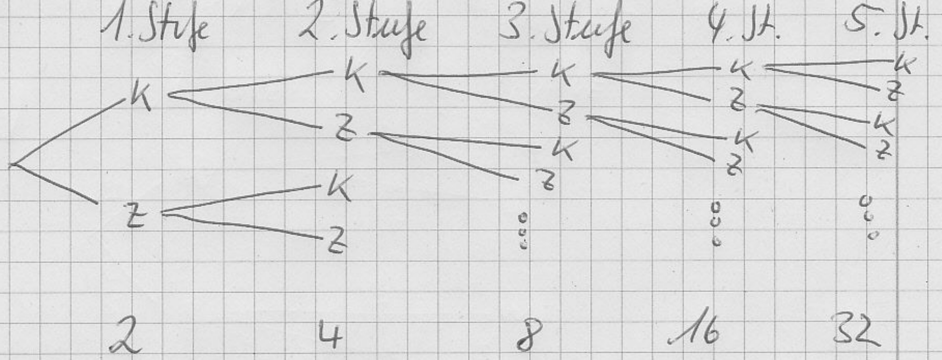
LÖSUNGEN (Teil mit Hilfsmitteln)

1) a) $2^5 = 32$

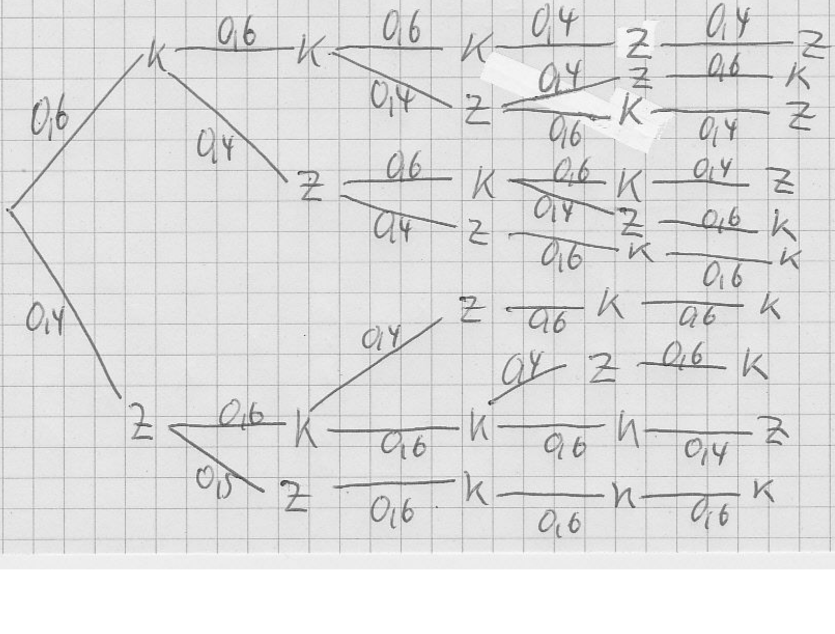
Mit jeder Stufe verdoppelt sich die Zahl der Ergebnisse



b) $\xrightarrow{0,6} K \xrightarrow{0,6} K \xrightarrow{0,4} Z \xrightarrow{0,6} K \xrightarrow{0,6} K$

$P(KKZKK) = 0{,}05184$

c) Unter den 5 Würfen gibt es 3mal Kopf. Dafür gibt es $\binom{5}{3}$ Möglichkeiten:



Bei jedem der 10 Pfade ergibt sich als Wahrscheinlichkeit:

$$P(\text{Pfad}) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4$$
$$= 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^2$$

Insgesamt ergibt sich:

$$P(\text{dreimal } K) = 10 \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^2$$
$$= 0{,}3456$$

d) Wir bestimmen die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses:

Gegenereignis = keinmal Kopf

$$\xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}4} Z$$

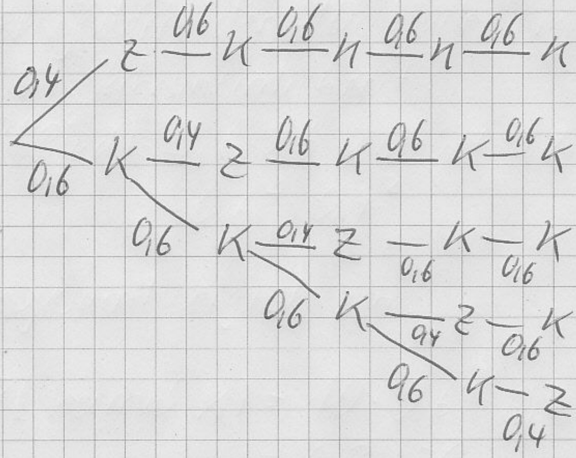
$$P(\text{keinmal } K) = 0{,}4^5 = 0{,}01024$$

$$P(\text{mind. ein } K) = 1 - P(\text{keinmal } K)$$
$$= 1 - 0{,}01024$$
$$= 0{,}8976$$

e) $\xrightarrow{0{,}6} K \xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}4} Z \xrightarrow{0{,}6} K \xrightarrow{0{,}4} Z$

Wenn man die Faktoren umordnen kann, gilt das auch für jedes andere Ergebnis, bei dem zweimal K auftaucht.

f)

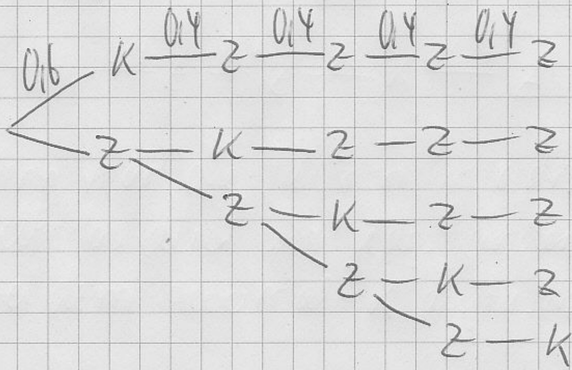


Ereignis: genau einmal Zahl

g) 60%
(da die Würfe unabhängig voneinander sind)

h) Ereignis ungerade Anzahl von K = genau 1 Kopf und genau 3mal K und genau 5mal K

1 Kopf:



$P(1\ \text{Kopf}) = 5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4^4 = 0{,}0768$

$P(3mal\ h) = 0{,}3456$ (siehe Aufgabe 1c)

5mal h:

$\xrightarrow{0{,}6} h \xrightarrow{0{,}6} h \xrightarrow{0{,}6} h \xrightarrow{0{,}6} h \xrightarrow{0{,}6} k$

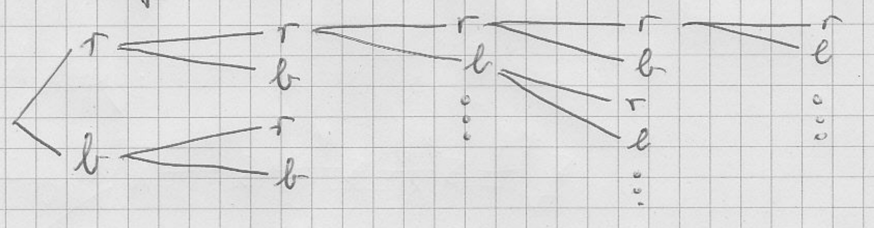
$P(5mal\ k) = 0{,}6^5 = 0{,}07776$

$$\Rightarrow P(\text{ungerade Anzahl}) = P(1\ \text{Kopf}) + P(3mal\ h) + P(5mal\ h)$$
$$= 0{,}0768 + 0{,}3456 + 0{,}07776$$
$$= 0{,}50016$$

2) a) $2^5 = 32$

Mit jeder Stufe verdoppelt sich die Anzahl:

1. Stufe 2. St. 3. St. 4. St. 5. St.

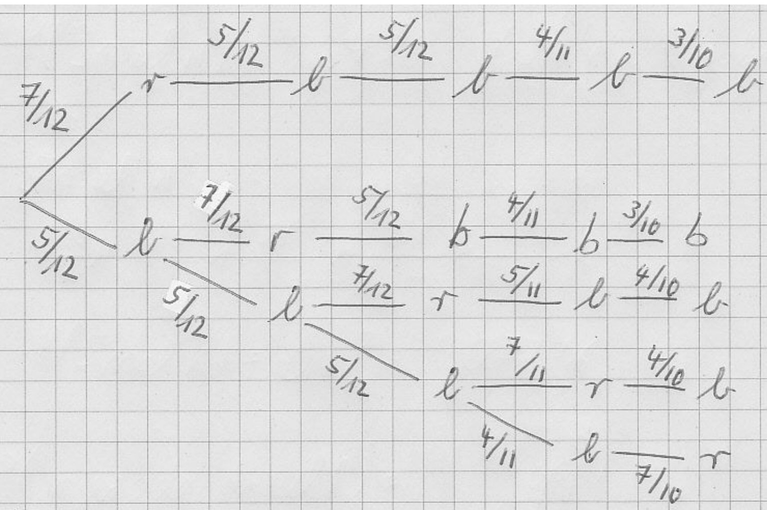


2 4 8 16 32

b) $\xrightarrow{5/12} b \xrightarrow{7/12} r \xrightarrow{7/12} r \xrightarrow{6/11} r \xrightarrow{5/10} b$

$$P(brrrb) = \frac{5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10} = \frac{7350}{190.080} = \frac{245}{6336}$$

c)



$$P(\text{genau eine rot}) = \frac{7}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{3}{10} + \frac{5}{12}\cdot\frac{7}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{3}{10}$$

$$+ \frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{12}\cdot\frac{5}{11}\cdot\frac{4}{10} + \frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{11}\cdot\frac{4}{10}$$

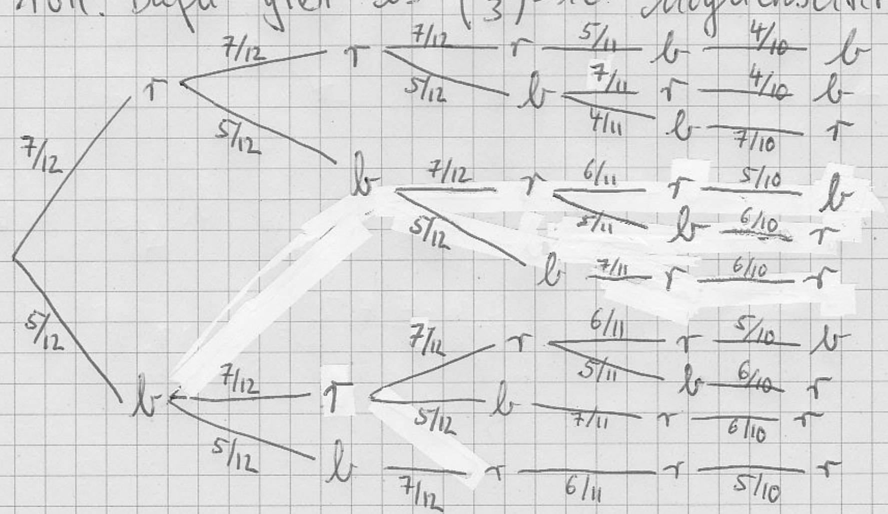
$$+ \frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{7}{10}$$

$$= \frac{2100}{190.080} + \frac{2100}{190.080} + \frac{3500}{190.080} + \frac{3500}{190.080} + \frac{3500}{190.080}$$

$$= \frac{14700}{190.080}$$

$$= \frac{245}{3168}$$

d) Unter den 5 gezogenen Kugeln gibt es drei rote. Dafür gibt es $\binom{5}{3} = 10$ Möglichkeiten.



$$P(3 \text{ rote K}) = \left(\frac{7}{12}\right)^3 \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} + \left(\frac{7}{12}\right)^2 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{4}{10}$$

$$+ \left(\frac{7}{12}\right)^2 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} + \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} + \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{6}{10}$$

$$+ \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{6}{10}$$

$$+ \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10}$$

$$= \frac{6860 + 6860 + 6860 + 7350 + 7350 + 7350 + 7350 + 7350 + 7350 + 5250}{190.080}$$

$$= \frac{69.930}{190.080}$$

$$= 0{,}367897\ldots$$

e) Gegenereignis: fünf rote Kugeln

$$\xrightarrow{7/12} r \xrightarrow{7/12} r \xrightarrow{7/12} r \xrightarrow{6/11} r \xrightarrow{5/10} r$$

$$P(5 \text{ rote K}) = \left(\frac{7}{12}\right)^3 \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} = \frac{10290}{190.080}$$

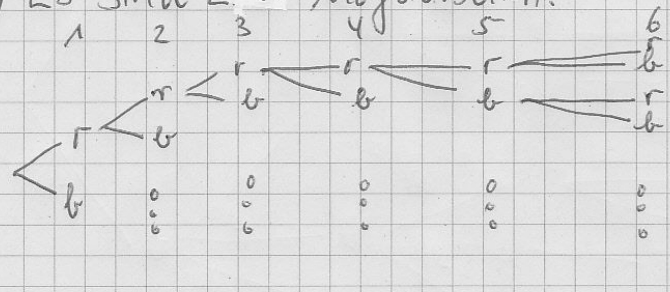
$$P(\text{höchst. } 4 \text{ rote K}) = 1 - P(5 \text{ rote K})$$

$$= 1 - \frac{10290}{190.080}$$

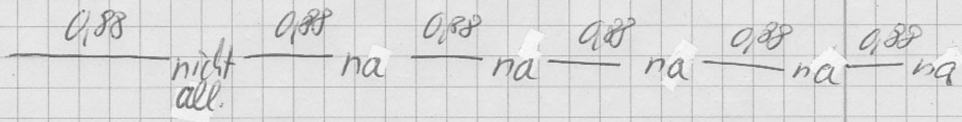
$$= \frac{179.790}{190.080}$$

f) $\frac{5}{12}$ (das Ziehen ist wieder unabhängig vom Ziehen der anderen Kugeln)

g) Es sind $2^6 = 64$ Möglichkeiten.

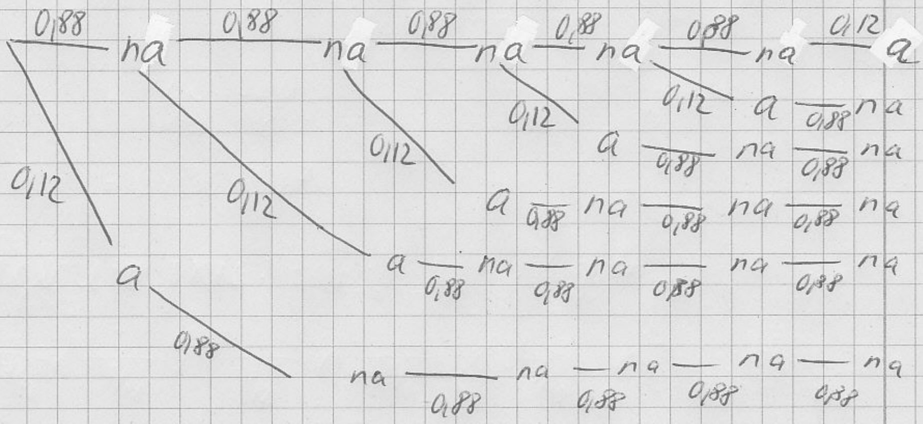


3) a)



$P(\text{keiner}) = 0{,}88^6 \approx 0{,}4644$

b)

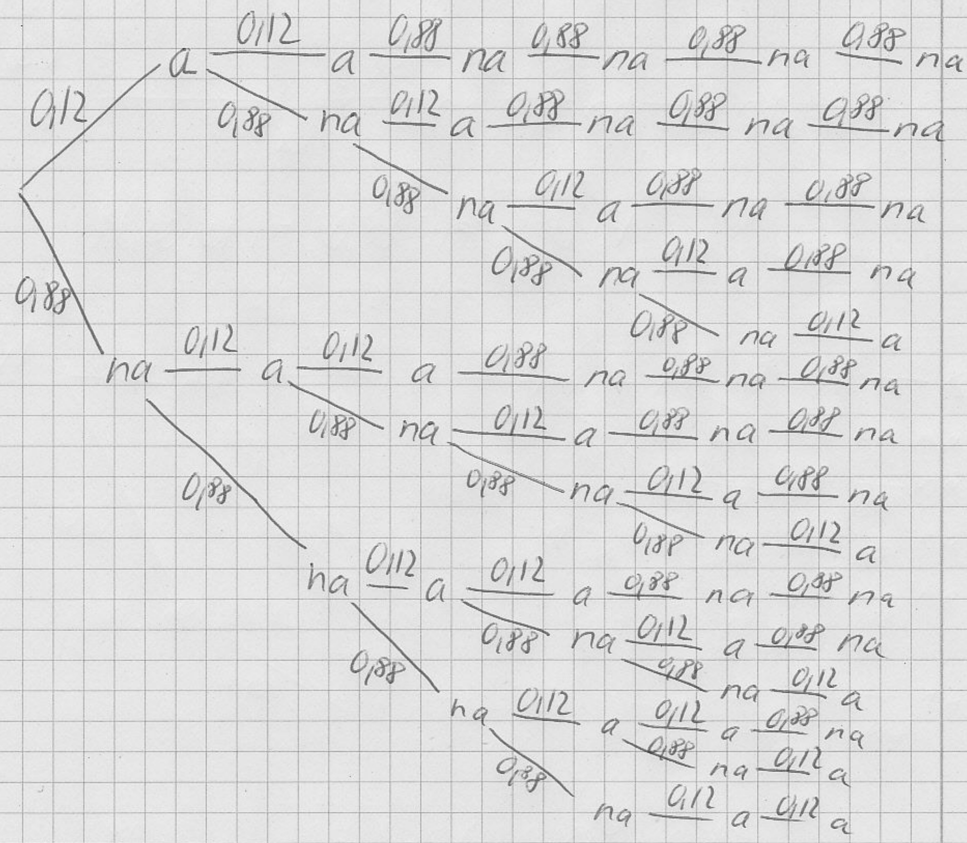


$P(\text{genau einer}) = 6 \cdot 0{,}88^5 \cdot 0{,}12$
$\approx 0{,}37997$

c) Von den 6 Erwachsenen sind 2 betroffen.
Es gibt $\binom{6}{2}$ Möglichkeiten 2 Personen aus 6 ohne Reihenfolge auszuwählen: $\binom{6}{2} = 15$ Pfade.

Bei jedem Pfad ergibt sich als Wahrscheinlichkeit: $0{,}88^4 \cdot 0{,}12^2$

$P(\text{genau } 2) = 15 \cdot 0{,}88^4 \cdot 0{,}12^2$
$\approx 0{,}12953$



d) Gegenereignis: Kein Erwachsener

$P(\text{Keiner}) = 0{,}4644$ (siehe Aufg. 3a)

$$P(\text{mind. } 1) = 1 - P(\text{keiner}) = 1 - 0{,}4644 = 0{,}5356$$

e) Gegenereignis: Kein Erwachsener

$\underset{0{,}88}{\text{———}}\ na\ \underset{0{,}88}{\text{———}}\ na\ \underset{0{,}88}{\text{———}}\ na\ \circ\circ\circ\ \underset{0{,}88}{\text{———}}\ na$

$P(\text{Keiner}) = 0{,}88^n$

$P(\text{mind. } 1) = 1 - P(\text{keiner})$
$= 1 - 0{,}88^n$

Es ergibt sich folgende Gleichung:

$1 - 0{,}88^n = 0{,}9 \quad | -0{,}9$
$0{,}1 - 0{,}88^n = 0$
(GTR ...)
$n = 18{,}012...$

$\Rightarrow$ Man muss mind. 19 Personen fragen.

4) $x = 0{,}3$
$y = 0{,}4$
$z = 0{,}7$

5) a) $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$
b) $8^3 = 512$

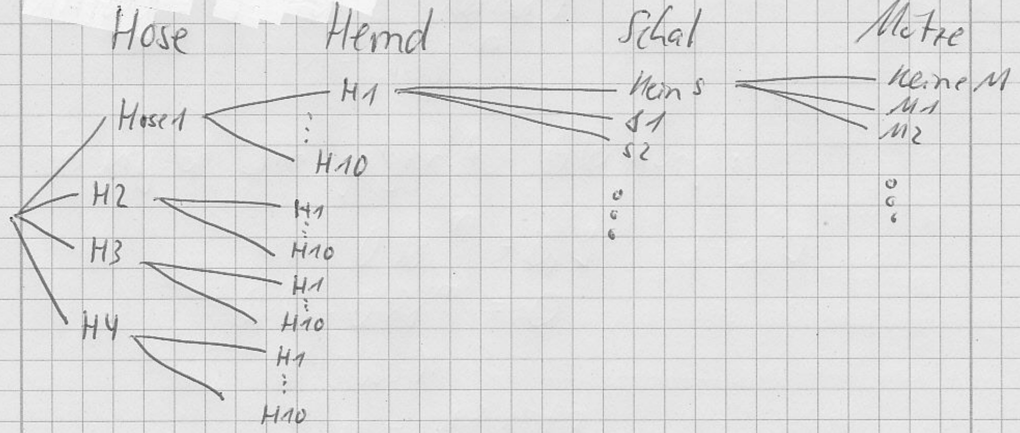
6) Wir müssen 4 Fälle unterscheiden:

1 Hose — 1 Hemd — 1 Schal — 1 Mütze

1 Hose — 1 Hemd — 0 Schal — 1 Mütze

1 Hose — 1 Hemd — 1 Schal — 0 Mützen

1 Hose — 1 Hemd — 0 Schal — 0 Mützen



Anzahl = $4 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 3 = 360$

7) a)

Würfel 2 \ Würfel 1 ·	1	2	3	4	5	6
1	1	x	x	x	x	x
2	2	x	x	x	x	x
3	3	x	9	x	x	x
4	4	8	x	16	x	x
5	5	10	15	20	25	x
6	6	12	18	24	30	36

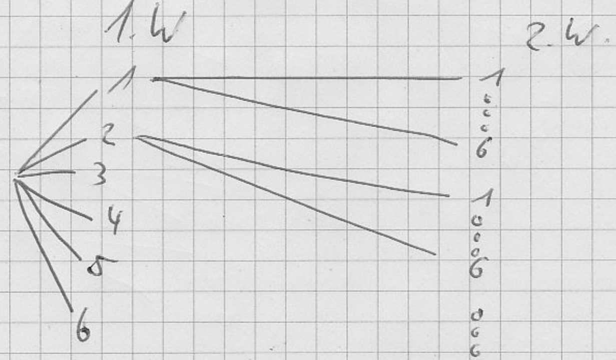
x : Multiplikation ergibt kein neues Produkt

Es gibt 18 Produkte.

b) Das Produkt 10 ergibt sich, wenn wir die folgenden Würfe haben:

Würfel 1	Würfel 2
2	5
5	2

Wenn wir die einzelnen Würfel betrachten, gibt es 36 Ergebnisse:



Also:

$$P(10) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

c)

	W1: 1	2	3	4	5	6
W2: 1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

	Anzahl der Möglichkeiten:	Wahrs.:
für 1	1	1/36
für 2	2	2/36
3	2	2/36
4	3	3/36
5	2	2/36
6	4	4/36
8	2	2/36
9	1	1/36
10	2	2/36
12	4	4/36

15	2	2/36
16	1	1/36
18	2	2/36
20	2	2/36
24	2	2/36
25	1	1/36
30	2	2/36
36	1	1/36

$\Rightarrow$ Es sind die Produkte 6 und 12

8) a) Gegenereignis: nur verschied. Geburtstage

$$P(\text{nur versch.}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \ldots \cdot \frac{345}{365}$$

$$= 0{,}5563$$

$$P(\text{mind. } 2) = 1 - P(\text{nur versch.})$$
$$= 1 - 0{,}5563$$
$$= 0{,}4437$$

b) Der Wert ist schon fast bei 50%

22 Personen: $P(\text{nur versch.}) = 0{,}5563 \cdot \frac{344}{365}$
$= 0{,}5243$

23 Personen: $P(\text{nur versch.}) = 0{,}5243 \cdot \frac{343}{365}$
$= 0{,}4927$

$\Rightarrow$ 23 Personen