

## AUFGABEN (HILFSMITTELFREIER TEIL) ANALYSIS

1) Bestimme rechnerisch die Nullstellen der folgenden Funktionen:

a)  $f(x) = x^2 + 2x - 8$

b)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 1,5$

c)  $f(x) = x^3 - 9x$

d)  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

e)  $f(x) = x^6 - 4x^3 + 4$

f)  $f(x) = \sqrt{x+1}$

g)  $f(x) = \frac{x+2}{x}$

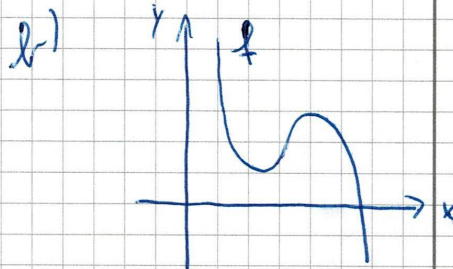
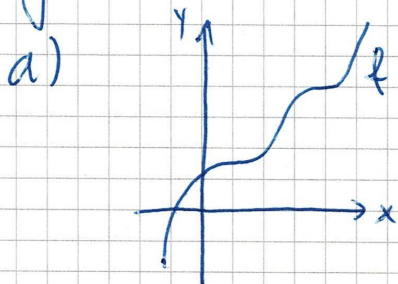
h)  $f(x) = x^5 + 2x^3 - 3x$

i)  $f(x) = (2x^2 - 50) \cdot (x + 3)$

j)  $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$

2) Skizziere den möglichen Verlauf einer ganzrationalen Funktion 4. Grades mit 3 Nullstellen und 3 Extremstellen.

3) Von welchem Grad sind die folgenden ganzrationalen Funktionen mindestens?

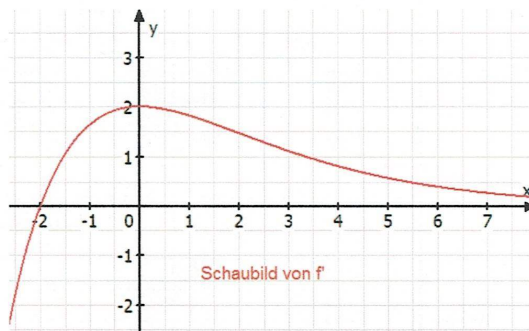


4) (Aufgabensammlung Baden-Württemberg)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitung  $f'$  einer Funktion  $f$ .

Begründen Sie, ob folgende Aussagen über die Funktion  $f$  wahr, falsch oder unentscheidbar sind.

- a) Bei  $x = 0$  besitzt das Schaubild von  $f$  einen Extrempunkt.
- b) Bei  $x = -2$  besitzt das Schaubild von  $f$  eine waagrechte Tangente.
- c) Das Schaubild der Funktion  $f$  besitzt keine Wendepunkte.
- d)  $f(x) > 0$  für  $x > -2$ .



5) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 22)

Die Abbildung 13 zeigt den Graphen einer ganzrationalen Funktion  $f$ .

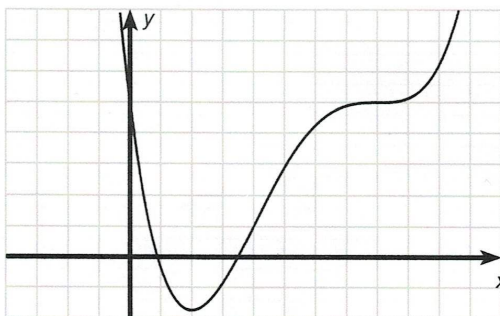


Abb. 13

- a) **Skizzieren** Sie in der Abbildung den Graphen der ersten Ableitungsfunktion von  $f$ .
- b) **Begründen** Sie, dass der Grad der Funktion mindestens vier ist.



## 6) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 25)

Gegeben sind die in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$  durch

$$f(x) = x^2 - x + 1,$$

$$g(x) = x^3 - x + 1 \quad \text{und}$$

$$h(x) = x^4 + x^2 + 1.$$

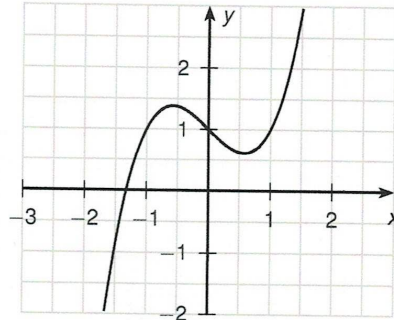


Abb. 14

- a) Die Abbildung 14 zeigt den Graphen einer der drei Funktionen.  
**Geben Sie an**, um welche Funktion es sich handelt.  
**Begründen Sie**, dass der Graph die anderen beiden Funktionen nicht darstellt.
- b) Die erste Ableitungsfunktion von  $h$  ist  $h'$ .  
**Bestimmen Sie** den Wert von  $\int_0^1 h'(x) dx$ .

## 7) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 34)

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

- a) **Weisen Sie nach**, dass der Wendepunkt des Graphen von  $f$  auf der Geraden mit der Gleichung  $y = x - 2$  liegt.
- b) Der Graph von  $f$  wird verschoben. Der Punkt  $(2|0)$  des Graphen der Funktion  $f$  besitzt nach der Verschiebung die Koordinaten  $(3|2)$ . Der verschobene Graph gehört zu einer Funktion  $h$ .  
**Geben Sie** eine Gleichung von  $h$  an.

## 8) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 36)

Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = -x^3 + 12x$ . Die Abbildung 18 zeigt den Graphen von  $f$  sowie dessen Hochpunkt  $H(2|16)$ .

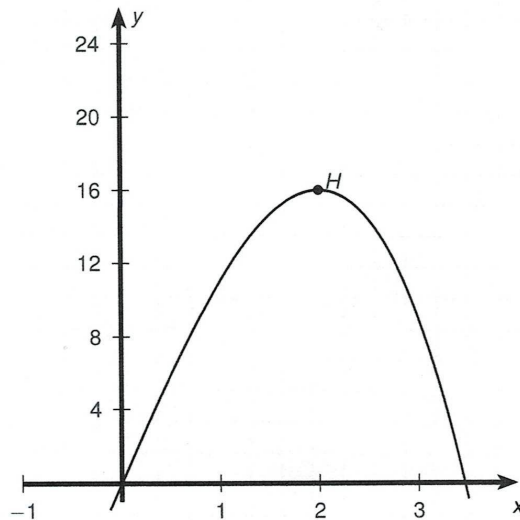


Abb. 18

- a) Der Graph von  $f$ , die  $x$ -Achse und die Gerade mit der Gleichung  $x = 2$  schließen für  $0 \leq x \leq 2$  eine Fläche ein.  
**Zeigen** Sie, dass diese Fläche den Inhalt 20 besitzt. (2 BE)
- b) Die Gerade  $g$  verläuft durch den Punkt  $H$  und besitzt eine negative Steigung. Der Graph von  $f$ , die  $y$ -Achse und die Gerade  $g$  schließen für  $0 \leq x \leq 2$  eine Fläche mit dem Inhalt 20 ein.  
**Bestimmen** Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Geraden  $g$  mit der  $y$ -Achse.

## 9) (Aufgabensammlung Hamburg Nr. 32)

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit

$$f(x) = -6x^2 + 12x + 18, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Die Abbildung 16 zeigt den Graphen von  $f$ , der durch die Punkte  $H(1|24)$  und  $N(3|0)$  verläuft.

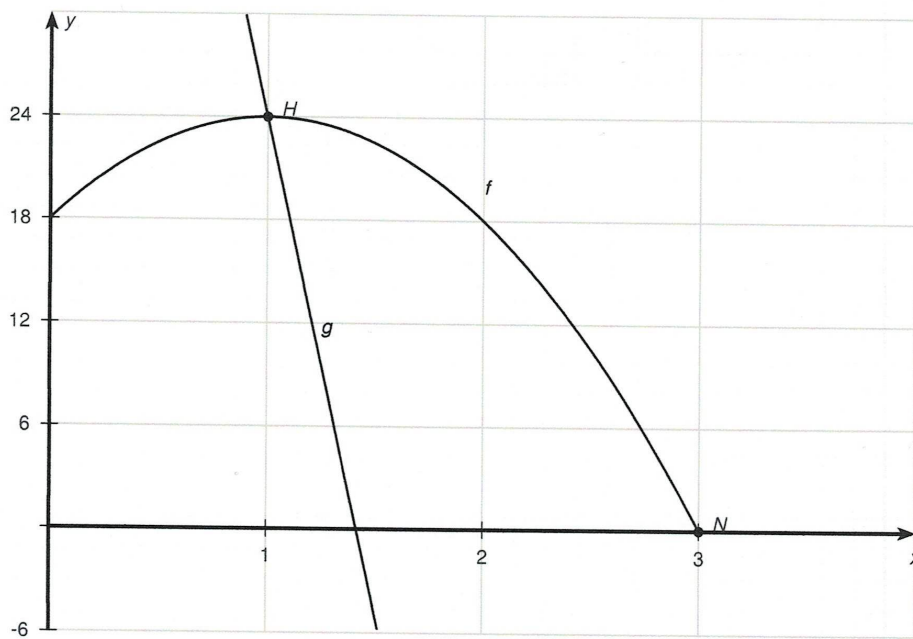


Abb. 16

a) Zeigen Sie, dass  $\int_0^1 f(x) dx = 22$  gilt.

b) Die Fläche, die der Graph von  $f$  im ersten Quadranten mit den Koordinatenachsen einschließt, hat den Inhalt 54. Eine Gerade  $g$ , die durch den Punkt  $H$  verläuft, teilt diese Fläche in zwei Teilflächen gleichen Inhalts.

**Bestimmen** Sie rechnerisch die Stelle, an der die Gerade  $g$  die  $x$ -Achse schneidet.