AUFGABEN (Hilfsmittelfreier Teil)

1) Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme rechnerisch:

a)
$$\begin{aligned} \text{I.}\quad & x + y + z = 4 \\ \text{II.}\quad & x + 2y + 3z = 8 \\ \text{III.}\quad & x + 3y + 4z = 11 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} \text{I.}\quad & x + y + z = 3 \\ \text{II.}\quad & 2x + 3y - 2z = 3 \\ \text{III.}\quad & x + 2y + 3z = 6 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} \text{I.}\quad & x + y + z = 3 \\ \text{II.}\quad & x + 3y + 4z = 8 \\ \text{III.}\quad & 2x + 4y + 5z = 10 \end{aligned}$$

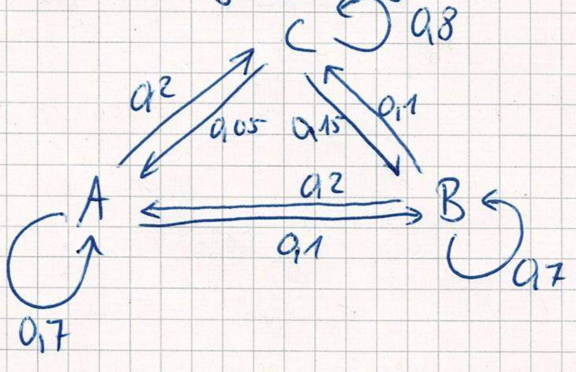
d)
$$\begin{aligned} \text{I.}\quad & x + y + z = 3 \\ \text{II.}\quad & x + 2y + 3z = 6 \\ \text{III.}\quad & 2x + 3y + 4z = 9 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} \text{I.}\quad & x + y + z = 2 \\ \text{II.}\quad & x + 2y + 5z = 6 \\ \text{III.}\quad & 2x + 3y + 4z = 6 \end{aligned}$$

2) Welchen Wert muss man für a einsetzen, damit $x = 1$; $y = 2$ und $z = 2$ die Lösung des linearen Gleichungssystems ist? Berechne diesen Wert.

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & x + y + z = a \\ \text{II.} & 2x - y + 2z = 4 \\ \text{III.} & 2x + y + 3z = 2a \end{array}$$

3) Stelle eine Übergangsmatrix auf zu dem folgenden Übergangsdiagramm:



4) Gegeben ist eine Stadt mit 3 Supermärkten (A, B und C). Das Wechselverhalten zwischen den Supermärkten wird beschrieben durch die Matrix

$$M = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0,5 & 0,1 & 0,2 \\ 0,25 & 0,8 & 0,2 \\ 0,25 & 0,1 & 0,6 \end{pmatrix} \end{array}$$

Die Matrix beschreibt, wie die Käufer nach einer Woche zwischen den Supermärkten wechseln.

a) Zeichne ein Übergangsdiagramm

b) Gib an, wie viel Prozent der Käufer nach einer Woche von A zu C wechseln.

c) Jetzt kaufen 1000 Personen in A, 1000 in B und 1000 in C. Rechne die Verteilung nach einer Woche aus.

d) Wie könnte man ausrechnen, wie viele Personen eine Woche vorher in A, B und C waren? Führe alle Schritte auf, bis die Gauß-Matrix auftaucht.

5) Multipliziere die Matrizen miteinander:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} = ?$$

6) Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen rechnerisch:

a) $f(x) = x^2 + 2x - 8$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 1{,}5$

c) $f(x) = x^3 - 9x$

d) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

e) $f(x) = x^6 - 4x^3 + 4$

f) $f(x) = x^5 + 2x^3 - 3x$

g) $f(x) = (2x^2 - 50) \cdot (x+3)$

h) $f(x) = (x+7) \cdot e^{2x}$

i) $f(x) = (x^2 - 2x + 1) \cdot e^{4x}$

j) $f(x) = (x^3 - 2x) \cdot e^{2x}$

k) $f(x) = 2e^x - 6$

7) Berechne die erste und die zweite Ableitung:

a) $f(x) = e^{5x}$

b) $f(x) = 3x^7 + 6x^2 - 2x + 5$

c) $f(x) = (x+2) \cdot e^{2x}$

d) $f(x) = (x^2 + 5) \cdot e^{6x}$

8) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3 \cdot e^{2x}$.
Berechne die erste, zweite und dritte Ableitung

9) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 10)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{-x} - 1$ mit $x \in \mathbb{R}$.

a) **Bestimmen** Sie die Nullstellen der Funktion f.

b) **Zeigen** Sie, dass die Funktionsgleichung $t(x) = -e \cdot x - 1$ die Tangente an den Graphen von f bei $x = -1$ beschreibt.

10) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 9)

Die Abbildung 6 zeigt den Graphen einer ganzrationalen Funktion f.

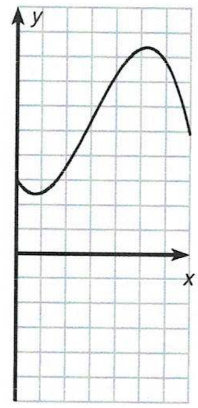


Abb. 6

a) Skizzieren Sie in der Abbildung den Graphen der ersten Ableitungsfunktion von f.

b) Begründen Sie, dass der Grad der Funktion f mindestens drei ist.

11) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 11)

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f, g und h durch

$f(x) = x^2 + 2,$

$g(x) = (x-1)^2 + 1$ und

$h(x) = x^3 - 2x^2 + 2.$

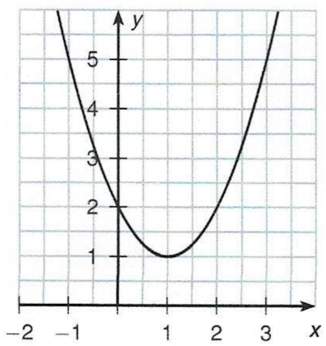


Abb. 7

a) Die Abbildung 7 zeigt den Graphen einer der drei Funktionen.
Geben Sie **an**, um welche Funktion es sich handelt.
Begründen Sie, dass der Graph die anderen beiden Funktionen nicht darstellt.

b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente, die den Graphen von h bei $x = 0$ berührt.

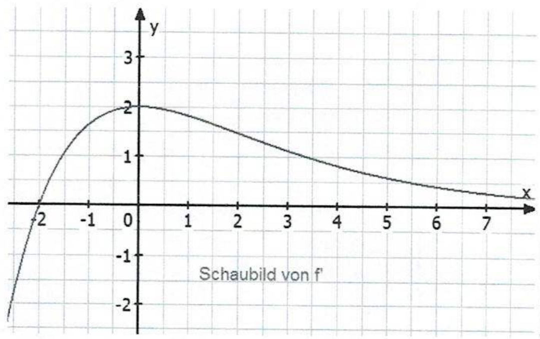
12) Skizziere den möglichen Verlauf des Graphen einer Funktion 4. Grades mit genau 2 Nullstellen

13) (Aufgabensammlung Baden-Württemberg)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitung f ′ einer Funktion f.

Begründen Sie, ob folgende Aussagen über die Funktion f wahr, falsch oder unentscheidbar sind.

a) Bei x = 0 besitzt das Schaubild von f einen Extrempunkt.
b) Bei x = -2 besitzt das Schaubild von f eine waagrechte Tangente.
c) Das Schaubild der Funktion f besitzt keine Wendepunkte.
d) f(x) > 0 für x > -2.



14) Abitur Sachsen 2010

Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen der ersten Ableitungsfunktion f' einer Funktion f. Die Eigenschaften der Funktion f im Intervall $-2 \leq x \leq 4$ ($x \in \mathbb{R}$) können aus dieser Abbildung ermittelt werden.
Geben Sie eine lokale Extremstelle der Funktion f im Intervall $-2 \leq x \leq 4$ ($x \in \mathbb{R}$) an.
Begründen Sie die Art des zugehörigen lokalen Extremums.