

LÖSUNGEN (hilfsmittelfreier Teile)

$$1) a) \log_2(8) = x \Leftrightarrow 2^x = 8 \\ \Rightarrow x = 3$$

$$b) \log_x(16) = 2 \Leftrightarrow x^2 = 16 \quad |\sqrt{} \\ x = 4 \\ (\text{keine negativen Basen} \\ \text{zugelassen} \rightarrow -4 \text{ entfällt})$$

$$c) \log_2(x) = 5 \Leftrightarrow 2^5 = x \\ 32 = x$$

$$d) \log_3(1) = x \Leftrightarrow 3^x = 1 \\ 3^0 = 1 \\ \Rightarrow x = 0$$

$$e) 2^x = 0,5 \quad 0,5 = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} \\ \Rightarrow x = -1$$

$$f) x^2 = 64 \quad |\sqrt{} \\ x = 8 \text{ oder } x = -8$$

$$g) 3^3 = x \Rightarrow x = 27$$

$$h) \log_2(-4) = x \Leftrightarrow 2^x = -4 \quad \downarrow \\ \text{nicht lösbar}$$

$$i) x^3 = 64 \quad |\sqrt[3]{} \\ x = 4$$

$$j) \ln(e^5) = x \Leftrightarrow e^x = e^5 \\ \Rightarrow x = 5$$

$$k) \ln(x) = 2 \Leftrightarrow e^2 = x \\ \Rightarrow x = e^2$$

(kann man so stehen lassen)

$$2) a) f'(x) = e^x \\ f''(x) = e^x$$

$$b) f'(x) = 2 \cdot 3 \cdot e^{3x} = 6 \cdot e^{3x} \\ f''(x) = 6 \cdot 3 \cdot e^{3x} = 18 \cdot e^{3x}$$

$$c) f'(x) = 10 \cdot 0,5 \cdot e^{0,5x} = 5 \cdot e^{0,5x} \\ f''(x) = 5 \cdot 0,5 \cdot e^{0,5x} = 2,5 \cdot e^{0,5x}$$

$$d) f'(x) = 10 \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = -20 \cdot e^{-2x} \\ f''(x) = -20 \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = 40 \cdot e^{-2x}$$

$$e) f'(x) = 2 \cdot 2 \cdot e^{2x} + 3 \cdot 4 \cdot e^{4x} \\ = 4 \cdot e^{2x} + 12 \cdot e^{4x} \\ f''(x) = 4 \cdot 2 \cdot e^{2x} + 12 \cdot 4 \cdot e^{4x} \\ = 8 \cdot e^{2x} + 48 \cdot e^{4x}$$

$$f) f'(x) = \frac{1}{5} \cdot 10 \cdot e^{10x} = 2 \cdot e^{10x} \\ f''(x) = 2 \cdot 10 \cdot e^{10x} = 20 \cdot e^{10x}$$

$$g) f'(x) = e \cdot 2 \cdot e^{2x} = 2e \cdot e^{2x} \\ f''(x) = 2e \cdot 2 \cdot e^{2x} = 4e \cdot e^{2x}$$

$$h) f'(x) = 0,5 \cdot 4 \cdot e^{4x} = 2 \cdot e^{4x} \\ f''(x) = 2 \cdot 4 \cdot e^{4x} = 8 \cdot e^{4x}$$

$$i) f'(x) = 7 \cdot e^{7x} \\ f''(x) = 7 \cdot 7 \cdot e^{7x} = 49 \cdot e^{7x}$$

$$j) f'(x) = 5 \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = -10 \cdot e^{-2x} \\ f''(x) = -10 \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = 20 \cdot e^{-2x}$$

$$k) f'(x) = -3 \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = 6 \cdot e^{-2x} \quad f''(x) = 6 \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = -12 \cdot e^{-2x}$$

$$3) a) \begin{aligned} f'(x) &= e^x \\ f''(x) &= e^x \\ f'''(x) &= e^x \\ f^{(n)}(x) &= e^x \end{aligned}$$

$$b) \begin{aligned} f'(x) &= 2 \cdot e^{2x} \\ f''(x) &= 2 \cdot 2 \cdot e^{2x} = 4 \cdot e^{2x} \\ f'''(x) &= 4 \cdot 2 \cdot e^{2x} = 8 \cdot e^{2x} \\ f^{(n)}(x) &= 2^n \cdot e^{2x} \end{aligned}$$

$$c) \begin{aligned} f'(x) &= 5 \cdot 2 \cdot e^{2x} = 10 \cdot e^{2x} \\ f''(x) &= 10 \cdot 2 \cdot e^{2x} = 20 \cdot e^{2x} \\ f'''(x) &= 20 \cdot 2 \cdot e^{2x} = 40 \cdot e^{2x} \\ f^{(n)}(x) &= 10 \cdot 2^{n-1} \cdot e^{2x} \end{aligned}$$

4) Zu $f(x) = 2 \cdot e^x$ gehört Graph b
 Graph a kann es nicht sein, da der
 Achsenabschnitt 4 ist. Es gilt aber
 $f(0) = 2 \cdot e^0 = 2$
 Graph c kann es nicht sein, da der Graph
 fällt und nicht wächst.
 Bei d und e stimmt der Achsenabschnitt nicht.
 Graph f ist keine Exponentialfunktion.

Zu $g(x) = 2 \cdot e^{-2x}$ gehört Graph c
 a kann es nicht sein, da der Achsenabschnitt
 falsch ist: $g(0) = 2 \cdot e^{-2 \cdot 0} = 2$
 Bei d und e ist der Achsenabs. auch falsch.

$$5) a) \begin{aligned} f(0) &= 5 \\ f(1) &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Es gilt: } f(x) &= b \cdot a^x \\ b &= f(0) \\ \Rightarrow f(x) &= 5 \cdot a^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) = 8 &\Rightarrow 5 \cdot a = 8 \\ a &= \frac{8}{5} = 1,6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 5 \cdot 1,6^x$$

$$b) f(x) = 5 \cdot e^{\ln(1,6) \cdot x}$$

$$6) F(x) = e^{2x} + 4$$

$$\begin{aligned} 7) F(x) &= e^{2x} + c, \quad c \in \mathbb{R} \\ F(0) = 3 &\Rightarrow e^{2 \cdot 0} + c = 3 \\ e^0 + c &= 3 \\ 1 + c &= 3 \\ c &= 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow F(x) = e^{2x} + 2$$

8) Verdopplung: aus b (Anfangswert) wird $2 \cdot b$

$$2b = b \cdot a^x \quad | : b \quad (b \neq 0)$$

$$2 = a^x \quad | \log_a$$

$$\underline{\log_a(2) = x}$$

9) Der richtige Graph ist b.

$$\text{Es gilt: } f(0) = 2 - e^0 + 1 = 2 + 1 = 3.$$

Damit fallen a und d weg.

Der Graph müsste außerdem wachsen.

Damit fällt c weg.

10) $f(x) = 12 \cdot 1,05^x$