LÖSUNGEN (Teil 3)

1 a) (I) $P(X=15) = \binom{16}{15} \cdot 0{,}97^{15} \cdot 0{,}03^{1}$

$= 0{,}304$

Die Zufallsgröße X zählt, wie viele Flaschen zurückgegeben wurden.

(II) $P(X \geq 15) = P(X=15) + P(X=16)$

$= \binom{16}{15} \cdot 0{,}97^{15} \cdot 0{,}03 + \binom{16}{16} \cdot 0{,}97^{16} \cdot 0{,}03^{0}$

$= 0{,}304 + 0{,}614$

$= 0{,}918$

(III) $P(X < 14) = P(X \leq 13)$

$= 0{,}011$

b) (I) mindestens eine nicht zurückgegeben ≙ höchstens 9 zurückgegeben

$P(X \leq 9) = 1 - P(X=10)$

Wir arbeiten mit dem Gegenereignis: Es werden alle Flaschen zurückgegeben.

$P(X \leq 9) = 1 - P(X=10)$

$= 1 - \binom{10}{10} \cdot 0{,}9^{10} \cdot 0{,}1^{0}$

$= 1 - 0{,}349$

$= 0{,}651$

(II) Binomialverteilung mit unbekanntem n und $p = 0{,}9$

Wahrscheinlichkeit für die Rückgabe aller Flaschen:

$$P(X=n) = \binom{n}{n} \cdot 0{,}9^n \cdot 0{,}1^0$$
$$= 0{,}9^n$$

$0{,}9^n = 0{,}05$

(GTR...)

$n = 28{,}43$

$\Rightarrow$ Es müssen 29 Flaschen sein

Probe:

für $n=28$ $\quad P(X=28) = \binom{28}{28} \cdot 0{,}9^{28} = 0{,}0523 > 0{,}05$

für $n=29$ $\quad P(X=29) = \binom{29}{29} \cdot 0{,}9^{29} = 0{,}0471 < 0{,}05$

III Die Wahrscheinlichkeit für die Nicht-Rückgabe beträgt 0,1

$\mu = 100 \cdot 0{,}1 = 10$

Es sind 10 Flaschen.

c) I $\quad 1\ell \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $2\ell \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $3\ell \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $4\ell \xrightarrow{0{,}9}$ zurück 5ℓ

$P(\text{mind. } 5\ell) = 0{,}9^4 = 0{,}6561$

Ganz am Anfang wird 1 l eingefüllt. Ab da kommt mit jeder Rückgabe 1 l dazu. Beim letzten Mal ist es egal, ob die Flasche anschließend wieder zurückgegeben wird.

(II) $1l \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $2l \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $3l \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $4l \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $5l \xrightarrow{0{,}1}$ nicht zurück

$P(\text{genau } 5l) = 0{,}9^4 \cdot 0{,}1 = 0{,}06561$

„Genau $5l$" bedeutet, dass die Flasche am Ende nicht mehr zurückgegeben wird. Ansonsten hätte man nochmals $1l$ eingefüllt.

(III) Wir schauen uns die entsprechenden Rechnungen an:

1 Liter $\quad 0{,}1$

$1l \xrightarrow{0{,}1}$ nicht zurück

2 Liter $\quad 0{,}9 \cdot 0{,}1$

$1l \xrightarrow{0{,}9}$ zurück $2l \xrightarrow{0{,}1}$ nicht zurück

3 Liter $\quad 0{,}9^2 \cdot 0{,}1$

$1l$ — z $2l$ — z $3l$ — nz

4 Liter $\quad 0{,}9^3 \cdot 0{,}1$

$1l$ — z $2l$ — z $3l$ — z $4l$ — nz

k Liter $\quad P(k \text{ Liter}) = 0{,}9^{k-1} \cdot 0{,}1$

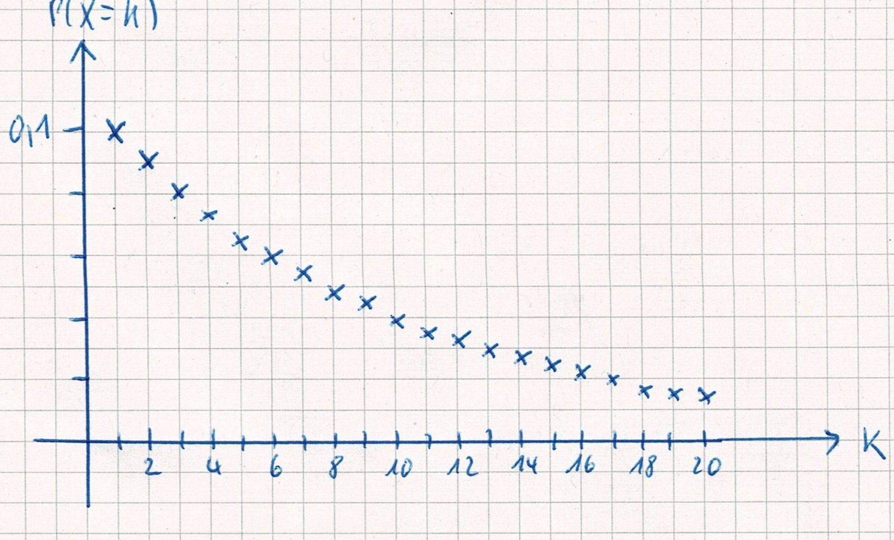
Es ergibt sich die Zuordnung

$$k \longrightarrow 0{,}1 \cdot 0{,}9^{k-1}$$

Liter $\qquad$ Wahrscheinlichkeit

Daraus ergibt sich:

k	Wahrs.
1	0,1
2	0,09
3	0,081
4	0,0729
5	0,06561
6	≈ 0,059
7	≈ 0,0531
8	≈ 0,0478
9	≈ 0,043
10	≈ 0,0387
11	≈ 0,0349
12	≈ 0,0314
13	≈ 0,0282
14	≈ 0,0254
15	≈ 0,0229
16	≈ 0,0206
17	≈ 0,0185
18	≈ 0,0167
19	≈ 0,015
20	≈ 0,014



(iv)

$$\mu = 0{,}1 + 2\cdot 0{,}09 + 3\cdot 0{,}081 + 4\cdot 0{,}0729 + \ldots + 29\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9^{28} + 30\cdot 0{,}9^{29}$$

Am Ende fehlt dem Term $30\cdot 0{,}9^{29}$ der Faktor 0,1, da es egal ist, was mit der Flasche geschieht. Zurückgegebene Flaschen werden aussortiert.

$$\mu = 0{,}1 + 2\cdot 0{,}9\cdot 0{,}1 + 3\cdot 0{,}9^{2}\cdot 0{,}1 + 4\cdot 0{,}9^{3}\cdot 0{,}1 + \ldots + 29\cdot 0{,}9^{28}\cdot 0{,}1 + 30\cdot 0{,}9^{29}$$

2a) Wenn man wirklich zufällig Personen auswählt, so wäre die Wahrscheinlichkeit einen Vegetarier zu finden jedes Mal 5,5 %. Dadurch ergibt sich eine Bernoulli-Kette mit n Versuchen, wo jedes Mal nur 2 Ergebnisse vorliegen können: „Vegetarier" und „Nicht-Vegetarier". Die Wahrs. für beide Ausgänge würden gleich bleiben.

Es gibt Situationen, bei denen man annehmen muss, dass der Anteil der Vegetarier höher oder niedriger ist als im Gesamtdurchschnitt der Bevölkerung. So könnte man die Stichprobe in einem Fleischerei-Fachgeschäft / bei einem Metzger machen und anschließend in einer vegetarischen Religionsgemeinschaft. Die Wahrsch. würde sich verändern.

b) ① Binomialverteilung mit $n = 125$ und $p = 0{,}055$

$\mu = 125 \cdot 0{,}055 = 6{,}875$

⑪ Binomialverteilung mit $n = 60$, $p = 0{,}055$

$$P(X=10) = \binom{60}{10} \cdot 0{,}055^{10} \cdot 0{,}945^{50}$$
$$= 1{,}129 \cdot 10^{-3}$$
$$= 0{,}001129$$

Das Merkmal könnte durchaus binomialverteilt sein. Es fragt sich aber, ob die Trefferwahrscheinlichkeit unter den Käufern nicht im Schnitt höher ist.

c) Binomialverteilung mit unbekanntem n, $p = 0{,}055$

$$P(X=0) = \binom{n}{0} \cdot 0{,}055^0 \cdot 0{,}945^n$$
$$= 0{,}945^n$$

$$0{,}945^n = 0{,}05$$
(GTR ...)
$$n = 52{,}96$$
$\Rightarrow$ Es sind 52 Personen

Probe: für $n = 52$: $0{,}945^{52} = 0{,}0528$
für $n = 53$: $0{,}945^{53} = 0{,}0499$

d) Binomialverteilung
$n = 125$, $p = 0{,}055$
$$P(X<3) = P(X \leq 2)$$
$$= 0{,}0293$$

Poisson-Verteilung mit $n=125$, $p=0{,}055$

$$P(X<3) = P(X\leq 2)$$
$$= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$
$$= \frac{(125\cdot 0{,}055)^0}{0!}\cdot e^{-125\cdot 0{,}055}$$
$$+ \frac{(125\cdot 0{,}055)^1}{1!} e^{-125\cdot 0{,}055}$$
$$+ \frac{(125\cdot 0{,}055)^2}{2!}\cdot e^{-125\cdot 0{,}055}$$
$$= e^{-6{,}875} + \frac{6{,}875}{1}\cdot e^{-6{,}875} + \frac{47{,}265625}{2}\cdot e^{-6{,}875}$$
$$= 0{,}0326$$

Abweichung:

$$\frac{0{,}0326-0{,}0293}{0{,}0293} = 0{,}1126$$

$\Rightarrow$ Die Poisson-Vert. liefert einen um 11,26 % größeren Wert.

e) Laut Aufgabenstellung soll die Normalverteilung verwendet werden (S. 2 unten)

Der Mittelwert 165 kann als Erwartungswert dienen. Dann gilt:

$\mu = 165$
$\sigma = 41$

(1) Ihren Lebensstil ändern sollten alle Personen mit einem LDL von über 170.

Gesucht ist also $P(X>170)$, wenn X den LDL-Wert angibt

$$P(X>170) = 1-P(X\leq 170)$$
$$= 1-\phi(z_1)$$
$$= 1-\phi(0{,}12195...)$$

$$z_1 = \frac{170-165}{41} = \frac{5}{41} = 0{,}12195...$$

Lösung mit Tabelle	Lösung mit GTR
Wir suchen in der Tabelle $z=0{,}12$	$P(X>170) = 1-P(X\leq 170)$
$P(X>170) \approx 1-\phi(0{,}12)$	$= 1-\phi(0{,}1219...)$
$= 1-0{,}5478$	$= 1-0{,}5485$
$= 0{,}4522$	Dieser Wert wurde mit dem NCD-Befehl bestimmt:
	Lower: 0 Upper: 170 σ : 41 μ : 165
	genaueres Ergebnis: $P(X>170) = 1-0{,}5485$ $= 0{,}4515$

(11) Wir müssen zunächst ermitteln, welcher Anteil der Personen eine Therapie beginnen soll. Man soll eine Therapie ab LDL = 200 beginnen. Gesucht wird also $P(X > 200)$

$$
\begin{aligned}
P(X>200) &= 1 - P(X \leq 200) \\
&= 1 - \phi(z_2) \\
&= 1 - \phi(0{,}85365...)
\end{aligned}
$$

$$z_2 = \frac{200-165}{41} = \frac{35}{41} \approx 0{,}85365...$$

Lösung mit Tabelle

$z = 0{,}85$

$$
\begin{aligned}
P(X>200) &\approx 1 - \phi(0{,}85) \\
&= 1 - 0{,}8023 \\
&= 0{,}1977
\end{aligned}
$$

Lösung mit GTR

$$
\begin{aligned}
P(X>200) &= 1 - P(X \leq 200) \\
&= 1 - \phi(0{,}85...) \\
&= 1 - 0{,}8033 \\
&= 0{,}1967
\end{aligned}
$$

NCD-Befehl:

Lower 0
Upper 200
σ 41
μ 165

Anteil der zu Therapierenden im Vergleich zu denen, die ihren Lebensstil ändern sollen

Therapie	Lebensstil
0,1967	0,4515
1	2,295

$:0{,}1967$ $:0{,}1967$

Auf 2,295 Personen mit Lebensstil-Änderung kommt eine Person mit Therapie

(III) Die Wahrs. dafür eine Therapie-Empfehlung zu erhalten beträgt 0,1967
$\Rightarrow$ die Wahrs. dafür keine Therapie-Empf. zu erhalten, ist $1-0{,}1967 = 0{,}8033$

Nun betrachten wir n Personen

$P(\text{keiner hat eine Empf.}) = 0{,}8033^n$

$P(\text{mind. einer mit Empf.}) = 1-0{,}8033^n$
(weil es die Gegenwahrs. ist)

Es gilt nun:

$$1-0{,}8033^n = 0{,}9$$
$$0{,}8033^n = 0{,}1$$
$$n = 10{,}51$$

$P(\text{mind. einer von } 10) = 1-0{,}8033^{10} = 0{,}8881$
$P(\text{mind. einer von } 11) = 1-0{,}8033^{11} = 0{,}9101$

Antwort: Es sind 11 Personen.

f) „zu Unrecht zurückziehen" bedeutet:
- Die Behauptung stimmt
- neuer mittl. Wert $= \mu_{neu} = 140$
- Standardab. $\sigma_{neu} = 40$
- Man hat aber mehr als 3 mit LDL > 165 gefunden

Wie hoch ist die Wahrs., dass eine einzelne Person LDL > 165 hat?

$\mu = 140$
$\sigma = 40$

$$P(X > 165) = 1 - \phi(165)$$
$$= 1 - \phi(z_3)$$
$$= 1 - \phi(0{,}625)$$

$$z_3 = \frac{165 - 140}{40} = 0{,}625$$

mit Tabelle

$z = 0{,}63$

$$P(X > 165) \approx 1 - \phi(0{,}63)$$
$$= 1 - 0{,}7357$$
$$= 0{,}2643$$

mit GTR

$$P(X > 165) = 1 - \phi(0{,}625)$$
$$= 1 - 0{,}7338 = 0{,}2662$$

mit dem NcD-Befehl:
Lower 0
Upper 165
σ 40
μ 140

Wie hoch ist die Wahrs., dass mehr als 3 von 10 Personen LDL > 165 haben?
Wir haben eine Binomialvert. mit $n = 10$, $p = 0{,}2662$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$$
$$= 1 - 0{,}73687$$
$$\approx 0{,}2631$$

Antwort: 26,31 %

3) (1a) 2 Millionen Flaschen
davon 100.000 mit Gewinnmarke

$P(A) = \frac{100.000}{2.000.000} = \frac{1}{20} = 0{,}05$

2 Millionen Flaschen
davon 100.000 − 12.000 = 88.000 mit 1 €

$P(B) = \frac{88.000}{2.000.000} = \frac{88}{2000} = \frac{44}{1000} = 0{,}044$

(1b) Da es sehr viele Flaschen und Gewinne gibt, verändert sich die Wahrscheinlichkeit beim Testen von nur wenigen Flaschen fast nicht. Dadurch handelt es sich fast um die mehrfache Durchführung eines Experiments mit nur 2 Ausgängen (Gewinn oder kein Gewinn).

(1c) $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}05}$ Gewinn

P(erst in Nr. 5) $= 0{,}95^4 \cdot 0{,}05 = 0{,}0407$

(1d) mind. 2 Gewinne → Gegenereignis
kein oder ein Gewinn

$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
$= 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$

Wir haben eine Binomialverteilung mit unbekanntem n und $p = 0{,}05$

$1 - P(X=0) - P(X=1) = 0{,}05$

$P(X=0) + P(X=1) = 0{,}95$

$\binom{n}{0} \cdot 0{,}95^n + \binom{n}{1} \cdot 0{,}95^{n-1} \cdot 0{,}05 = 0{,}95$

$0{,}95^n + n \cdot 0{,}95^{n-1} \cdot 0{,}05 = 0{,}95$

(GTR ...)

$n = 7{,}448$

Man braucht 8 Flaschen.

Probe:

für $n=7$ $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
$= 1 - 0{,}9556$
$= 0{,}0444 < 0{,}05$

für $n=8$ $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
$= 1 - 0{,}9428$
$= 0{,}0572 > 0{,}05$

(1e) Anzahl der Gewinnmarken im Schnitt:

$\mu = 20 \cdot 0{,}05 = 1$

Anzahl der Marken 5 €

$\mu = 20 \cdot 0{,}006 = 0{,}12$

Anzahl der Marken 1 €

$\mu = 20 \cdot 0{,}044 = 0{,}88$

Wert $= 5€ \cdot 0{,}12 + 1€ \cdot 0{,}88 = 1{,}48€$

Im Schnitt sind es 1,48 €.

(2) (I) gesucht:
Bei wie viel von den 200 Flaschen sollte man mindestens einen Gewinn finden, damit die Null-Hypothese mit 99 % angenommen wird?

ausprobieren:

$n = 200$
$p = 0{,}05$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$
$= 1 - 0{,}0023$
$= 0{,}9977$

$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$
$= 1 - 0{,}009$
$= 0{,}991$

$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$
$= 1 - 0{,}026$
$= 0{,}974 < 0{,}99$

Antwort: Die Nullhyp. wird abgelehnt, wenn man 3 oder weniger findet.

(II) $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$
$= 1 - 0{,}1472$
$= 0{,}8528$

$n = 200$
$p = 0{,}03$

Es sind 85,28 %.

a) (I) $P(A) = \binom{10}{5} \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5$
$= 0{,}2007$

Das 10-malige Drehen von G_1 ist eine Bernoulli-Kette mit $n = 10$. Treffer ist die Zahl 1. Zur 1 gehören 2 von 5 gleich großen Feldern, also $P(1) = 0{,}4$

(II) Wie kann die Summe 10 entstehen?

G_1	G_2
2	8
8	2

$P(G_1 = 2 \text{ und } G_2 = 8) = 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}1$
$P(G_1 = 8 \text{ und } G_2 = 2) = 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}1$

$P(\text{Summe } 10) = 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}2$

(III) Wir bestimmen zuerst die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Spiel keinen Hauptgewinn zu erhalten.

Das funktioniert mit dem Gegenereignis „Man erhält einen Hauptgewinn".
Dafür müssen bei G_1 und G_2 jeweils die 8 erreicht werden. Es handelt sich jeweils um eines von 4 bzw. 5 gleich großen Feldern.

$P(\text{Hauptgewinn}) = 0{,}2 \cdot 0{,}25 = 0{,}05$
$\Rightarrow P(\text{kein Hauptgewinn}) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$

Nun betrachten wir das Spielen mit dem Automaten als Bernoulli-Kette mit $n=10$. Treffer ist „Man erzielt den Hauptgewinn". Daher gilt $p = 0{,}05$.
Wir bestimmen $P(C)$ mit dem Gegenereignis „nie Hauptgewinn":

$$P(C) = 1 - P(X=0)$$
$$= 1 - \binom{10}{0} \cdot 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^{10}$$
$$= 1 - 0{,}95^{10}$$
$$= 0{,}4013$$

b) Wir haben eine Bernoulli-Kette mit unbekanntem n und $p = 0{,}05$ (siehe a III)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$$
$$= 1 - \binom{n}{0} \cdot 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^n$$
$$= 1 - 0{,}95^n$$

$$1 - 0{,}95^n = 0{,}95$$
$$0{,}95^n = 0{,}05$$
(GTR ...)
$$n = 58{,}4$$

Man muss 59-mal spielen.

Probe:

für $n=58$: $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}95^{58} = 0{,}949$

für $n=59$: $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}95^{59} = 0{,}952$

c) Aus der Sicht des Betreibers gibt es vier Möglichkeiten:

+2 €	wenn $G_1 \neq G_2$
0	wenn $G_1 = G_2 = 1$ und 2 € ausbezahlt
−2 €	wenn $G_1 = G_2 = 2$ und 4 € ausbezahlt
−14 €	wenn $G_1 = G_2 = 8$ und 16 € ausbezahlt

Gewinn/Verlust	+2	0	−2	−14
Wahrscheinlichkeit	0,65	0,1	0,2	0,05

$$P(-2\,€) = P(G_1 = 2 \text{ und } G_2 = 2)$$
$$= 0{,}4 \cdot 0{,}5$$
$$= 0{,}2$$

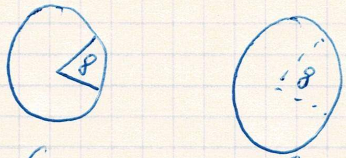
$$P(0\,€) = P(G_1 = 1 \text{ und } G_2 = 1)$$
$$= 0{,}4 \cdot 0{,}25$$
$$= 0{,}1$$

$$P(+2\,€) = 1 - 0{,}05 - 0{,}2 - 0{,}1 = 0{,}65$$

$$\mu = +2 \cdot 0{,}65 + (-2) \cdot 0{,}2 + (-14) \cdot 0{,}05$$
$$= 0{,}2\,€$$

Er verdient im Schnitt 0,2 €.

d)



G_1 G_2

$P(G_1=8)=0{,}2$ $P(G_2=8)=p$

Für die Wahrscheinlichkeit einen Hauptgewinn zu erhalten gilt:

$P(\text{Hauptgewinn}) = P(G_1=8 \text{ und } G_2=8) = 0{,}2 \cdot p$

Nun wird 10-mal gedreht. Wir haben eine Bernoulli-Kette mit $n=10$ und unbekannter Trefferwahrscheinlichkeit. Da „Hauptgewinn haben" der Treffer ist, gilt $P(\text{Treffer}) = 0{,}2p$

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X=0) \\ &= 1 - \binom{10}{0} \cdot (0{,}2p)^0 \cdot (1-0{,}2p)^{10} \\ &= 1 - (1-0{,}2p)^{10} \end{aligned}$$

$1-(1-0{,}2p)^{10} = 0{,}25$

(GTR)

$p_1 = 0{,}14179$

$p_2 = 9{,}85821$ (fällt weg, da $p \leq 1$ sein muss)

$\Rightarrow P(G_2=8) = 0{,}14179$

$\Rightarrow \dfrac{0{,}14179}{1} = \dfrac{\alpha}{360}$

$\Rightarrow \alpha = 51{,}0444°$

(1a) $P(X \geq 70) = 1 - P(X \leq 69)$ Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = 0{,}4$

$= 1 - 0{,}0639$

$= 0{,}9361$

(1b) ① $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}4}$ ESP

$P(A) = 0{,}6^4 \cdot 0{,}4 = 0{,}05184$

⑪

$\mu = 200 \cdot 0{,}4 = 80$

$\sigma = \sqrt{200 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} = \sqrt{48} \approx 6{,}93$

$P(80 - 6{,}93 \leq X \leq 80 + 6{,}93)$

$= P(73{,}07 \leq X \leq 86{,}93)$

Die Abweichung soll „höchstens" eine St. ab. sein.
Daher rechnen wir weiter mit:

$P(74 \leq X \leq 86) = P(X \leq 86) - P(X \leq 73)$

$= 0{,}8261 - 0{,}1742$

$= 0{,}6519$

(2a) zu α: Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 4 Autos auf die mit 1-20 durchnummerierten Plätze zu stellen? Jedem der mit A bis D markierten Autos wird eine Parkplatznummer zugewiesen

zu β: Wie viele Möglichkeiten gibt es 4 von den 20 Parkplätzen für die 4 Autos auszusuchen? Welches Auto auf welchem der 4 ausgesuchten Parkplätze stehen wird, ist egal.

(2b) $P(E|K)$: Mit welcher Wahrs. hat ein zufällig ausgewähltes Auto ESP unter der Bedingung, dass es sich um einen Kleinwagen handelt

oder: Mit welcher Wahrs. hat ein Kleinwagen ESP?

	E	$\bar{E}$	
K	3 (1)	7	10
$\bar{K}$	37 (2)	53 (3)	90
	40	60	1

(1) $10-7=3$

(2) $40-3=37$

(3) $90-37=53$

$$P(E|K) = \frac{P(E \cap K)}{P(K)} = \frac{0{,}03}{0{,}1} = 0{,}3$$

$$P(K) = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

$$P(E \cap K) = \frac{3}{100} = 0{,}03$$

(2c) 40% von 30 = 12 Autos

$P(\text{genau } 12) = \binom{30}{12} \cdot 0{,}4^{12} \cdot 0{,}6^{18} = 0{,}1474$

6a) $P(\text{deutsch}) = 0{,}18$

Binomialvert.
mit $n = 11$
und $p = 0{,}18$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$

$= 1 - 0{,}3849$

$= 0{,}6151$

Binomialv.
mit $n = 1000$
$p = 0{,}146$

$P(125 \leq X \leq 155)$

$= P(X \leq 155) - P(X \leq 124)$

$= 0{,}80338 - 0{,}0252$

$= 0{,}77818$

Die Normalverteilung eignet sich, wenn $\sigma > 3$

$\sigma = \sqrt{1000 \cdot 0{,}146 \cdot (1 - 0{,}146)} = \sqrt{124{,}684}$

$\approx 11{,}166 > 3$

Annäherung durch Normalv.:

$$P(125 \leq X \leq 155) = P(X \leq 155) - P(X \leq 124)$$
$$= \phi(z_1) - \phi(z_2)$$
$$= \phi(0{,}851) - \phi(-1{,}836)$$

$\mu = 146$

$\sigma = \sqrt{124{,}684}$

$$z_1 = \frac{155 - 146 + 0{,}5}{\sqrt{124{,}684}} \approx 0{,}851$$

$$z_2 = \frac{124 - 146 + 0{,}5}{\sqrt{124{,}684}} \approx -1{,}925$$

mit Tabelle	mit GTR
$\phi(0{,}85) = 0{,}8023$	NCD-Befehl mit
$\phi(-1{,}93) = 1 - \phi(1{,}93)$	Lower 124,5
$= 1 - 0{,}9726$	Upper 155,5
$= 0{,}0274$	σ $\sqrt{124{,}684}$
	μ 146
$\phi(0{,}85) - \phi(-1{,}93) = 0{,}7749$	$P(125 \leq X \leq 155) = 0{,}77547$

b) P(Sein Deutscher) = 1 − 0,18 = 0,82
(für eine einzelne Person)

bei n Personen:
P(Sein Deutscher) = $0{,}82^n$

$P(\text{mind. ein Dt.}) = 1 - 0{,}82^n$

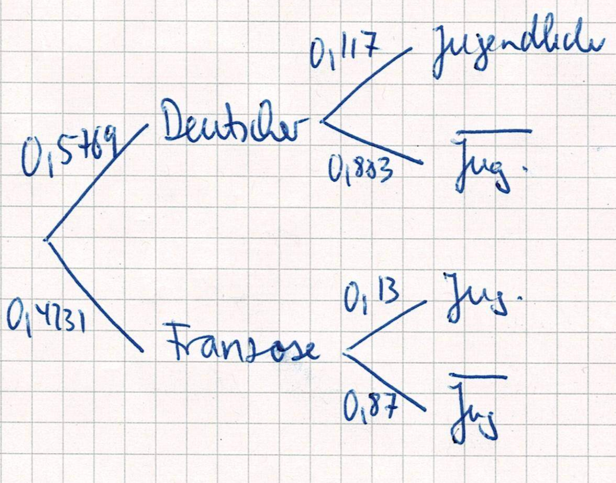
$$1 - 0{,}82^n = 0{,}98$$
$$0{,}82^n = 0{,}02$$
$$n \approx 19{,}71$$

$P(\text{mind. ein Dt. bei 19 Personen}) = 1 - 0{,}82^{19} = 0{,}97696$
$P(\text{" " " " 20 "}) = 1 - 0{,}82^{20} = 0{,}9811$

Antwort: Man braucht 20 Bürger.

c) $P(\text{Deutscher}) = \dfrac{0{,}18}{0{,}18 + 0{,}132} = 0{,}5769$

$P(\text{Franzose}) = 0{,}4231$



$P(D \cap J) = 0{,}5769 \cdot 0{,}117$
$= 0{,}0675$

$P(D \cap \overline{J}) = 0{,}5094$

$P(F \cap J) = 0{,}4231 \cdot 0{,}13$
$= 0{,}055$

$P(F \cap \overline{J}) = 0{,}3681$

	D	F	
J	0,0675	0,055	0,1225
$\overline{J}$	0,5094	0,3681	0,8775
	0,5769	0,4231	1

P(Ein beliebiger Bürger ist Jugendlicher) = 0,1225

$$P(\text{deutsch} \mid \text{Jugendlicher}) = \frac{P(d \cap J)}{P(J)}$$

$$= \frac{0{,}0675}{0{,}1225}$$

$$= 0{,}5510$$

Der Anteil der dt. Jugendl. an allen Jugendl. ist geringer als der Anteil der Deutschen an der Gesamtbev.

d) gesucht: $P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) \geq 0{,}95$
bei einer Binomialv. mit $n = 10.000$
und $p = 0{,}115$

$\mu = 10.000 \cdot 0{,}115 = 1150$
$\sigma = \sqrt{10.000 \cdot 0{,}115 \cdot (1 - 0{,}115)}$
$= \sqrt{1017{,}75}$

Die σ-Regeln sagen:

$$P(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1{,}96 \cdot \sigma) \approx 0{,}95$$

Wir raten also als Grenzen:

unten: $1150 - 1{,}96 \cdot \sqrt{1017{,}75} = 1087{,}47$

oben: $1150 + 1{,}96 \cdot \sqrt{1017{,}75} = 1212{,}53$

Bin.v. mit
$n = 10\,000$
$p = 0{,}115$

Probe: $P(1088 \leq X \leq 1212)$
$= P(X \leq 1212) - P(X \leq 1087)$
$= 0{,}9743 - 0{,}0244$
$= 0{,}9499$

$P(1087 \leq X \leq 1213)$
$= P(X \leq 1213) - P(X \leq 1086)$
$= 0{,}9761 - 0{,}0226$
$= 0{,}9535$

Das gesuchte Intervall ist
$1087 \leq X \leq 1213$