $h$  mit  $h(x) = b \cdot f(x)$ . Ordnen Sie diesen beiden Funktionen die zugehörigen Abbildungen zu und begründen Sie Ihre Entscheidung. Geben Sie die Werte für  $a$  und  $b$  an.
- c) Die bis jetzt nicht zugeordnete Abbildung zeigt eine Funktion  $k$ . Geben Sie ohne Rechnung einen Funktionsterm für  $k$  an.

## 19) (Abitur Baden-Württemberg 2006)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion  $f'$  einer Funktion  $f$ . Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

- (1) Das Schaubild von  $f$  hat bei  $x = -2$  einen Tiefpunkt.
- (2) Das Schaubild von  $f$  hat für  $-3 \leq x \leq 6$  genau zwei Wendepunkte.
- (3) Das Schaubild von  $f$  verläuft im Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.
- (4)  $f(0) > f(5)$



20) Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x^3 + 4$ . Sie ist symmetrisch zu einem Punkt  $P(x_0 | y_0)$ . Bestimme  $x_0$  und  $y_0$ .