Lösungen Analysis

1) a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{1+8}$

$x = -1 \pm \sqrt{9}$

$x = -1 \pm 3$

$x_1 = -4$

$x_2 = 2$

b) $\frac{1}{2}x^2 + x - 1{,}5 = 0 \quad | \cdot 2$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{1+3}$

$x = -1 \pm \sqrt{4}$

$x = -1 \pm 2$

$x_1 = -3$

$x_2 = 1$

c) $x^3 - 9x = 0$

$x \cdot (x^2 - 9) = 0$

$x_1 = 0 \qquad x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9 \quad | \sqrt{}$

$x_2 = 3$

$x_3 = -3$

d) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \quad | x^2 = z$

$z^2 - 2z + 1 = 0$

$z = 1 \pm \sqrt{1-1}$

$z = 1 \quad | z = x^2$

$x^2 = 1 \quad | \sqrt{}$

$x_1 = 1$

$x_2 = -1$

e) $x^6 - 4x^3 + 4 = 0 \quad | x^3 = z$

$z^2 - 4z + 4 = 0$

$z = 2 \pm \sqrt{4-4}$

$z = 2 \quad | z = x^3$

$x^3 = 2 \quad | \sqrt[3]{\ }$

$x = + \sqrt[3]{2}$

f) $\sqrt{x+1} = 0 \quad | ()^2$

$x + 1 = 0 \quad | -1$

$x = -1$

g) $\frac{x+2}{x} = 0 \quad | \cdot x$

$x + 2 = 0 \quad | -2$

$x = -2$

h) $x^5 + 2x^3 - 3x = 0$

$x \cdot (x^4 + 2x^2 - 3) = 0$

$x = 0$ oder $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$

$x_1 = 0 \qquad x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \quad | x^2 = z$

$z^2 + 2z - 3 = 0$

$z = -1 \pm \sqrt{1+3}$

$z = -1 \pm \sqrt{4}$

$z = -1 \pm 2$

$z_1 = -3$

$z_2 = 1 \quad | z = x^2$

$x^2 = -3$ oder $x^2 = 1 \quad | \sqrt{\ }$

$\lightning \qquad x_2 = 1$

$x_3 = -1$

i) $(2x^2-50)\cdot(x+3)=0$

$2x^2-50=0$ oder $x+3=0$

$2x^2=50$ $\quad x=-3$

$x^2=25 \quad |\sqrt{\ }$ $\quad x_1=-3$

$x_2=5$

$x_3=-5$

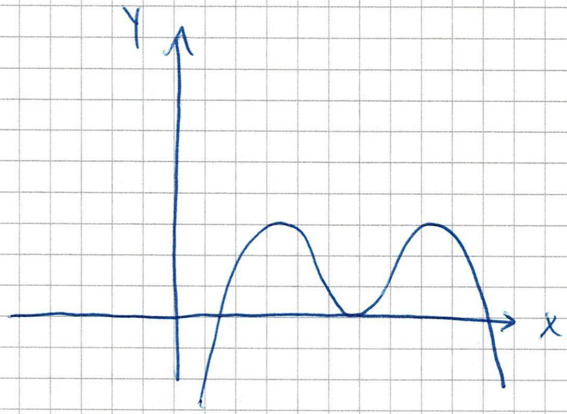
j) $\sqrt{x+1}-2=0 \quad |+2$

$\sqrt{x+1}=2 \quad |()^2$

$x+1=4 \quad |-1$

$x=3$

2)



3) a) Grad 5
(2 Sattelpunkte)

b) Grad 3
(2 Extremstellen)

4 a) falsch

Wenn f einen Extrempunkt bei $x=0$ hätte, so müsste $f'(0)=0$ gelten (Notwendige Bedingung). Es gilt aber $f'(0)=2$

b) wahr

Die Steigung der Tangente an einen Punkt des Graphen entspricht der Ableitung an dieser Stelle. Hier ist $f'(-2)=0$.

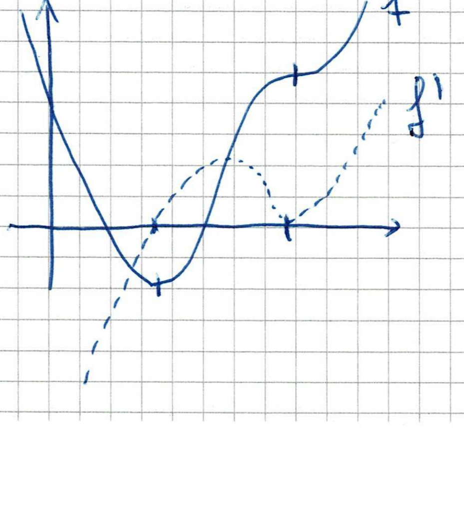
c) falsch

Wendepunkte von f sind Extrempunkte von f'. Und f' hat einen Hochpunkt bei $x=0$

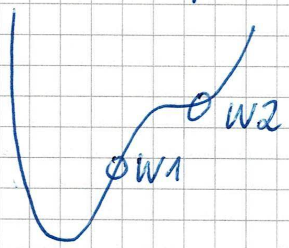
d) nicht entscheidbar

$f'(x)$ ist positiv für $x>-2$, der Graph von f wächst also in diesem Bereich streng monoton. Wir wissen aber nicht, von welchem y-Wert aus f wächst.

5 a)



b) Es gibt 2 Wendepunkte:



6) a) richtige Funktion: $g(x)$

$f(x)$ ist eine quadratische Funktion, die nur einen Extrempunkt haben kann. Die dargestellte Funktion hat aber zwei Extrempunkte.

Bei $h(x)$ gilt:

$$\lim_{x \to \infty} h(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} h(x) = \infty$$

Bei der dargestellten Funktion ist der Grenzwert $\lim_{x \to -\infty}$ gleich $-\infty$.

b)

$$\int_0^1 h'(x)\,dx = \left[h(x)\right]_0^1 = \left[x^4 + x^2 + 1\right]_0^1$$

$$= 1^4 + 1^2 + 1 - (0^4 + 0^2 + 1)$$

$$= 1 + 1 + 1 - 1$$

$$= 2$$

7a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 11$

$f''(x) = 6x - 12$

$f'''(x) = 6$

N.B.: $f''(x) = 0$

$6x - 12 = 0$

$6x = 12$

$x = 2$

H.B.: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$

$f'''(2) \neq 0$

$\Rightarrow$ WS bei $x = 2$

y-Wert:

$f(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 11 \cdot 2 - 6$

$= 8 - 24 + 22 - 6$

$= 0$

$\Rightarrow WP(2/0)$

liegt der WP auf g?

$WP(2/0)$ auf g $\Rightarrow g(2) = 0$

$2 - 2 = 0$

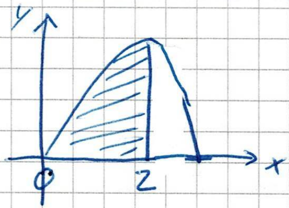
$0 = 0$ ✓

b) Verschiebung um 2 nach oben

" um 1 nach rechts

$h(x) = (x-1)^3 - 6 \cdot (x-1)^2 + 11 \cdot (x-1) - 4$

8) a)



$$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 -x^3+12x\,dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4+6x^2\right]_0^2$$

$$= -\frac{1}{4}\cdot 2^4+6\cdot 2^2-\left(-\frac{1}{4}\cdot 0^4+6\cdot 0^2\right)$$

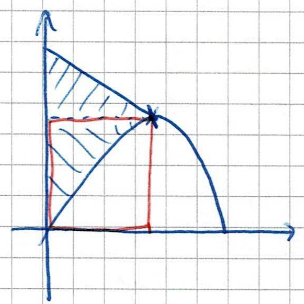
$$= -\frac{1}{4}\cdot 16+6\cdot 4-0$$

$$= -4+24$$

$$= 20$$

$$\Rightarrow A_{///} = 20\ \text{FE}$$

b)



$A_{\backslash\backslash\backslash} = A_{\square} - 20$ (20FE aus Aufgabenteil a)

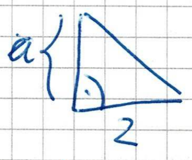
$= 2\cdot 16-20$ $\quad f(2) = -8+24 = 16$

$= 32-20$

$= 12$ FE

$\Rightarrow A_{///}$ muss 8 FE umfassen

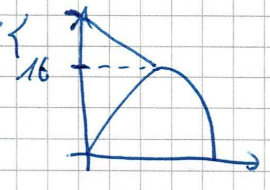
A_{III} ist die Fläche eines rechtwinkligen Dreiecks:



$$A_{III} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot a = 8$$

$$a = 8$$

$\Rightarrow$ Das obere Stück ist 8 lang



$8 + 16 = 24$

$\Rightarrow$ Schnittpunkt S (0/24)

9 a) $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 -6x^2 + 12x + 18\,dx$

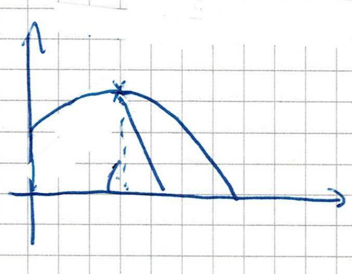
$= \left[-2x^3 + 6x^2 + 18x\right]_0^1$

$= -2 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 + 18 \cdot 1 - (-2 \cdot 0^3 + 6 \cdot 0^2 + 18 \cdot 0)$

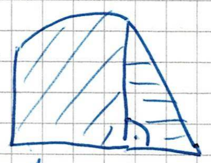
$= -2 + 6 + 18 - 0$

$= 22$

b)

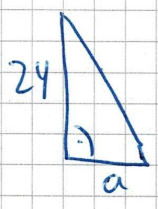


Das linke Flächenstück besteht aus 2 Teilen:



$$A_{|||} = \int_0^1 f(x)\,dx = 22\text{ FE} \quad \text{(siehe Teil a)}$$

$\triangle$ ist ein rechtwinkliges Dreieck.
Seine Fläche muss 5 FE sein, da die beiden Teile zusammen $54:2=27$ FE groß sind



$$A_{\equiv} = \frac{1}{2}\cdot 24\cdot a = 5$$
$$12a = 5$$
$$a = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow S\left(1+\frac{5}{12} \,/\, 0\right)$$
$$S\left(\frac{17}{12} \,/\, 0\right)$$