AUFGABEN (hilfsmittelfreier Teil)

1) Gegeben sei die Funktionenschar
$f_a(x) = x^2 + a \cdot x + 4$

a) Welchen Wert muss man für a einsetzen, damit $x = 6$ eine Nullstelle der Funktion $f_a(x)$ ist?

b) Bestimme die Koordinaten des Extrempunktes für die gesamte Funktionenschar in Abhängigkeit von a.

c) Bestimme eine Funktionsgleichung für die Ortslinie der Extremstelle von Aufgabenteil (b)

d) Rechne aus:

$$\int_0^1 f_a(x)\,dx = \ldots$$

e) Welchen Wert muss man für a einsetzen, damit

$$\int_0^1 f_a(x)\,dx = 10 \quad ?$$

f) Bestimme die Gleichung der Tangente an $f_a(x)$ durch $A(0 \mid f_a(0))$ in Abhängigkeit von a.

g) Gibt es Punkte, die auf den Graphen aller Funktionen der Funktionenschar liegen?

2) Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 - 7x$

b) $f(x) = x^3 + 9x^2 + 23x + 15$

c) $f(x) = 1 - \frac{5}{x^2} + \frac{4}{x^4}$

3) Gib zwei verschiedene Stammfunktionen von $f(x)$ an:

a) $f(x) = x^5 + 2x^3 + 3$

b) $f(x) = 9$

c) $f(x) = x^6 + 7x^2 + 2x + 4$

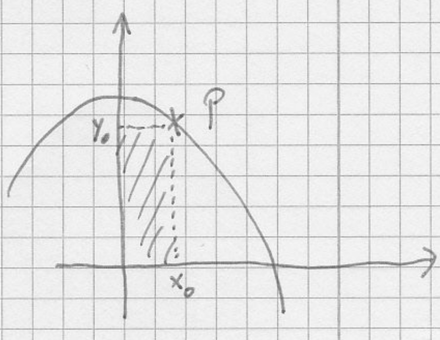
d) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

e) $f(x) = \frac{-3}{x^3}$

f) $f(x) = \sqrt{x^3}$

4) Gib die Stammfunktion F von $f(x) = x + 4$ an, für die $F(2) = 20$ gilt.

5) Gegeben sei die Funktion $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 1$.
Wie muss man den Punkt P im 1. Quadranten wählen, damit der Flächeninhalt des schraffierten Rechtecks maximal wird?

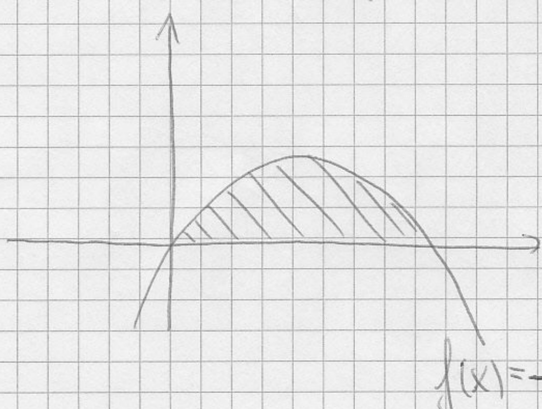


6) Zeige: Bei ganzrationalen Funktionen der Form $f(x) = ax^3 + bx^2 \quad (a, b \neq 0)$ liegt die Wendestelle genau in der Mitte zwischen den beiden Extremstellen.

7) Löse das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & x + y + 2z = 5 \\ \text{II.} & 2x - y + z = 1 \\ \text{III.} & 2x + 2y - z = 5 \end{array}$$

8) Bestimme die Größe der schraffierten Fläche:



$f(x) = -x^2 + 4x$

Die Funktion bei Aufgabe 8 lautet $f(x) = -x^2+4x$

AUFGABEN (Teil mit Hilfsmitteln)

1) Gegeben sei die Funktionenschar

$f_a(x) = x^3 - a^2 \cdot x$

a) Bestimme die Nullstellen der Funktionenschar in Abhängigkeit von a.

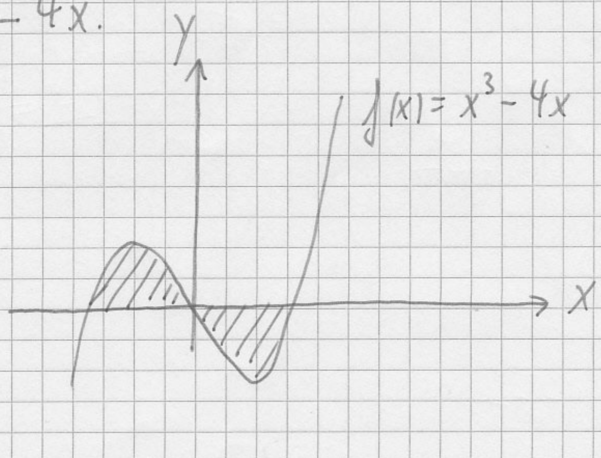
b) Bestimme die Koordinaten der Extrempunkte von $f_a(x)$ in Abhängigkeit von a.

c) Bestimme die Funktionsgleichung der Ortslinie der Extrempunkte.

d) Untersuche, ob es Punkte gibt, die auf allen Funktionen der Funktionenschar liegen.

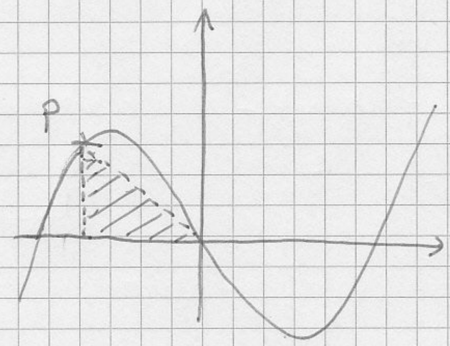
e) Bestimme die Gleichung der Tangente an $f_a(x)$ durch $A(a \mid f(a))$.

Wir betrachten ab jetzt die Funktion $f(x) = x^3 - 4x$.



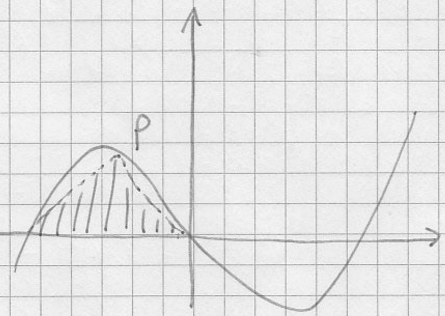
f) Welchen Flächeninhalt schließt f mit der x-Achse ein (der schraffierte Flächeninhalt)?

g)



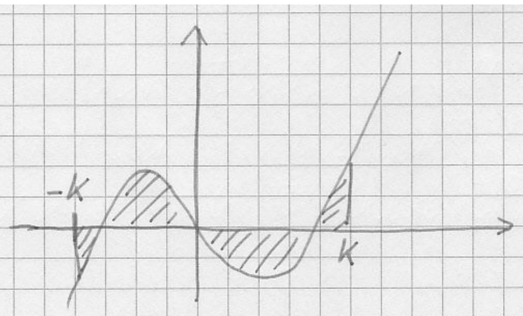
Im 2. Quadranten wird mit Hilfe eines Punktes auf dem Graphen ein rechtw. Dreieck konstruiert (schraffierte Fläche). Wie muss man P wählen, damit die Fläche maximal wird?

h)



Die Situation von Aufgabe (g) wird leicht verändert: Es ist kein rechtwinkliges Dreieck mehr und die Grundseite reicht links bis zur Nullstelle. Wie muss man P (im 2. Quadranten) wählen, damit die Fläche maximal wird?

i)

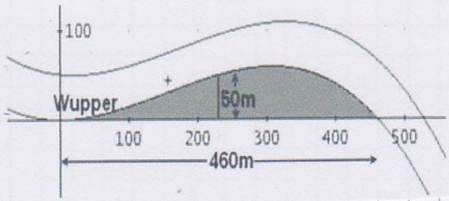


Bestimme k so, dass der schraffierte Flächeninhalt 10 FE beträgt.

j) Gegeben sei die Funktionenschar $g_b(x) = b \cdot x$. Bestimme die Schnittpunkte von $g_b(x)$ mit $f(x)$.

2)

Ein Kanuclub möchte für ein neues Clubhaus mit Anlegestelle ein Grundstück an der Wupper erwerben. Der bisherige Eigentümer, ein Landwirt, bietet das Grundstück über einen Makler zu einem Preis von 12€ pro m^2 an. Die Vermessung ergab eine Breite von 460*m*. Von der Mitte der geraden Gebietsgrenze beträgt die Distanz zum Wasser 50*m*.



a) Bestimme eine ganzrationale Funktion 3. Grades zur Beschreibung der Uferlinie.

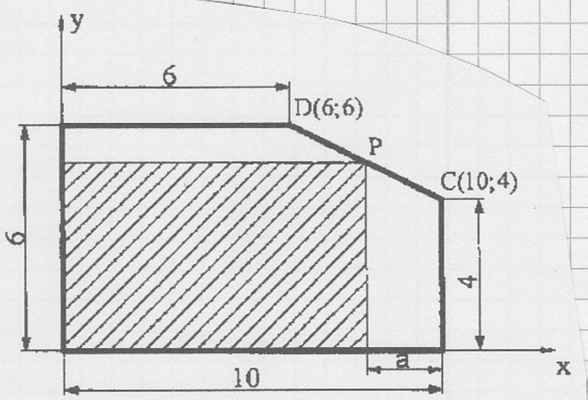
Kontrollergebnis: $f(x) = -\frac{1}{243.340}x^3 + \frac{1}{529}x^2$

b) Berechne den Kaufpreis für das Grundstück.

c) Der Makler veranschlagt eine Maklergebühr in Höhe von 3,48 % des Kaufpreises. Wie teuer wird der Kauf insgesamt?

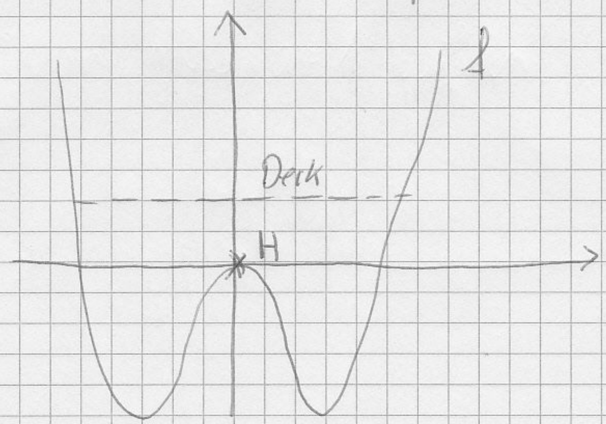
3)

Aus einem fünfeckigen Brett soll ein rechteckiges Stück herausgesägt werden. Dabei soll der Punkt P auf der Strecke $\overline{CD}$ liegen.



Berechnen Sie denjenigen Wert von a *, für den der Flächeninhalt* A *des Rechtecks maximal wird, und geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.*

4) Auf einer Werft wird eine Hochgeschwindigkeits-fähre als Doppelrumpfschiff (Katamaran) gebaut. Der mittlere Teil des Schiffsrumpfes wird auf einer Länge von 12 m im Querschnitt nach der Funktion $f(x) = 0{,}2x^4 - 1{,}8x^2$ hergestellt. Das waagerechte Deck liegt in einer Höhe von 1 m über dem Hochpunkt H.



a) Wie weit ist das Deck von den tiefsten Stellen entfernt?

b) Wie breit ist das Deck (von links bis rechts)?

c) Damit das Schiff „unsinkbar" ist, soll der Rumpf des Schiffes bis zur Höhe des Punktes H mit Styropor ausgefüllt werden. Berechne das Volumen an Styropor in den mittleren 12 m des Schiffes.