

Hilfsmittelfreier Teil

1) Bestimmen Sie die Nullstellen:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 8$

b) $f(x) = 3x^2 + 3x - 18$

c) $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

d) $f(x) = x^3 + 20x^2$

e) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$

f) $f(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$

2) Welche der folgenden Funktionen sind symmetrisch zur y-Achse bzw. zum Koordinatenursprung?

a) $f(x) = x^6 - 8x^4 + 10$

b) $f(x) = x^3 + 3x$

c) $f(x) = 2x^3 + x^2 + 3x + 5$

d) $f(x) = 8$

3) Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 + 4$.
Diese Funktion f ist symmetrisch zu einem Punkt $P(x_0/y_0)$. Bestimmen Sie x_0 und y_0 .

4) Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 + a \cdot x$, $a \in \mathbb{R}$.
Wie muss man a wählen, damit $x = 5$ eine Nullstelle von f ist?

5) Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5ax + 6a^2$,
 $a \in \mathbb{R}$. Wie muss man a wählen, damit $x = 2$ eine Nullstelle von f ist?

6) Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\text{I. } a + 2b + c - d = 3$$

$$\text{II. } 2a - b + 3c + 2d = 9$$

$$\text{III. } a + 3b - c - 2d = 0$$

$$\text{IV. } 3a + b + c + d = 9$$

7) Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\text{I. } a + b + c + d = 10$$

$$\text{II. } 2a - b + 3c - d = 5$$

$$\text{III. } a - b + c + 2d = 10$$

$$\text{IV. } a + 2b + 3c + d = 18$$

8) Lösen Sie das folgende nichtlineare (!) Gleichungssystem:

$$\text{I. } a^2 + b = 10$$

$$\text{II. } 2a + b = 7$$

9) Kann es eine ganzrationale Funktion 3. Grades geben, die keine Wendestelle hat?

10) Geben Sie die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 4. Grades an, welche drei Nullstellen hat.

11) Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 + 3x^2 + cx + 4$, $c \in \mathbb{R}$. Wie muss man c wählen, damit bei $x = -1$ ein Sattelpunkt liegt?

12) Gegeben sei eine ganzrat. Funktion 3. Grades mit Hochpunkt in $P_1(1|1)$ und Tiefpunkt in $P_2(0|-2)$. Bestimmen Sie die Gleichung von f .

Hilfsmittel-Teil

1) Gegeben sei eine ganzrationale Funktion 3. Grades mit einem Hochpunkt bei $P_1(-3/10)$ und Nullstellen bei $P_2(-1/0)$ und $P_3(2/0)$.

a) Bestimmen Sie die Gleichung von f .

Kontrollergebnis:

$$f(x) = 0,7x^3 + 2,4x^2 - 4,5x - 6,2$$

b) Bestimmen Sie die Koordinaten der fehlenden Nullstelle von f .

c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Tiefpunktes von f .

d) An welchen Stellen / Bereichen besitzt der Graph keine Krümmung?

e) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an f durch den Punkt $P(0/y_0)$.

f) An welchen Stellen besitzt der Graph einen Steigungswinkel von 40° ?

g) Bestimmen Sie die Grenzwerte für das Fernverhalten ($x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$).

h) Bestimmen Sie die Gleichung einer Geraden, die genau 2 Schnittpunkte mit f hat.

i) Bestimmen Sie die Gleichung einer Gerade, die genau einen Schnittpunkt mit f hat.

ii) Wir spiegeln den Graphen von f an der x -Achse. Dadurch entsteht der Graph einer Funktion g . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g .

2) Gegeben sei ein Stausee. Die Funktion $f(x) = x^3 - 11x^2 + 28x$, $0 \leq x \leq 7$, beschreibt, wie viel Wasser pro Stunde zu- bzw. abfließt (Veränderungsrate). Dabei steht x für die Zeit in Stunden ab 10 Uhr und $f(x)$ für die Veränderungsrate in Tausend Liter pro Stunde. Eine positive Veränderungsrate bedeutet Zufluss, eine negative Abfluss.

a) Wie hoch ist die Veränderungsrate um 12 Uhr?

b) Wann beträgt die Veränderungsrate 10.000 l/h?

c) An welchen Zeitpunkten fließt das Wasser weder zu noch ab?

d) Wann waren die Abflussrate und die Zuflussrate am höchsten? Wie hoch waren diese Werte jeweils?

e) Wann nimmt die Veränderungsrate am stärksten zu?

f) An welchen Zeitpunkten befand sich am meisten bzw. am wenigsten Wasser im Stausee?

g) Zeigen Sie: Innerhalb der ersten vier Stunden sind mit Sicherheit weniger als 84.000 l in den Stausee hineingeflossen.

h) Die Funktion g beschreibt die Veränderungsrate des hier beobachteten Stausees, wenn man zusätzlich zu den bei f berücksichtigten Zu- und Abflüssen noch einen Zufluss öffnet, durch den konstant 10.000 l/h zufließen.

Bestimme die Gleichung von g .

Gibt es jetzt noch Zeiträume, wo mehr Wasser ab- statt zufließt?

3) Der Verlauf einer Straße wird beschrieben durch die Funktion $f(x) = x^3 - 12x^2 + 32x$, $0 \leq x \leq 9$. Die x - und y -Achse geben die Himmelsrichtungen an. Eine Längeneinheit entspricht einem Kilometer in der Realität.

a) Wo ist die am weitesten nördlich und wo die am weitesten südlich gelegene Stelle der Straße?

b) Der Ort Tiexdorf liegt auf dem Punkt $P(2|24)$. Zeige, dass die Straße durch Tiexdorf verläuft.

c) Wie weit muss man von Tiexdorf aus nach Osten gehen, um wieder auf die Straße zu stoßen?

d) In welchen Bereichen ist die Straße nach links bzw. nach rechts gekrümmt?

e) Wo ist die Straße am stärksten nach rechts gekrümmt?