

AUFGABEN (hilfsmittelfreier Teil)

1) Rechne x aus:

a) $\log_2(8) = x$

b) $\log_x(16) = 2$

c) $\log_2(x) = 5$

d) $\log_3(1) = x$

e) $2^x = 0,5$

f) $x^2 = 64$

g) $3^3 = x$

h) $\log_2(-4) = x$

i) $x^3 = 64$

j) $\ln(e^5) = x$

k) $\ln(x) = 2$

2) Bestimme jeweils die erste und zweite Ableitung:

a) $f(x) = e^x$

b) $f(x) = 2 \cdot e^{3x}$

c) $f(x) = 10 \cdot e^{0,5x}$

d) $f(x) = 10 \cdot e^{-2x}$

e) $f(x) = 2e^{2x} + 3e^{4x}$

f) $f(x) = \frac{1}{5} \cdot e^{10x}$

g) $f(x) = e \cdot e^{2x}$

h) $f(x) = 0,5 \cdot e^{4x}$

i) $f(x) = e^{7x}$

j) $f(x) = 5 \cdot e^{-2x}$

k) $f(x) = -3 \cdot e^{-2x}$

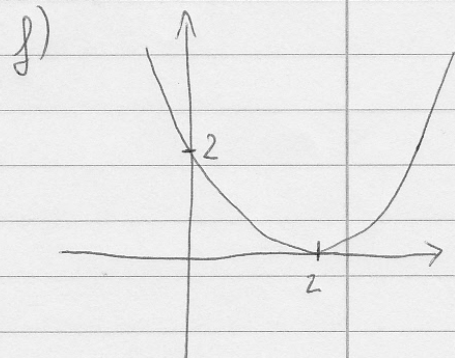
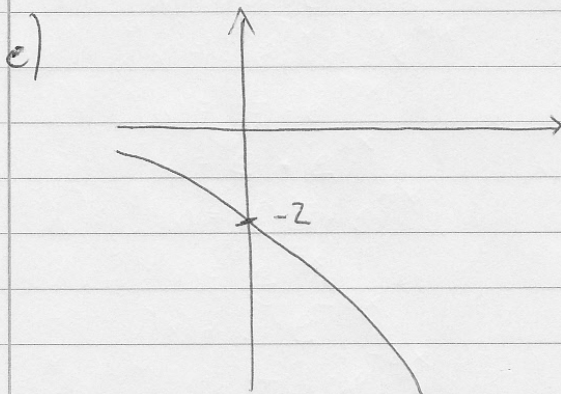
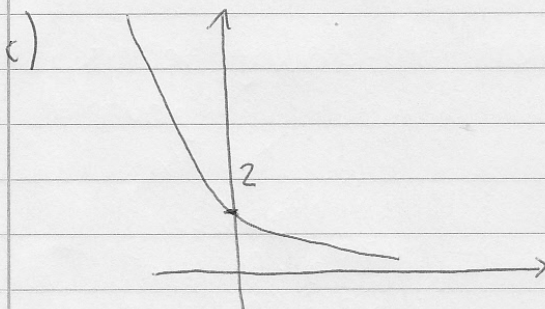
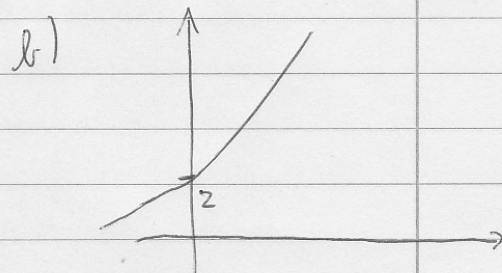
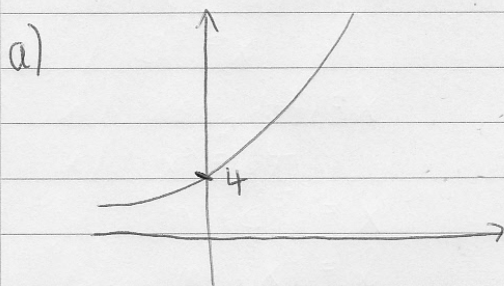
3) Bestimme jeweils die erste, zweite, dritte und die n-te Ableitung:

a) $f(x) = e^x$

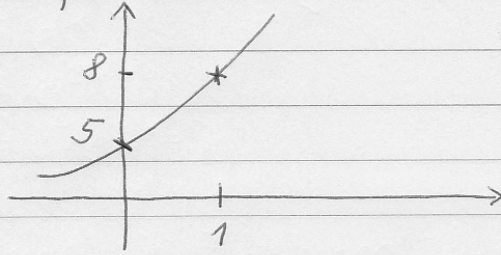
b) $f(x) = e^{2x}$

c) $f(x) = 5 \cdot e^{2x}$

4) Gegeben sind die Funktionen $f(x) = 2 \cdot e^x$ und $g(x) = 2 \cdot e^{-2x}$. Welcher der nachfolgenden Graphen gehört zu welcher Funktion?



5) Gegeben sei die nachfolgende Exponentialfunktion:



a) Stelle eine Funktionsgleichung für die Exponentialfunktion auf. Die Basis darf beliebig sein.

b) Wie kann man die Funktionsgleichung so ändern, dass sie die Zahl e als Basis hat?

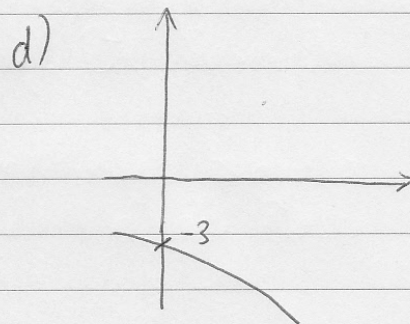
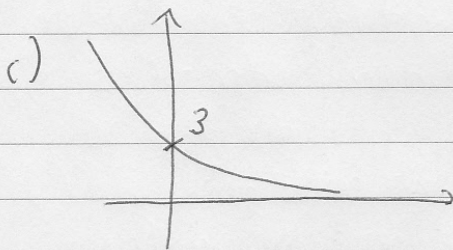
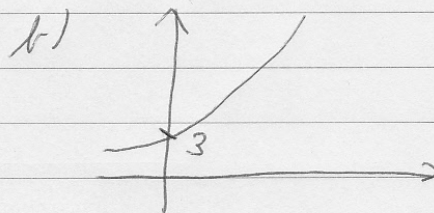
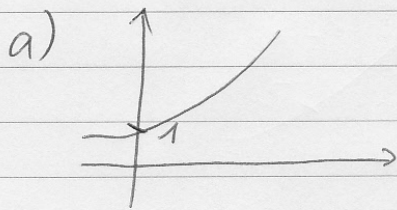
6) Bilde eine Stammfunktion von $f(x) = 2 \cdot e^{2x}$

7) Für welche Stammfunktion von $f(x) = 2 \cdot e^{2x}$ gilt $F(0) = 3$?

8) Die Exponentialfunktion $f(x) = b \cdot a^x$ beschreibt das Wachstumsverhalten einer Bakterienkultur.

Zeige: Die Verdopplungszeit lässt sich mit dem Term $\log_a(2)$ ausrechnen.

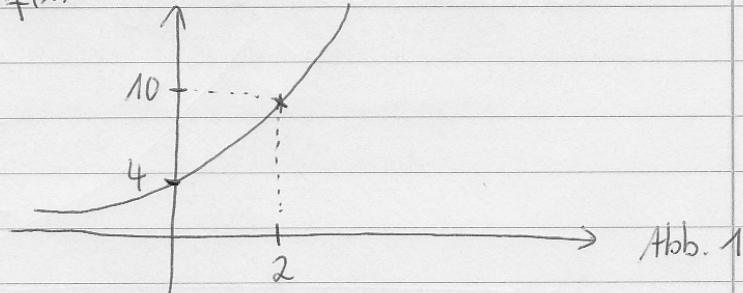
9) Gegeben sei die Funktion $f(x) = 2e^x + 1$.
Welcher Graph gehört zu f ?



10) Eine Bakterienkultur hat jetzt eine Größe von 12 cm^2 . Sie wächst pro Stunde um 5% . Beschreibe das Wachstum der Bakterienkultur mit einer Exponentialfunktion. Die Basis darf beliebig sein.

AUFGABEN (Teil mit Hilfsmitteln)

1) Gegeben sei die folgende Exponentialfunktion $f(x)$:



a) Bestimme die Funktionsgleichung von $f(x)$ [mit e als Basis].

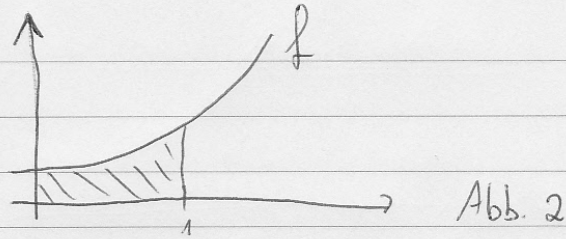
Kontrollergebnis: $f(x) = 4 \cdot e^{0,4581 \cdot x}$

b) Gegeben sind die Punkte $A(3|y)$ und $B(x|3)$. Bestimme die fehlenden Koordinaten!

c) Bestimme die Ableitung $f'(x)$ und die zweite Ableitung $f''(x)$.
Bestimme zudem einen allgemeinen Ausdruck für die n -te Ableitung.

d) Wir betrachten das Intervall $[0; 1]$.
Wo steigt die Funktion $f(x)$ am steilsten an?

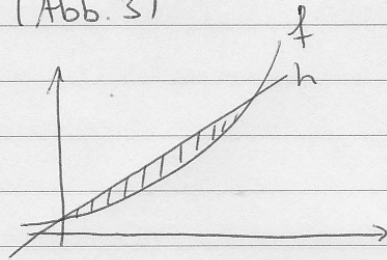
e) Welchen Flächeninhalt schließt f zwischen $x=0$ und $x=1$ mit der x -Achse ein? (siehe Abb. 2)



f) Gegeben sei eine zweite Exponentialfunktion $g(x) = 8 \cdot e^{-0,4x}$. Bestimme den Schnittpunkt von f und g .

g) Gegeben sei eine lineare Funktion $h(x) = 4x + 4$. Bestimme die Schnittpunkte von f und h .

h) Welchen Flächeninhalt schließen f und h ein? (Abb. 3)



k) Nach 5 Stunden werden 12 cm^2 der Kultur entfernt. Anschließend wächst die Kultur mit ihrer normalen Geschwindigkeit wieder weiter.

① Wie lange braucht die Kultur, um ihre Verluste auszugleichen?

② Beschreibe das Wachstum der Kultur für den Zeitraum nach 5 Stunden mit einer Exponentialfunktion.

i) Eine dritte Kultur wächst entsprechend der linearen Funktion $h(x) = 2x + 12$.

Wann ist diese Kultur genau so groß wie die erste Kultur?

(Beachte: Nach 5 h werden 12 cm^2 von der ersten entfernt! Siehe Aufgabe k!)

3) Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24$, $-4 \leq x \leq 5$. Sie beschreibt den Verlauf des Flusses Tiexonas. Die x -Achse beschreibt eine von Westen nach Osten verlaufende und die y -Achse eine von Süden nach Norden verlaufende Straße.

a) Wo überqueren die Straßen den Tiexonas? Gib die Koordinaten der Punkte an.

b) Wo befindet sich der nördlichste und wo der südlichste Punkt des Flussverlaufs?

c) Im Punkt $A(1/12)$ befindet sich die Stadt Tiexylon. Fließt der Fluss durch die Stadt?

d) Im Punkt $B(2/1)$ befindet sich das Dorf Tiexweiler. Wie weit ist das Dorf von der Stadt Tiexylon entfernt?

e) Rechne aus:

$$\int_{-3}^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx$$

Welche Bedeutung hat das Ergebnis dieser Rechnung im Sachzusammenhang?