LÖSUNGEN (hilfsmittelfreier Teil)

1) a) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
$= 120$

b) $\frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 4 = 20$

c) $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{12}{2} = 6$

d) $\binom{5}{2} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$

2 a) $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

b) $x! = 720$ $\qquad$ $5! = 120$
$6! = 6 \cdot 120 = 720$ ✓

c) $\binom{5}{x} = 5 \iff \frac{5!}{x!\,(5-x)!}$

$\Rightarrow x = 1$ oder $x = 4$

$\binom{5}{1} = \frac{5!}{4! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 5$

$\binom{5}{4} = \frac{5!}{1! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$

3) $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\,(n-(n-k))!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$

$\Rightarrow \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

4) a) $10^3 = 1000$

drei Ringe : jeweils 10 Möglichkeiten
alle Ringe unabh. voneinander

b) $5 \cdot 10^2 = 500$

beim ersten Ring : nur noch 5 Möglichkeiten (1, 3, 5, 7, 9)
Ring 2 und 3 : jeweils 10 Möglichkeiten

5) $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$

10 Stück:

123	234	345
124	235	
125	245	
134		
135		
145		

6) $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

60 Stück:

123	124	125	134	135	145	234
132	142	152	143	153	154	243
213	214	215	314	315	415	324
312	412	512	413	513	514	423
231	241	251	341	351	451	342
321	421	521	431	531	511	432

235	245	345
253	254	354
325	425	435
523	524	534
352	452	453
532	542	543

7) $5^3 = 125$

8) a) $6^3 = 216$

b) $P(1\text{-}2\text{-}3) = \frac{1}{216}$

c) $\xrightarrow{5/6}$ keine 1 $\xrightarrow{5/6}$ keine 1 $\xrightarrow{5/6}$ keine 1

$P(\text{nie die } 1) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{5^3}{6^3} = \frac{125}{216}$

d) Das Gegenereignis wäre „keine 1".
Das wurde in Aufgabe (8c) bereits ausgerechnet. Die Wahrscheinlichkeit von Ereignis und Gegenereignis ist 1.
Daher:

$$P(\text{mind. eine } 1) = 1 - P(\text{nie die } 1)$$
$$= 1 - \frac{125}{216}$$
$$= \frac{91}{216}$$

9) a)

7 Stück:

w w r   w r r
w r w   r w r
r w w   w r r   r r r

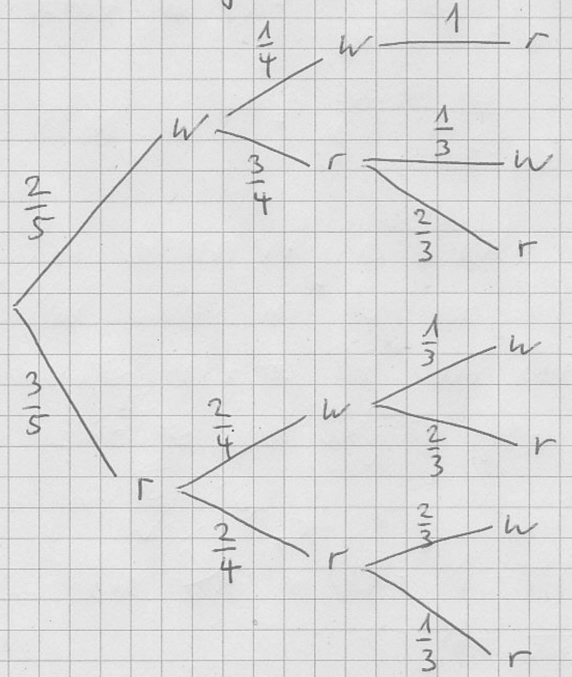
nicht möglich: w w w (nur 2 weiße Kugeln)

b) $\xrightarrow{3/5}$ rot $\xrightarrow{2/4}$ rot $\xrightarrow{1/3}$ rot

$$P(\text{nur rot}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

c) $P(\text{nur weiß}) = 0$
(Das Ereignis ist nicht möglich)

d)

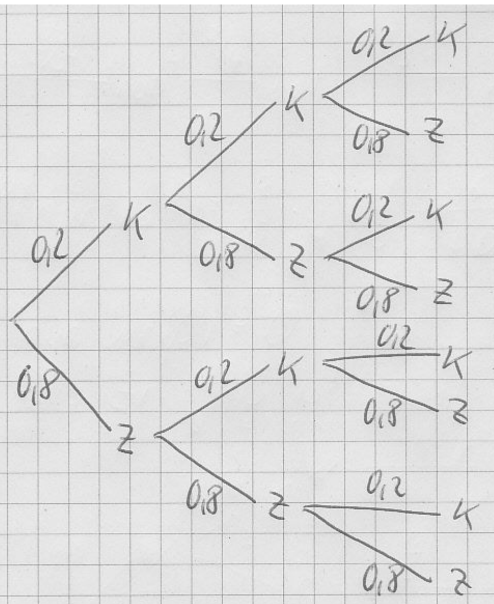


Die angegebene Rechnung taucht auf bei:
rrr und rww. Wenn man die Faktoren umstellen darf, so gilt es auch bei wrw

10) a) $2^3 = 8$
8 Stück:

KKK
KZK
ZKK
KKZ
ZZK
ZKZ
KZZ
ZZZ

b)



(i) Die Rechnung passt zu ZZK. Wenn man die Faktoren umstellen darf, so auch für ZKZ und KZZ.

(ii) Das Ereignis ist „Man erhält genau eimal Kopf"

11) a) $5! = 120$

b) $\binom{5}{2} = 10$

12) Es gibt 11 Möglichkeiten:

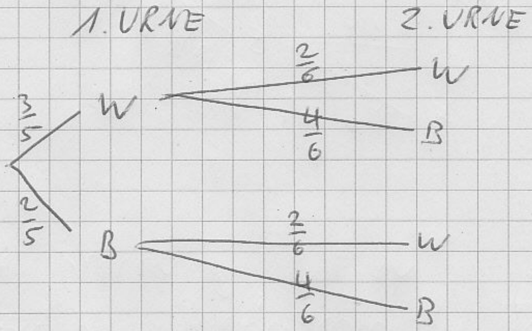
	M	D	M	D	F	S	S
1						X	X
2					X	X	
3				X		X	
4			X			X	
5		X				X	
6	X					X	

X: frei

	M	D	M	D	F	S	S
7					X		X
8				X			X
9			X				X
10		X					X
11	X						X

13) a) $P(\text{weiß}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

b)



$$P(\text{eine weiß}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6}$$
$$= \frac{12}{30} + \frac{4}{30}$$
$$= \frac{16}{30}$$
$$= \frac{8}{15}$$