LÖSUNGEN

1 a) Es handelt sich um exponentielles Wachstum, weil bei den y-Werten immer mit 1,1 multipliziert wird. Der Anfangswert ist $f(0)=3$.

$\Rightarrow f(x) = 3 \cdot 1{,}1^x$

b) Es handelt sich um lineares Wachstum, weil bei den y-Werten immer 6 addiert wird. Es ist $f(0) = 1{,}2$

$\Rightarrow f(x) = 6x + 1{,}2$

c) Es handelt sich um exponentielles Wachstum, weil bei den y-Werten immer mit 1,2 multipliziert wird. Der Anfangswert ist $f(0) = 6$

$\Rightarrow f(x) = 6 \cdot 1{,}2^x$

d) Es handelt sich weder um exponentielles noch um lineares Wachstum, da bei den y-Werten weder immer mit einem bestimmten Faktor multipliziert noch immer eine bestimmte Zahl addiert wird.

e) Es handelt sich um exponentielles Wachstum, weil bei den y-Werten immer mit 0,8 multipliziert wird.

Der Anfangswert ist $f(0) = 16$

$\Rightarrow f(x) = 16 \cdot 0{,}8^x$

f) Es handelt sich um exponentielles Wachstum, weil bei den y-Werten immer mit 2 multipliziert wird. Der Anfangswert ist $f(0) = 10$

$\Rightarrow f(x) = 10 \cdot 2^x$

2 a) Der Anfangswert ist $f(0) = 8$.

Von 8 nach 11,2 wird mit 1,4 multipliziert.

$\Rightarrow f(x) = 8 \cdot 1{,}4^x$

Nun die Lücken:

$f(-1) = 8 \cdot 1{,}4^{-1} = 5{,}714... \approx 5{,}71$

$f(2) = 8 \cdot 1{,}4^2 = 15{,}68$

$f(x) = 30{,}7328$

$\Rightarrow 8 \cdot 1{,}4^x = 30{,}7328 \quad | :8$

$1{,}4^x = 3{,}8416$

$x = \log_{1{,}4}(3{,}8416)$

$x = 4$

$f(x) = 50$

$\Rightarrow 8 \cdot 1{,}4^x = 50 \quad | :8$

$1{,}4^x = 6{,}25$

$x = \log_{1{,}4}(6{,}25)$

$x = 5{,}446... \approx 5{,}45$

Also:

x	-1	0	1	2	4	$\approx 5{,}45$
y	$\approx 5{,}71$	8	11,2	15,68	30,7378	50

b) Es gilt:

2

-1	0	1
512		128

$\cdot 0{,}25$

$$512 \cdot a^2 = 128$$
$$a^2 = 0{,}25 \quad | \sqrt{\ }$$
$$a = \pm 0{,}5$$
$$a = 0{,}5$$ (nur der positive Wert ergibt Sinn)

1

-1	0	1
512		128

$\cdot 0{,}5$

$$f(0) = f(-1) \cdot 0{,}5 = 512 \cdot 0{,}5 = 256$$

$$\Rightarrow f(x) = 256 \cdot 0{,}5^x$$

Nun die fehlenden Lücken:

$f(2) = 256 \cdot 0{,}5^2 = 64$

$f(x) = 1$

$\Rightarrow 256 \cdot 0{,}5^x = 1 \quad | :256$

$0{,}5^x = \frac{1}{256}$

$x = \log_{0{,}5}\left(\frac{1}{256}\right)$

$x = 8$

$f(x) = 0{,}4$

$\Rightarrow 256 \cdot 0{,}5^x = 0{,}4 \quad | :256$

$0{,}5^x = \frac{0{,}4}{256}$

$0{,}5^x = \frac{4}{2560}$

$x = \log_{0{,}5}\left(\frac{4}{2560}\right)$

$x = 9{,}3219\ldots \approx 9{,}32$

Also:

x	−1	0	1	2	8	≈9,32
y	512	256	128	64	1	0,4

3) Es ist Graph II

4) Es ist Graph I

5a) $f(0) = 12 \cdot 1{,}2^0 = 12$

Es sind 12 cm^2

b) $\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x = 1{,}2^x$

$\Rightarrow 1 + \frac{p}{100} = 1{,}2 \quad |-1$

$\frac{p}{100} = 0{,}2 \quad | \cdot 100$

$p = 20$

Es sind 20 %.

c) 14:30 Uhr $\hat{=}$ 4,5 h nach 10 Uhr

$f(4{,}5) = 12 \cdot 1{,}2^{4{,}5} = 27{,}258... \approx 27{,}26$

Es sind ≈ 27,26 cm^2.

d) 9 Uhr $\hat{=}$ 1 h vor 10 Uhr

$f(-1) = 12 \cdot 1{,}2^{-1} = 10$

Es sind 10 cm^2.

e) $12 \cdot 1{,}2^x = 20 \quad | : 12$

$1{,}2^x = \frac{5}{3}$

$x = \log_{1{,}2}\left(\frac{5}{3}\right)$

$x = 2{,}801... \approx 2{,}8$

$2{,}8\ h = 2\ h + 48\ min$

1 h — 60 min

0,8 h — 48 min $\cdot 0{,}8$

Es ist um 12:48 Uhr so weit.

f) $12 \cdot 1{,}2^x = 24 \quad | : 12$

$1{,}2^x = 2$

$x = \log_{1{,}2}(2)$

$x = 3{,}801 \approx 3{,}8$

$3{,}8\ h = 3\ h + 48\ min$

1 h — 60 min

0,8 h — 48 min $\cdot 0{,}8$

Sie braucht 3h 48 min.

g) $12 \cdot 1{,}2^x = 6 \cdot 1{,}5^x \quad | :12$

$1{,}2^x = 0{,}5 \cdot 1{,}5^x \quad | : 1{,}5^x$

$\frac{1{,}2^x}{1{,}5^x} = 0{,}5 \quad |$ Potenzgesetz $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$\left(\frac{1{,}2}{1{,}5}\right)^x = 0{,}5$

$\left(\frac{12}{15}\right)^x = 0{,}5$

$\left(\frac{4}{5}\right)^x = 0{,}5$

$x = \log_{\frac{4}{5}}(0{,}5)$

$x = 3{,}106... \approx 3{,}11$

$3{,}11\,h \mathrel{\hat=} 3\,h + 7\,min \quad \left| \begin{array}{l} 1\,h — 60\,min \\ 0{,}11\,h — 6{,}6\,min \\ \approx 7\,min \end{array} \right\} \cdot 0{,}11$

Es ist um $\approx$ 13:07 Uhr der Fall.

6 a) $f(x) = 20 \cdot 0{,}99^x$

Beachte: $1 - \frac{p}{100} = 1 - \frac{1}{100} = 0{,}99$

b) $20 \cdot 0{,}99^x = 10 \quad | :20$

$0{,}99^x = 0{,}5$

$x = \log_{0{,}99}(0{,}5)$

$x = 68{,}967... \approx 68{,}97$

$68{,}97$ Jahre $\hat{=}$ 68 Jahre + 354 Tage

| 1 Jahr — 365 Tage
| $0{,}97$ J. — ≈ 354 Tage ($\cdot 0{,}97$)

Es wird in ≈ 68 Jahren und 354 Tagen der Fall sein.

c) $30 = 20 \cdot 0{,}99^x \quad | :20$

$\frac{3}{2} = 0{,}99^x$

$x = \log_{0{,}99}\left(\frac{3}{2}\right)$

$x = -40{,}343\ldots \approx -40{,}34$

$40{,}34$ Jahre $\hat{=}$ 40 Jahre + 124 Tage

| 1 Jahr — 365 T.
| $0{,}34$ J. — ≈ 124 T. ($\cdot 0{,}34$)

Es war vor 40 Jahren und 124 Tagen der Fall.

d) $20 \cdot 0{,}99^x = 10 \cdot 1{,}02^x \quad | :20$

$0{,}99^x = 0{,}5 \cdot 1{,}02^x \quad | :1{,}02^x$

$\frac{0{,}99^x}{1{,}02^x} = 0{,}5 \quad$ | Potenzgesetz $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$\left(\frac{0{,}99}{1{,}02}\right)^x = 0{,}5$

$\left(\frac{99}{102}\right)^x = 0{,}5$

$x = \log_{\frac{99}{102}}(0{,}5)$

$x = 23{,}218\ldots \approx 23{,}22$

$23{,}22$ Jahre $\hat{=}$ 23 Jahre + 80 Tage

1 Jahr — 365 T. $\big) \cdot 0{,}22$
$0{,}22$ J. — ≈ 80 T

Es wird in 23 Jahren & 80 Tagen der Fall sein.

7a)

x	0	...	10
y	40	...	80

$+10$

$\cdot 2$

$$40 \cdot a^{10} = 80 \quad | :40$$
$$a^{10} = 2 \quad | \sqrt[10]{}$$
$$a = \pm \sqrt[10]{2}$$
$$a = \sqrt[10]{2} \quad \text{(nur die pos. Wurzel ergibt Sinn)}$$
$$a \approx 1{,}072$$

$\Rightarrow f(x) = 40 \cdot 1{,}072^x$, x: Zeit in Jahren

Alternative:

$f(x) = 40 \cdot 2^x$, x: Einheiten zu je 10 Jahren

b)
$$40 \cdot 1{,}072^x = 100 \quad | :40$$
$$1{,}072^x = 2{,}5$$
$$x = \log_{1{,}072}(2{,}5)$$
$$x = 13{,}179\ldots \approx 13{,}18$$

$13{,}18$ Jahre $\hat{=}$ 13 Jahre + 66 Tage

1 J. — 365 T. $\big) \cdot 0{,}18$
$0{,}18$ J. — ≈ 66 T.

Es wird in 13 Jahren und 66 Tagen der Fall sein.

Alternative: $40 \cdot 2^x = 100$

$2^x = 2{,}5$

$x = \log_2(2{,}5)$

$x = 1{,}32192... \approx 1{,}322$

1,322 Zehnereinheiten = 13,22 Jahre

(Durch das Runden weicht der Wert ab von 13,18)

c) $f(6) = 40 \cdot 1{,}072^6 = 60{,}705... = 60{,}71$

Es sind ≈60,71 Millionen.

Alternative:

$f(\frac{6}{10}) = 40 \cdot 2^{0{,}6} = 60{,}62866... = 60{,}63$

(Durch das Runden weicht der Wert ab von 60,71)

d) $1 + \frac{p}{100} = 1{,}072 \quad | -1$

$\frac{p}{100} = 0{,}072 \quad | \cdot 100$

$p = 7{,}2$

Es sind 7,2 %.

8a) $\log_7(2) + \log_7(5) = \log_7(2 \cdot 5)$
$= \log_7(10)$

b) $4 \cdot \log_2(3) = \log_2(3^4) = \log_2(81)$

c) $2 \cdot \log_{10}(8) - \log_{10}(2) = \log_{10}(8^2) - \log_{10}(2)$
$= \log_{10}(64) - \log_{10}(2)$
$= \log_{10}(64 : 2)$
$= \log_{10}(32)$

d) $\frac{1}{2} \cdot \log_{10}(64) = \log_{10}(64^{\frac{1}{2}})$
$= \log_{10}(\sqrt{64})$
$= \log_{10}(8)$