LÖSUNGEN (Teil mit Hilfsmitteln)

1 a) $P(X=6) = \binom{12}{6} \cdot 0{,}6^6 \cdot 0{,}4^6 = 0{,}1766$

b) $P(X=0) = \binom{12}{0} \cdot 0{,}6^0 \cdot 0{,}4^{12} = 1{,}67 \cdot 10^{-5} = 0{,}0000167$

$P(X=1) = \binom{12}{1} \cdot 0{,}6^1 \cdot 0{,}4^{11} = 3{,}02 \cdot 10^{-4} = 0{,}000302$

$P(X=2) = \binom{12}{2} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^{10} = 2{,}49 \cdot 10^{-3} = 0{,}00249$

$P(X=3) = \binom{12}{3} \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^9 = 0{,}0125$

$P(X=4) = \binom{12}{4} \cdot 0{,}6^4 \cdot 0{,}4^8 = 0{,}0420$

$P(X=5) = \binom{12}{5} \cdot 0{,}6^5 \cdot 0{,}4^7 = 0{,}1009$

$P(X=6) = \binom{12}{6} \cdot 0{,}6^6 \cdot 0{,}4^6 = 0{,}1766$

$P(X=7) = \binom{12}{7} \cdot 0{,}6^7 \cdot 0{,}4^5 = 0{,}2270$

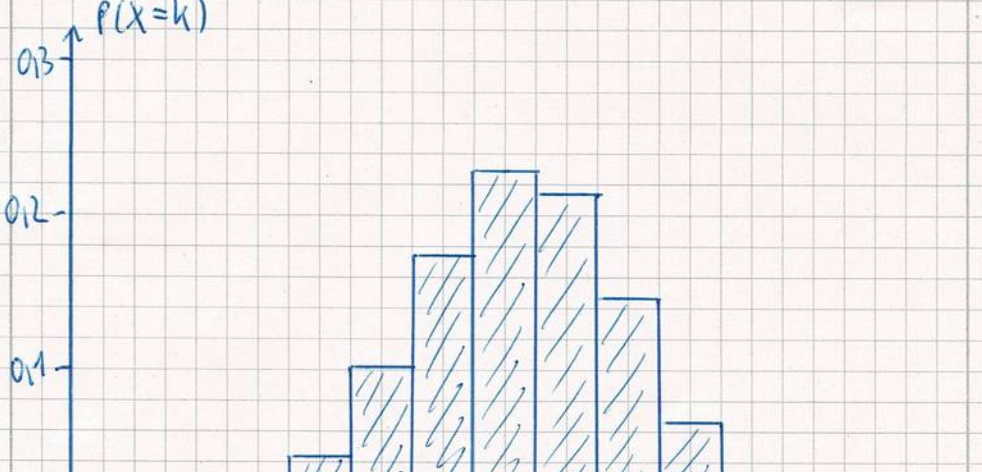
$P(X=8) = \binom{12}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^4 = 0{,}2128$

$P(X=9) = \binom{12}{9} \cdot 0{,}6^9 \cdot 0{,}4^3 = 0{,}1419$

$P(X=10) = \binom{12}{10} \cdot 0{,}6^{10} \cdot 0{,}4^2 = 0{,}0639$

$P(X=11) = \binom{12}{11} \cdot 0{,}6^{11} \cdot 0{,}4^1 = 0{,}0174$

$P(X=12) = \binom{12}{12} \cdot 0{,}6^{12} \cdot 0{,}4^0 = 2{,}18 \cdot 10^{-3} = 0{,}00218$



c) $P(X \leq 5) = 0{,}1582$

d) $P(X < 9) = P(X \leq 8) = 0{,}7747$

e) $P(X \geq 9) = 1 - P(X \leq 8)$

$= 1 - 0{,}7747$

$= 0{,}2253$

f) $P(5 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 4)$

$= 1 \quad - 0{,}0573$

$= 0{,}9427$

g) $\mu = n \cdot p = 12 \cdot 0{,}6 = 7{,}2$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{12 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4} = \sqrt{2{,}88} = 1{,}70$

h) Man kann ausrechnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit man genau 2-mal eine rote Kugel hat.

i) gesucht: k, so dass

$P(\mu - k \leq X \leq \mu + k) = 0{,}9$

Es gilt:

$P(\mu - 1{,}64\sigma \leq X \leq \mu + 1{,}64\sigma) \approx 0{,}9$

$P(7{,}2 - 1{,}64 \cdot 1{,}7 \leq X \leq 7{,}2 + 1{,}64 \cdot 1{,}7) \approx 0{,}9$

$P(4{,}412 \leq X \leq 9{,}988) \approx 0{,}9$

also: $P(4 \leq X \leq 10) \approx 0{,}9$

Probe:

$P(4 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 3)$

$= 0{,}9804 - 0{,}0153$

$= 0{,}9651$

Da $\sigma < 3$ weichen die Werte voneinander relativ stark ab.

2) a) ① $P(X=15) = \binom{16}{15} \cdot 0{,}97^{15} \cdot 0{,}03^{1}$
$= 0{,}304$

Die Zufallsgröße X zählt, wie viele Flaschen zurückgegeben wurden.

② $P(X \geq 15) = P(X=15) + P(X=16)$
$= \binom{16}{15} \cdot 0{,}97^{15} \cdot 0{,}03 + \binom{16}{16} \cdot 0{,}97^{16} \cdot 0{,}03^{0}$
$= 0{,}304 \quad + 0{,}614$
$= 0{,}918$

③ $P(X < 14) = P(X \leq 13)$
$= 0{,}011$

b) ① mindestens eine nicht zurückgegeben ≙ höchstens 9 zurückgegeben

$P(X \leq 9) = 1 - P(X=10)$

Wir arbeiten mit dem Gegenereignis: Es werden alle Flaschen zurückgegeben.

$P(X \leq 9) = 1 - P(X=10)$
$= 1 - \binom{10}{10} \cdot 0{,}9^{10} \cdot 0{,}1^{0}$
$= 1 - 0{,}349$
$= 0{,}651$

② Binomialverteilung mit unbekanntem n und $p = 0{,}9$

Wahrscheinlichkeit für die Rückgabe aller Flaschen:

$P(X=n) = \binom{n}{n} \cdot 0{,}9^n \cdot 0{,}1^0$

$= 0{,}9^n$

$0{,}9^n = 0{,}05$

(GTR...)

$n = 28{,}43$

$\Rightarrow$ Es müssen 29 Flaschen sein

Probe:

für $n=28$ $P(X=28) = \binom{28}{28} \cdot 0{,}9^{28} = 0{,}0523 > 0{,}05$

für $n=29$ $P(X=29) = \binom{29}{29} \cdot 0{,}9^{29} = 0{,}0471 < 0{,}05$

(III) Die Wahrscheinlichkeit für die Nicht-Rückgabe beträgt 0,1

$\mu = 100 \cdot 0{,}1 = 10$

Es sind 10 Flaschen.

c) (I) $\underset{1\ell}{} \xrightarrow{0{,}9} \underset{2\ell}{\text{zurück}} \xrightarrow{0{,}9} \underset{3\ell}{\text{zurück}} \xrightarrow{0{,}9} \underset{4\ell}{\text{zurück}} \xrightarrow{0{,}9} \underset{5\ell}{\text{zurück}}$

$P(\text{mind. } 5\ell) = 0{,}9^4 = 0{,}6561$

Ganz am Anfang wird 1 l eingefüllt. Ab da kommt mit jeder Rückgabe 1 l dazu. Beim letzten Mal ist es egal, ob die Flasche anschließend wieder zurückgegeben wird.

(ii) $1\ell \xrightarrow{0,9}$ zurück $2\ell \xrightarrow{0,9}$ zurück $3\ell \xrightarrow{0,9}$ zurück $4\ell \xrightarrow{0,9}$ zurück $5\ell \xrightarrow{0,1}$ nicht zurück

$P(\text{genau } 5\ell) = 0,9^4 \cdot 0,1 = 0,06561$

„Genau 5ℓ" bedeutet, dass die Flasche am Ende nicht mehr zurückgegeben wird. Ansonsten hätte man nochmals 1ℓ eingefüllt.

(iii) Wir schauen uns die entsprechenden Rechnungen an:

1 Liter $\quad 0,1$

$1\ell \xrightarrow{0,1}$ nicht zurück

2 Liter $\quad 0,9 \cdot 0,1$

$1\ell \xrightarrow{0,9}$ zurück $2\ell \xrightarrow{0,1}$ nicht zurück

3 Liter $\quad 0,9^2 \cdot 0,1$

1ℓ — z 2ℓ — z 3ℓ — nz

4 Liter $\quad 0,9^3 \cdot 0,1$

1ℓ — z 2ℓ — z 3ℓ — z 4ℓ — nz

k Liter $\quad P(k \text{ Liter}) = 0,9^{k-1} \cdot 0,1$

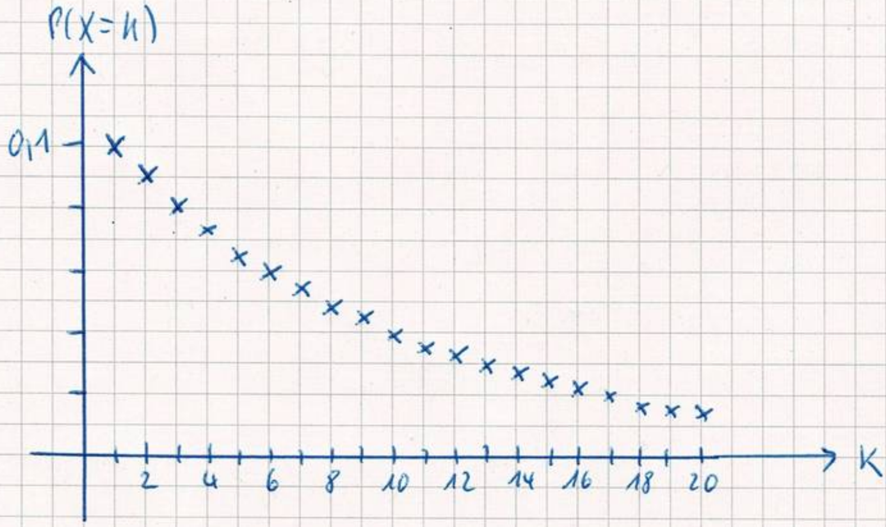
Es ergibt sich die Zuordnung

$$k \longrightarrow 0{,}1 \cdot 0{,}9^{k-1}$$

Liter $\quad\quad$ Wahrscheinlichkeit

Daraus ergibt sich:

k	Wahrs.	k	Wahrs.	k	Wahrs.
1	0,1	7	≈ 0,0531	14	≈ 0,0254
2	0,09	8	≈ 0,0478	15	≈ 0,0229
3	0,081	9	≈ 0,043	16	≈ 0,0206
4	0,0729	10	≈ 0,0387	17	≈ 0,0185
5	0,06561	11	≈ 0,0349	18	≈ 0,0167
6	≈ 0,059	12	≈ 0,0314	19	≈ 0,015
		13	≈ 0,0282	20	≈ 0,014



(iv)

$$\mu = 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}09 + 3 \cdot 0{,}081 + 4 \cdot 0{,}0729 + \ldots + 29 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^{28} + 30 \cdot 0{,}9^{29}$$

Am Ende fehlt dem Term $30 \cdot 0{,}9^{29}$ der Faktor 0,1, da es egal ist, was mit der Flasche geschieht. Zurückgegebene Flaschen werden aussortiert.

$$\mu = 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}9^{2} \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}9^{3} \cdot 0{,}1 + \ldots + 29 \cdot 0{,}9^{28} \cdot 0{,}1 + 30 \cdot 0{,}9^{29}$$

3) (1a) $P(X \geq 70) = 1 - P(X \leq 69)$
$= 1 - 0{,}0639$
$= 0{,}9361$

Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = 0{,}4$

(1b) ① $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}6}$ kein ESP $\xrightarrow{0{,}4}$ ESP

$P(A) = 0{,}6^4 \cdot 0{,}4 = 0{,}05184$

②
$\mu = 200 \cdot 0{,}4 = 80$
$\sigma = \sqrt{200 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} = \sqrt{48} \approx 6{,}93$

$P(80 - 6{,}93 \leq X \leq 80 + 6{,}93)$
$= P(73{,}07 \leq X \leq 86{,}93)$

Die Abweichung soll „höchstens" eine St. ab. sein.
Daher rechnen wir weiter mit:
$P(74 \leq X \leq 86) = P(X \leq 86) - P(X \leq 73)$
$= 0{,}8261 - 0{,}1742$
$= 0{,}6519$

(2a) zu α: Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 4 Autos auf die mit 1-20 durchnummerierten Plätze zu stellen? Jedem der mit A bis D markierten Autos wird eine Parkplatznummer zugewiesen.

zu β: Wie viele Möglichkeiten gibt es 4 von den 20 Parkplätzen für die 4 Autos auszusuchen? Welches Auto auf welchem der 4 ausgesuchten Parkplätze stehen wird, ist egal.

(2b) 40% von 30 = 12 Autos

$P(\text{genau } 12) = \binom{30}{12} \cdot 0{,}4^{12} \cdot 0{,}6^{18} = 0{,}1474$

4) (1a) 2 Millionen Flaschen
davon 100.000 mit Gewinnmarke

$P(A) = \frac{100.000}{2.000.000} = \frac{1}{20} = 0{,}05$

2 Millionen Flaschen
davon 100.000 − 12.000 = 88.000 mit 1 €

$P(B) = \frac{88.000}{2.000.000} = \frac{88}{2000} = \frac{44}{1000} = 0{,}044$

(1b) Da es sehr viele Flaschen und Gewinne gibt, verändert sich die Wahrscheinlichkeit beim Testen von nur wenigen Flaschen fast nicht.
Dadurch handelt es sich fast um die mehrfache Durchführung eines Experiments mit nur 2 Ausgängen (Gewinn oder kein Gewinn).

(1c) $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}95}$ Niete $\xrightarrow{0{,}05}$ Gewinn

$P(\text{erst in Nr. } 5) = 0{,}95^4 \cdot 0{,}05 = 0{,}0407$

(1d) mind. 2 Gewinne → Gegenereignis
kein oder ein Gewinn

$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
$= 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$

Wir haben eine Binomialverteilung mit unbekanntem n und $p = 0{,}05$

$$1 - P(X=0) - P(X=1) = 0{,}05$$

$$P(X=0) + P(X=1) = 0{,}95$$

$$\binom{n}{0} \cdot 0{,}95^{n} + \binom{n}{1} \cdot 0{,}95^{n-1} \cdot 0{,}05 = 0{,}95$$

$$0{,}95^{n} + n \cdot 0{,}95^{n-1} \cdot 0{,}05 = 0{,}95$$

(GTR ...)

$$n = 7{,}448$$

Man braucht 8 Flaschen.

Probe:

für $n=7$ $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
$= 1 - 0{,}9556$
$= 0{,}0444 < 0{,}05$

für $n=8$ $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
$= 1 - 0{,}9428$
$= 0{,}0572 > 0{,}05$

(1e) Anzahl der Gewinnmarken im Schnitt:

$$\mu = 20 \cdot 0{,}05 = 1$$

Anzahl der Marken 5 €

$$\mu = 20 \cdot 0{,}006 = 0{,}12$$

Anzahl der Marken 1 €

$$\mu = 20 \cdot 0{,}044 = 0{,}88$$

Wert $= 5\,€ \cdot 0{,}12 + 1\,€ \cdot 0{,}88 = 1{,}48\,€$

Im Schnitt sind es 1,48 €.

(2a) $n = 200 \quad p = 0{,}05$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$$
$$= 1 - 9{,}05 \cdot 10^{-3}$$
$$= 1 - 0{,}00905$$
$$= 0{,}99095$$

(2i) $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$ $\quad n = 200$, $p = 0{,}03$
$$= 1 - 0{,}1472$$
$$= 0{,}8528$$

5) a) (I) $P(A) = \binom{10}{5} \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5$
$$= 0{,}2007$$

Das 10-malige Drehen von G_1 ist eine Bernoulli-Kette mit $n = 10$. Treffer ist die Zahl 1. Zur 1 gehören 2 von 5 gleich großen Feldern, also $P(1) = 0{,}4$

(II) Wie kann die Summe 10 entstehen?

G_1	G_2
2	8
8	2

$P(G_1 = 2 \text{ und } G_2 = 8) = 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}1$
$P(G_1 = 8 \text{ und } G_2 = 2) = 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}1$

$P(\text{Summe } 10) = 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}2$

(III) Wir bestimmen zuerst die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Spiel keinen Hauptgewinn zu erhalten.

Das funktioniert mit dem Gegenereignis „Man erhält einen Hauptgewinn".
Dafür müssen bei G_1 und G_2 jeweils die 8 erreicht werden. Es handelt sich jeweils um eines von 4 bzw. 5 gleich großen Feldern.

$P(\text{Hauptgewinn}) = 0{,}2 \cdot 0{,}25 = 0{,}05$
$\Rightarrow P(\text{kein Hauptgewinn}) = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$

Nun betrachten wir das Spielen mit dem Automaten als Bernoulli-Kette mit $n = 10$. Treffer ist „Man erreicht den Hauptgewinn". Daher gilt $p = 0{,}05$.
Wir bestimmen $P(C)$ mit dem Gegenereignis „nie Hauptgewinn":

$$\begin{aligned} P(C) &= 1 - P(X=0) \\ &= 1 - \binom{10}{0} \cdot 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^{10} \\ &= 1 - 0{,}95^{10} \\ &= 0{,}4013 \end{aligned}$$

b) Wir haben eine Bernoulli-Kette mit unbekanntem n und $p = 0{,}05$ (siehe a (iii))

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X=0) \\ &= 1 - \binom{n}{0} \cdot 0{,}05^0 \cdot 0{,}95^n \\ &= 1 - 0{,}95^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - 0{,}95^n &= 0{,}95 \\ 0{,}95^n &= 0{,}05 \\ &(\text{GTR} \ldots) \\ n &= 58{,}4 \end{aligned}$$

Man muss 59-mal spielen.

Probe:

für $n=58$: $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}95^{58} = 0{,}949$

für $n=59$: $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}95^{59} = 0{,}952$

c) Aus der Sicht des Betreibers gibt es vier Möglichkeiten:

$+2$ €	wenn $G_1 \neq G_2$
0	wenn $G_1 = G_2 = 1$ und 2 € ausbezahlt
-2 €	wenn $G_1 = G_2 = 2$ und 4 € ausbezahlt
-14 €	wenn $G_1 = G_2 = 8$ und 16 € ausbezahlt

Gewinn/Verlust	+2	0	-2	-14
Wahrscheinlichkeit	0,65	0,1	0,2	0,05

$$P(-2\,€) = P(G_1 = 2 \text{ und } G_2 = 2) = 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2$$

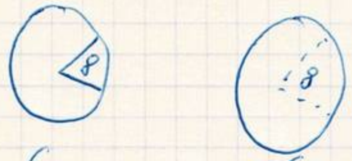
$$P(0\,€) = P(G_1 = 1 \text{ und } G_2 = 1) = 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}1$$

$$P(+2\,€) = 1 - 0{,}05 - 0{,}2 - 0{,}1 = 0{,}65$$

$$\mu = +2 \cdot 0{,}65 + (-2) \cdot 0{,}2 + (-14) \cdot 0{,}05 = 0{,}2\,€$$

Er verdient im Schnitt 0,2 €.

d)



G_1 $\qquad\qquad$ G_2

$P(G_1=8)=0{,}2 \qquad P(G_2=8)=p$

Für die Wahrscheinlichkeit einen Hauptgewinn zu erhalten gilt:

$P(\text{Hauptgewinn}) = P(G_1=8 \text{ und } G_2=8) = 0{,}2\cdot p$

Nun wird 10-mal gedreht. Wir haben eine Bernoulli-Kette mit $n=10$ und unbekannter Trefferwahrscheinlichkeit. Da „Hauptgewinn haben" der Treffer ist, gilt $P(\text{Treffer}) = 0{,}2p$

$$\begin{aligned} P(X\geq 1) &= 1-P(X=0) \\ &= 1-\binom{10}{0}\cdot(0{,}2p)^0\cdot(1-0{,}2p)^{10} \\ &= 1-(1-0{,}2p)^{10} \end{aligned}$$

$$1-(1-0{,}2p)^{10} = 0{,}25$$

(GTR)

$p_1 = 0{,}14179$

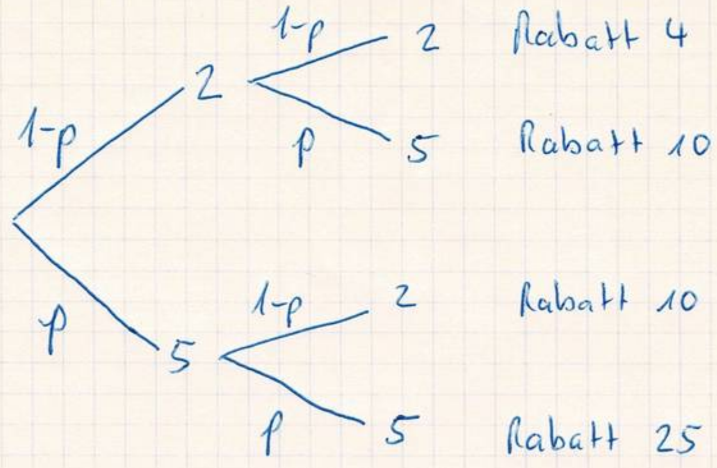
$p_2 = 9{,}85821$ (fällt weg, da $p\leq 1$ sein muss)

$\Rightarrow P(G_2=8) = 0{,}14179$

$\Rightarrow \dfrac{0{,}14179}{1} = \dfrac{\alpha}{360}$

$\Rightarrow \alpha = 51{,}0444°$

6) a)



$$P(\text{Rabatt } 10) = P(2;5) + P(5;2)$$
$$= (1-p)\cdot p + p\cdot(1-p)$$
$$= 2\cdot(1-p)\cdot p$$
$$= 2\cdot(p-p^2)$$
$$= 2p-2p^2$$

b)

Rabatt	4	10	25
Wahrs.	p^2-2p+1	$2p-2p^2$	p^2

$$P(\text{Rabatt } 4) = (1-p)^2 = 1-2p+p^2$$

$$P(\text{Rabatt } 25) = p\cdot p = p^2$$

$$\mu = 4\cdot(p^2-2p+1) + 10\cdot(2p-2p^2) + 25p^2$$
$$= 4p^2 - 8p + 4 + 20p - 20p^2 + 25p^2$$
$$= 9p^2 + 12p + 4$$

c) $9p^2 + 12p + 4 = 16$
(GTR ...)
$p_1 = -2$ (fällt weg, da $p \geq 0$ sein muss)
$p_2 = 2/3$
$\Rightarrow p = \frac{2}{3}$

d) Wir haben eine Bernoulli-Kette mit unbekanntem n und $p = \frac{1}{9}$. Treffer ist „niedrigster Rabatt".

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$
$= 1 - \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^n$
$= 1 - \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^n$
$= 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n$

$1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n = 0{,}99$
(GTR ...)
$n = 39{,}099$

Es sind 40 Kunden.

Probe:
für $n = 39$: $P(X \geq 1) = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{39} = 0{,}98988$
für $n = 40$: $P(X \geq 1) = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{40} = 0{,}991$

7a) (I) Binomialverteilung mit $n=10$, $p=0{,}94$
Treffer: „fuhr angeschnallt"

genau einer nicht angeschnallt $\hat{=}$ 9 angeschnallt

$$P(A) = P(X=9) = \binom{10}{9} \cdot 0{,}94^9 \cdot 0{,}06$$
$$= 0{,}3438$$

(II) Binomialverteilung mit $n=20$, $p=0{,}94$

$$P(B) = P(X=20) = \binom{20}{20} \cdot 0{,}94^{20} \cdot 0{,}06^0$$
$$= 0{,}2901$$

(III) Binomialverteilung mit $n=20$, $p=0{,}94$

$$P(X \leq 18) = 0{,}3395$$

b) (I) Binomialverteilung mit unbekanntem n,
$p=0{,}94$

mindestens einer nicht angeschnallt → Das Gegenereignis ist: alle angeschnallt

$$P(\text{mind. einer nicht ang.}) = P(X \leq n-1)$$
$$= 1 - P(X=n)$$
$$= 1 - \binom{n}{n} \cdot 0{,}94^n \cdot 0{,}06^0$$
$$= 1 - 0{,}94^n$$

$$1 - 0{,}94^n = 0{,}99$$
(GTR ...)

$n = 74{,}43$

$\Rightarrow$ Es müssen 75 sein.

Probe:

für $n=74$: $P(X \leq 73) = 1-0{,}94^{74} = 0{,}9897$

für $n=75$: $P(X \leq 74) = 1-0{,}94^{75} = 0{,}9903$

(ii) Die Durchgänge sind unabhängig voneinander. Da nur nach den nächsten 15 Fahrern gesucht wird, wird die Information, dass vorher ein nicht angeschnallter Fahrer zu sehen war, nicht benötigt.

$P(15 \text{ angeschnallt}) = 0{,}94^{15} = 0{,}3953$

(iii) Jetzt wird ab dem ersten Fahrer gezählt.

$P(15 \text{ anges., dann einer nicht}) = 0{,}94^{15} \cdot 0{,}06$
$= 0{,}0237$

c) (i) Binomialverteilung mit $n = 400$, $p = 0{,}94$

$\mu = 400 \cdot 0{,}94 = 376$

$\sigma = \sqrt{400 \cdot 0{,}94 \cdot 0{,}06} \approx 4{,}75$

(ii) nicht mehr als 10 nicht angeschnallt
$\hat{=}$ mehr als 389 angeschnallt

$P(X > 389) = 1 - P(X \leq 389)$
$= 1 - 0{,}99917$
$= 8{,}3 \cdot 10^{-4}$
$= 0{,}00083$

d) (I) Es ist zu erwarten, dass die tatsächliche Anzahl der angeschnallten Fahrer sich im Bereich $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ befindet.
Die Standardabweichung soll die „durchschnittliche" Abweichung vom „Durchschnitt" (= Erwartungswert) angeben.

Es gilt: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{n \cdot 0{,}94 \cdot (1-0{,}94)}$

Daher lässt sich die Herleitung umformen:

$$\frac{\sqrt{n \cdot 0{,}94 \cdot (1-0{,}94)}}{n} = \frac{\sigma}{n} = 0{,}01$$

Damit ist erkennbar, dass damit ausgerechnet wird, wie viel Prozent σ von n ist.
Also wird die prozentuale Abweichung in Bezug auf n bestimmt.
Das entspricht der Angabe
„94 ± 1 % aller Fahrzeuglenker"

μ — durchschn. Abweichung — in Bezug auf n

(II)
$$\frac{\sqrt{n \cdot 0{,}94 \cdot (1-0{,}94)}}{n} = 0{,}01 \qquad (n \neq 0)$$

$$\frac{\sqrt{n \cdot 0{,}94 \cdot 0{,}06}}{n} = 0{,}01$$

$$\frac{\sqrt{0{,}0564\, n}}{n} = 0{,}01$$

$\sqrt{0{,}0564\,n} = 0{,}01\,n \quad |(\,)^2$

$0{,}0564\,n = 0{,}0001\,n^2$

$0 = 0{,}0001\,n^2 - 0{,}0564\,n \quad | \cdot 10.000$

$0 = n^2 - 564\,n$

$0 = n\,(n - 564)$

$\Rightarrow n_1 = 0$ (nicht im Def. bereich)

$n_2 = 564$

$\Rightarrow \underline{n = 564}$

Probe:

für $n = 563$ $\quad \frac{\sqrt{0{,}0564 \cdot 563}}{563} = 0{,}0100089$

für $n = 564$ $\quad \frac{\sqrt{0{,}0564 \cdot 564}}{564} = 0{,}01$

für $n = 565$ $\quad \frac{\sqrt{0{,}0564 \cdot 565}}{565} = 0{,}009991$

(III) $\frac{\sqrt{0{,}0564\,n}}{n} = 0{,}001$

$\sqrt{0{,}0564\,n} = 0{,}001\,n \quad |(\,)^2$

$0{,}0564\,n = 0{,}000001\,n^2$

$0 = 0{,}000001\,n^2 - 0{,}0564\,n \quad | \cdot 1$ Million

$0 = 1n^2 - 56400\,n$

$\Rightarrow n = 56.400$

(IV) 564 wäre zumindest bei stark befahrenen Autobahnen nicht viel (564 von 100.000). Dabei sind jedoch die Kosten einer größeren Kontrolle zu beachten.

Außerdem könnte die Anzahl bei wenig befahrenen Straßen (alle Angaben beziehen sich auf stark befahrene Straßen) einen viel höheren Anteil ergeben. Der Anteil der angeschnallten Fahrer dürfte auf stark befahrenen und wenig befahrenen Straßen nicht allzu sehr voneinander abweichen. Daher handelt es sich vermutlich um realistische Werte.
56.400 sind unrealistisch viel. Nur auf stark befahrenen Autobahnen könnte man genug Fahrzeuge finden. Auch müsste die Kontrolle viel große und damit teurer sein.

8 a) Wenn man wirklich zufällig Personen auswählt, so wäre die Wahrscheinlichkeit einen Vegetarier zu finden jedes Mal 5,5 %. Dadurch ergibt sich eine Bernoulli-Kette mit n Versuchen, wo jedes Mal nur 2 Ergebnisse vorliegen können: „Vegetarier" und „Nicht-Vegetarier". Die Wkts. für beide Ausgänge würden gleich bleiben.

Es gibt Situationen, bei denen man annehmen muss, dass der Anteil der Vegetarier höher oder niedriger ist als im Gesamtdurchschnitt der Bevölkerung. So könnte man die Stichprobe in einem Fleischerei-Fachgeschäft / bei einem Metzger machen und anschließend in einer vegetarischen Religionsgemeinschaft. Die Wahrsch. würde sich verändern.

b) ① Binomialverteilung mit $n = 125$ und $p = 0{,}055$

$\mu = 125 \cdot 0{,}055 = 6{,}875$

(II) Binomialverteilung mit $n = 60$, $p = 0{,}055$

$P(X = 10) = \binom{60}{10} \cdot 0{,}055^{10} \cdot 0{,}945^{50}$

$= 1{,}129 \cdot 10^{-3}$

$= 0{,}001129$

Das Merkmal könnte durchaus binomialverteilt sein. Es fragt sich aber, ob die Trefferwahrscheinlichkeit unter den Käufern nicht im Schnitt höher ist.

c) Binomialverteilung mit unbekanntem n, $p = 0{,}055$

$P(X = 0) = \binom{n}{0} \cdot 0{,}055^0 \cdot 0{,}945^n$

$= 0{,}945^n$

$0{,}945^n = 0{,}05$

(GTR ...)

$n = 52{,}96$

$\Rightarrow$ Es sind 52 Personen

Probe: für $n = 52$: $0{,}945^{52} = 0{,}0528$

für $n = 53$: $0{,}945^{53} = 0{,}0499$

d) Binomialverteilung

$n = 125,\ p = 0{,}055$

$P(X<3) = P(X \leq 2)$

$= 0{,}0293$

Poisson-Verteilung mit $n = 125,\ p = 0{,}055$

$$P(X<3) = P(X \leq 2)$$

$$= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$= \frac{(125 \cdot 0{,}055)^0}{0!} \cdot e^{-125 \cdot 0{,}055}$$

$$+ \frac{(125 \cdot 0{,}055)^1}{1!} e^{-125 \cdot 0{,}055}$$

$$+ \frac{(125 \cdot 0{,}055)^2}{2!} \cdot e^{-125 \cdot 0{,}055}$$

$$= e^{-6{,}875} + \frac{6{,}875}{1} \cdot e^{-6{,}875} + \frac{47{,}265625}{2} \cdot e^{-6{,}875}$$

$$= 0{,}0326$$

Abweichung:

$$\frac{0{,}0326 - 0{,}0293}{0{,}0293} = 0{,}1126$$

$\Rightarrow$ Die Poisson-Vert. liefert einen um 11,26 % größeren Wert.

9a) Man kann davon ausgehen, dass die Wahrs. für eine Fehlleitung für alle Gepäckstücke gleich ist: $p = 0{,}035$. Dadurch hat man eine n-malige Durchführung eines Experiments, bei dem es nur 2 Ausgänge gibt: Fehlleitung oder Nicht-Fehlleitung.

b) Binomialverteilung mit $n = 45$, $p = 0{,}035$
Treffer: Fehlleitung

(I) $P(X=0) = \binom{45}{0} \cdot 0{,}035^{0} \cdot 0{,}965^{45}$
$= 0{,}2012$

(II) $P(X=2) = \binom{45}{2} \cdot 0{,}035^{-2} \cdot 0{,}965^{-43}$
$= 0{,}2621$

(III) $P(X \leq 4) = 0{,}9799$

(IV) $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$
$= 1 - 0{,}9799$
$= 0{,}0201$

c) Wir listen alle Möglichkeiten auf:

Koffer in Ordnung	96,5 %	0 €
Koffer direkt fehlgeleitet	0,5 %	70 €
Koffer nach Prüfung in Ordnung	2,4 %	10 €
Koffer mit Suchantrag	0,6 %	100 €

Kosten vorher:

-70 €	0 €
$0{,}035$	$0{,}965$

$$\mu = -70 \cdot 0{,}035 = -2{,}45 \text{ €}$$

Kosten nachher:

-70 €	-10 €	-100 €	0 €
$0{,}005$	$0{,}024$	$0{,}006$	$0{,}965$

$$\mu = -70 \cdot 0{,}005 + (-10) \cdot 0{,}024 + (-100) \cdot 0{,}006$$
$$= -1{,}19 \text{ €}$$

Minderung der Kosten: 1,26 € pro Koffer

d) (I) $\mu_{Monat} = n \cdot p = 12.000 \cdot 0{,}0002 = 2{,}4$

$n = 12.000$ (Anzahl der Koffer pro Monat)

$p = 0{,}02\,\% = 0{,}0002$

$\mu_{Monat} = 2{,}4$ (bezieht sich auf einen Monat)

$\mu_{Jahr} = 12 \cdot 2{,}4 = 28{,}8$

(II)

$$P(X=29) = P(X \leq 29) - P(X \leq 28)$$
$$= 0{,}5639 - 0{,}4901 \quad \text{(Werte aus der Tabelle)}$$
$$= 0{,}0738$$

(III) $12.000 : 400 = 30$ Koffer

„übersteigt" bedeutet: Es müssen mehr als 30 Koffer sein

$$P(X>30) = 1 - P(X=30)$$
$$= 1 - 0{,}6348 \quad (\text{Wert aus der Tabelle})$$
$$= 0{,}3652$$