

AUFGABEN (Teil mit Hilfsmitteln) Analysis

1) Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 10$
mit $0 \leq x \leq 5$

- Bestimme rechnerisch die Nullstellen
- Bestimme rechnerisch den Punkt des Graphen mit dem größten y -Wert und den Punkt mit dem kleinsten y -Wert
- An welchem Punkt hat der Graph einen Steigungswinkel von 10° ? Bestimme rechnerisch die Koordinaten dieses Punktes.
- Bestimme rechnerisch den Flächeninhalt, den der Graph von f mit der y -Achse und der Geraden $y=5$ einschließt.
- Gib die Monotoniebereiche für die Funktion an.
- Bestimme die Bereiche, in denen der Graph eine Rechtskrümmung hat.
- Bestimme a , so dass
$$\int_1^a f(x) dx = 32$$
- Bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an bzw. durch den Punkt $P(1 | f(1))$.

2) Gegeben sei eine kubische Funktion f mit einem Minimum bei $x=2$, einem Maximum bei $x=-4$ und $A(1|-18)$ und $B(3|-16)$ als weiteren Punkten, die auf dem Graphen liegen.

a) Bestimme rechnerisch die Funktionsgleichung von f .

b) Wenn der Graph von f um 1 Einheit nach unten und 4 Einheiten nach rechts verschoben wird, so entsteht der Graph einer neuen Funktion g .
Erläutere, wie man die Funktionsgleichung von g bestimmen kann.

c) Der Graph der Funktion f geht im Punkt $B(3|-16)$ Knickfrei in den Graphen einer linearen Funktion h über. Bestimme rechnerisch die Funktionsgleichung von h .

3) Abitur Sachsen 1999 (Aufgabe A2)

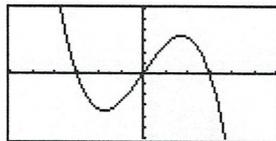
Gegeben sind die Funktion f durch $y = f(x) = \frac{1}{6}x(x-8)^2$ ($x \in \mathbb{R}$) und die Gerade g durch die Gleichung $y = 2x + 8$.

- Geben Sie die Nullstellen der Funktion f an und berechnen Sie die lokalen Extremstellen der Funktion f .
Weisen Sie die Art der Extrema nach.
Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes.
Ermitteln Sie alle Argumente x , deren Funktionswert größer als das lokale Maximum der Funktion f ist.
- Weisen Sie nach, dass die Gerade g Tangente an den Graphen der Funktion f ist.
Ermitteln Sie eine Gleichung einer zur Geraden g parallelen Gerade, die ebenfalls Tangente an den Graphen der Funktion f ist.
- Die Gerade g und der Graph der Funktion f begrenzen eine Fläche vollständig.
Ermitteln Sie deren Inhalt.

4) Abitur Sachsen 1998 (Aufgabe A3)

Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$ ($x \in \mathbb{R}$).

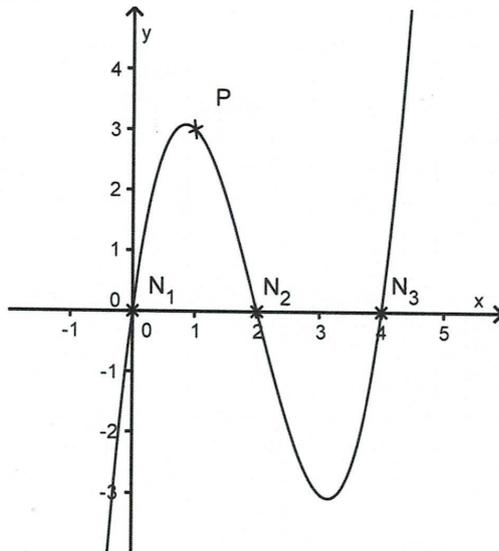
Die Abbildung zeigt das mit einem grafikfähigen Taschenrechner erzeugte Bild des Graphen der Funktion f .



- Der Graph der Funktion f und die x -Achse begrenzen im ersten Quadranten eine Fläche vollständig.
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.
- Für jedes t ($t \in \mathbb{R}$) mit $\sqrt{3} < t < 3$ existiert durch den Punkt $P_t(t; f(t))$ eine Tangente an den Graph der Funktion f , die die x -Achse in einem Punkt R_t und die y -Achse in einem Punkt S_t schneidet. Der Koordinatenursprung O sowie die Punkte R_t und S_t bilden jeweils ein Dreieck.
Berechnen Sie den Wert t , für den das zugehörige Dreieck OR_tS_t gleichschenkelig ist.

5) Abitur Bayern 2009

- Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit dem Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$. Die in der Abbildung angegebenen Punkte $P(1|3)$, $N_1(0|0)$, $N_2(2|0)$ und $N_3(4|0)$ sind Punkte von G_f .



- a) Geben Sie den Funktionsterm von f in der Form $f(x) = a(x - b)(x - c)(x - d)$ an, indem Sie passende Werte für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ermitteln. Zeigen Sie, dass sich dieser in der Form $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ schreiben lässt.
- b) Weisen Sie nach, dass N_2 Wendepunkt von G_f ist, und ermitteln Sie die Gleichung der zugehörigen Wendetangente.
 [Zur Kontrolle: Tangentengleichung $y = -4x + 8$]
- c) Die Wendetangente schließt mit den Koordinatenachsen ein Dreieck ein. Bestimmen Sie die Innenwinkel dieses Dreiecks.

d) $F(x)$ sei eine Stammfunktion von f .

Einer der drei abgebildeten Graphen I, II oder III stellt den Graphen von F dar. Geben Sie an, welcher dies ist, und begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie erklären, warum die beiden anderen Graphen nicht in Betracht kommen.

