

LÖSUNGEN

1) a) ① Scheitelpunkt:

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 - 8x + 15 \\ &= (x-4)^2 + 15 - 16 \\ &= (x-4)^2 - 1\end{aligned}$$

$$\Rightarrow S(4|-1)$$

② Schnittpunkt mit y-Achse:

$$\begin{aligned}f(0) &= 0^2 - 8 \cdot 0 + 15 = 15 \\ &\Rightarrow S_y(0|15)\end{aligned}$$

③ Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = 4 \pm \sqrt{16 - 15}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{1}$$

$$x = 4 \pm 1$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 5$$

$$\Rightarrow N_1(3|0)$$

$$N_2(5|0)$$

④ Fehlende Koordinaten:

$$P_1(3|?)$$

$$f(3) = 3^2 - 8 \cdot 3 + 15 = 0$$

$$\Rightarrow P_1(3|0)$$

$$P_2(?|3)$$

$$f(x) = 3$$

$$x^2 - 8x + 15 = 3 \quad | -3$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x = 4 \pm \sqrt{16-12}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{4}$$

$$x = 4 \pm 2$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 2$$

$$\Rightarrow P_2(6/3) \text{ und } P_2'(2/3)$$

⑤ Schnittpunkt mit g:

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 - 8x + 15 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$x^2 - 10x + 15 = 1 \quad | -1$$

$$x^2 - 10x + 14 = 0$$

$$x = 5 \pm \sqrt{25-14}$$

$$x = 5 \pm \sqrt{11}$$

$$x_1 = 8,32$$

$$x_2 = 1,68$$

$$y = g(8,32) = 2 \cdot 8,32 + 1 = 17,64$$

$$y = g(1,68) = 2 \cdot 1,68 + 1 = 4,36$$

$$\Rightarrow S_1(8,32/17,64)$$

$$S_2(1,68/4,36)$$

⑥ Schnittpunkt mit h:

$$f(x) = h(x)$$

$$x^2 - 8x + 15 = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$$

$$-8x + 15 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$-10x + 15 = 1 \quad | -15$$

$$-10x = -14 \quad | :(-10)$$

$$x = 1,4$$

$$y = h(1,4) = 1,4^2 + 2 \cdot 1,4 + 1 = 5,76$$
$$\Rightarrow S_3(1,4 | 5,76)$$

h) ① Scheitelpunkt:

$$f(x) = 0,5x^2 + 5x + 12,5$$
$$= 0,5 \cdot (x^2 + 10x + 25)$$
$$= 0,5 \cdot [(x+5)^2 + 25 - 25]$$
$$= 0,5 \cdot [(x+5)^2 + 0]$$
$$= 0,5 \cdot (x+5)^2 + 0$$

$$\Rightarrow S(-5 | 0)$$

② Schnittpunkt mit y-Achse:

$$f(0) = 0,5 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 + 12,5 = 12,5$$
$$\Rightarrow S_y(0 | 12,5)$$

③ Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$0,5x^2 + 5x + 12,5 = 0 \quad | : 0,5$$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$x = -5 \pm \sqrt{25 - 25}$$

$$x = -5$$

$$\Rightarrow N(-5 | 0)$$

④ Fehlende Koordinaten:

$$P_1(3 | ?)$$

$$f(3) = 0,5 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 + 12,5 = 32$$

$$\Rightarrow P_1(3 | 32)$$

$$P_2(2|3)$$

$$f(x) = 3$$

$$0,5x^2 + 5x + 12,5 = 3 \quad | -3$$

$$0,5x^2 + 5x + 9,5 = 0 \quad | :0,5$$

$$x^2 + 10x + 19 = 0$$

$$x = -5 \pm \sqrt{25 - 19}$$

$$x = -5 \pm \sqrt{6}$$

$$x_1 = -2,55$$

$$x_2 = -7,45$$

$$\Rightarrow P_2(-2,55|3)$$

$$P_2'(-7,45|3)$$

⑤ Schnittpunkt mit g

$$f(x) = g(x)$$

$$0,5x^2 + 5x + 12,5 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$0,5x^2 + 3x + 12,5 = 1 \quad | -1$$

$$0,5x^2 + 3x + 11,5 = 0 \quad | :0,5$$

$$x^2 + 6x + 23 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9 - 23}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{-14} \quad \text{⚡}$$

Es gibt keinen Schnittpunkt

⑥ Schnittpunkte mit h:

$$f(x) = h(x)$$

$$0,5x^2 + 5x + 12,5 = x^2 + 2x + 1 \quad | -0,5x^2$$

$$5x + 12,5 = 0,5x^2 + 2x + 1 \quad | -5x$$

$$12,5 = 0,5x^2 - 3x + 1 \quad | -12,5$$

$$0 = 0,5x^2 - 3x - 11,5 \quad | :0,5$$

$$0 = x^2 - 6x - 23$$

$$x = 3 \pm \sqrt{9 + 23}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{32}$$

$$x_1 = 8,66$$

$$x_2 = -2,66$$

$$y = h(8,66) = 8,66^2 + 2 \cdot 8,66 + 1 = 93,32$$

$$y = h(-2,66) = (-2,66)^2 + 2 \cdot (-2,66) + 1 = 2,76$$

$$\Rightarrow S_1(8,66 | 93,32)$$

$$S_2(-2,66 | 2,76)$$

c) ① Scheitelpunkt:

$$f(x) = 4x^2 + 8x - 1$$

$$= 4(x^2 + 2x - 0,25)$$

$$= 4[(x+1)^2 - 0,25 - 1]$$

$$= 4[(x+1)^2 - 1,25]$$

$$= 4(x+1)^2 - 5$$

$$\Rightarrow S(-1 | -5)$$

② Schnittpunkt mit y-Achse

$$f(0) = 4 \cdot 0^2 + 8 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$\Rightarrow S_y(0 | -1)$$

③ Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$4x^2 + 8x - 1 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 + 2x - 0,25 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 + 0,25}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1,25}$$

$$x_1 = 0,12$$

$$x_2 = -2,12 \quad \Rightarrow \begin{matrix} N_1(0,12 | 0) \\ N_2(-2,12 | 0) \end{matrix}$$

④ Fehlende Koordinaten

$$P_1(3/?)$$

$$f(3) = 4 \cdot 3^2 + 8 \cdot 3 - 1 = 59$$

$$\Rightarrow P_1(3/59)$$

$$P_2(?/3)$$

$$f(x) = 3$$

$$4x^2 + 8x - 1 = 3 \quad | -3$$

$$4x^2 + 8x - 4 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1+1}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{2}$$

$$x_1 = 0,41$$

$$x_2 = -2,41$$

$$\Rightarrow P_2(0,41/3)$$

$$P_2'(-2,41/3)$$

⑤ Schnittpunkt mit g:

$$f(x) = g(x)$$

$$4x^2 + 8x - 1 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$4x^2 + 6x - 1 = 1 \quad | -1$$

$$4x^2 + 6x - 2 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 + 1,5x - 0,5 = 0$$

$$x = -0,75 \pm \sqrt{0,5625 + 0,5}$$

$$x = -0,75 \pm \sqrt{1,0625}$$

$$x_1 = 0,28$$

$$x_2 = -1,78$$

$$y = g(0,28) = 2 \cdot 0,28 + 1 = 1,56$$

$$y = g(-1,78) = 2 \cdot (-1,78) + 1 = -2,56$$

$$\Rightarrow S_1(0,28/1,56)$$

$$S_2(-1,78/-2,56)$$

⑥ Schnittpunkt mit h:

$$f(x) = h(x)$$

$$4x^2 + 8x - 1 = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$$

$$3x^2 + 8x - 1 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$3x^2 + 6x - 1 = 1 \quad | -1$$

$$3x^2 + 6x - 2 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 + 2x - \frac{2}{3} = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 + \frac{2}{3}}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$x_1 = 0,29$$

$$x_2 = -2,29$$

$$y = h(0,29) = 0,29^2 + 2 \cdot 0,29 + 1 = 1,66$$

$$y = h(-2,29) = (-2,29)^2 + 2 \cdot (-2,29) + 1 = 1,66$$

$$\Rightarrow S_3 (0,29 / 1,66)$$

$$S_4 (-2,29 / 1,66)$$

d) ① Scheitelpunkt:

$$f(x) = -2x^2 + 6x + 4$$

$$= -2(x^2 - 3x - 2)$$

$$= -2[(x - 1,5)^2 - 2,25]$$

$$= -2[(x - 1,5)^2 - 4,25]$$

$$= -2 \cdot (x - 1,5)^2 + 8,5$$

$$\Rightarrow S (1,5 / 8,5)$$

② Schnittpunkt mit y-Achse:

$$f(0) = -2 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 + 4 = 4$$

$$\Rightarrow S_y (0 / 4)$$

③ Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$-2x^2 + 6x + 4 = 0 \quad | :(-2)$$

$$x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = 1,5 \pm \sqrt{2,25 + 2}$$

$$x = 1,5 \pm \sqrt{4,25}$$

$$x_1 = 3,56$$

$$x_2 = -0,56$$

$$\Rightarrow N_1(3,56|0)$$

$$N_2(-0,56|0)$$

④ Fehlende Koordinaten:

$$P_1(3|?)$$

$$f(3) = -2 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 + 4 = 4$$

$$\Rightarrow P_1(3|4)$$

$$P_2(?, 3)$$

$$f(x) = 3$$

$$-2x^2 + 6x + 4 = 3 \quad | -3$$

$$-2x^2 + 6x + 1 = 0 \quad | :(-2)$$

$$x^2 - 3x - 0,5 = 0$$

$$x = 1,5 \pm \sqrt{2,25 + 0,5}$$

$$x = 1,5 \pm \sqrt{2,75}$$

$$x_1 = 3,16$$

$$x_2 = -0,16$$

$$\Rightarrow P_2(3,16|3)$$

$$P_2(-0,16|3)$$

⑤ Schnittpunkt mit g:

$$f(x) = g(x)$$

$$-2x^2 + 6x + 4 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$-2x^2 + 4x + 4 = 1 \quad | -1$$

$$-2x^2 + 4x + 3 = 0 \quad | : (-2)$$

$$x^2 - 2x - 1,5 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1 + 1,5}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{2,5}$$

$$x_1 = 2,58$$

$$x_2 = -0,58$$

$$y = g(2,58) = 2 \cdot 2,58 + 1 = 6,16$$

$$y = g(-0,58) = 2 \cdot (-0,58) + 1 = -0,16$$

$$\Rightarrow S_1(2,58/6,16)$$

$$S_2(-0,58/-0,16)$$

⑥ Schnittpunkt mit h:

$$f(x) = h(x)$$

$$-2x^2 + 6x + 4 = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$$

$$-3x^2 + 6x + 4 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$-3x^2 + 4x + 4 = 1 \quad | -1$$

$$-3x^2 + 4x + 3 = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 - \frac{4}{3}x - 1 = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} + 1}$$

$$x = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{13}{9}}$$

$$x_1 = 1,87$$

$$x_2 = -0,54$$

$$y = h(1,87) = 1,87^2 + 2 \cdot 1,87 + 1 = 8,24$$

$$y = h(-0,54) = (-0,54)^2 + 2 \cdot (-0,54) + 1 = 0,21$$

$$\Rightarrow S_3(1,87/8,24)$$

$$S_4(-0,54/0,21)$$

e) ① Scheitelpunkt

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 + 6x \\ &= (x+3)^2 + 0 - 9 \\ &= (x+3)^2 - 9 \\ &\Rightarrow S(-3|-9)\end{aligned}$$

② Schnittpunkt mit y-Achse:

$$\begin{aligned}f(0) &= 0^2 + 6 \cdot 0 = 0 \\ &\Rightarrow S_y(0|0)\end{aligned}$$

③ Nullstellen:

$$\begin{aligned}f(x) &= 0 \\ x^2 + 6x &= 0 \\ x(x+6) &= 0 \\ x=0 \text{ oder } x+6=0 \\ x_1 &= 0 \\ x_2 &= -6 \\ &\Rightarrow N_1(0|0) \\ &\quad N_2(-6|0)\end{aligned}$$

④ Fehlende Koordinaten

$$P_1(3|?)$$

$$\begin{aligned}f(3) &= 3^2 + 6 \cdot 3 = 27 \\ &\Rightarrow P_1(3|27)\end{aligned}$$

$$P_2(?!|3)$$

$$f(x) = 3$$

$$x^2 + 6x = 3 \quad | -3$$

$$x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9+3}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{12}$$

$$x_1 = 0,46$$

$$x_2 = -6,46$$

$$\begin{aligned}&\Rightarrow P_2(0,46|3) \\ &\quad P_2(-6,46|3)\end{aligned}$$

⑤ Schnittpunkt mit g:

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 + 6x = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$x^2 + 4x = 1 \quad | -1$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4+1}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$x_1 = 0,24$$

$$x_2 = -4,24$$

$$y = g(0,24) = 2 \cdot 0,24 + 1 = 1,48$$

$$y = g(-4,24) = 2 \cdot (-4,24) + 1 = -7,48$$

$$\Rightarrow S_1(0,24/1,48)$$

$$S_2(-4,24/-7,48)$$

⑥ Schnittpunkt mit h:

$$f(x) = h(x)$$

$$x^2 + 6x = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$$

$$6x = 2x + 1 \quad | -6x$$

$$0 = -4x + 1 \quad | -1$$

$$-1 = -4x \quad | :(-4)$$

$$0,25 = x$$

$$y = h(0,25) = 0,25^2 + 2 \cdot 0,25 + 1 = 1,56$$

$$\Rightarrow S_3(0,25/1,56)$$

2) a) gesucht: Nullstellen

$$-\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x = 0 \quad | \cdot (-360)$$

$$x^2 - 120x = 0$$

$$x(x - 120) = 0$$

$$x = 0 \text{ oder } x - 120 = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 120$$

die Kugel fliegt 120 m weit.

b) gesucht: Scheitelpunkt

$$f(x) = -\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x$$

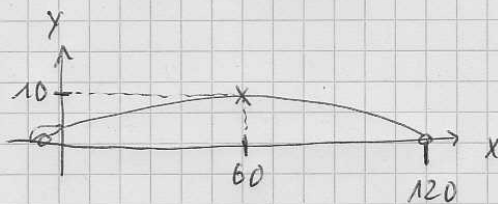
$$= -\frac{1}{360}(x^2 - 120x)$$

$$= -\frac{1}{360}[(x-60)^2 - 3600]$$

$$= -\frac{1}{360}(x-60)^2 + 10$$

$$\Rightarrow S(60/10)$$

Nach 60m Flug hat die Kugel eine maximale Höhe von 10m erreicht.

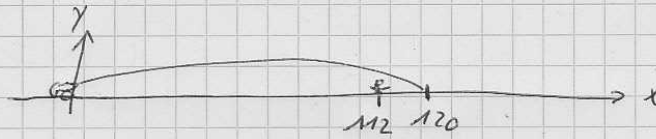


c) gesucht: y-Wert

$$f(112) = -\frac{1}{360} \cdot (112)^2 + \frac{1}{3} \cdot 112 = 2,49 \text{ m}$$

$$2,49 \text{ m} - 1,75 \text{ m} = 0,74 \text{ m}$$

Die Kugel fliegt in $0,74 \text{ m} = 74 \text{ cm}$
Abstand über meinen Kopf hinweg.



d) gesucht: x-Wert

Ich werde getroffen, wenn die Kugel weniger
als $1,75 \text{ m}$ Abstand vom Boden hat.

$$f(x) = 1,75 = \frac{7}{4}$$

$$-\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{7}{4} \quad | -\frac{7}{4}$$

$$-\frac{1}{360}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{7}{4} = 0 \quad | \cdot \left(-\frac{1}{360}\right)$$

$$x^2 - 120x + 630 = 0$$

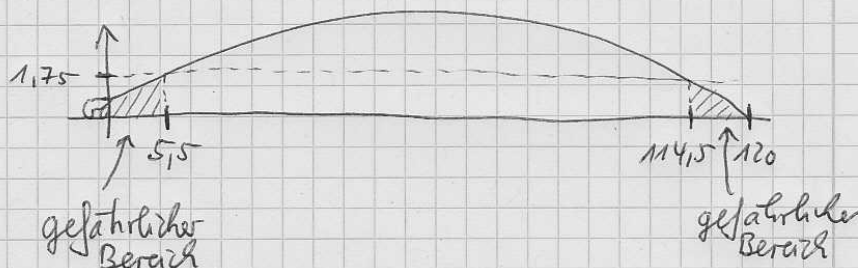
$$x = 60 \pm \sqrt{3600 - 630}$$

$$x = 60 \pm \sqrt{2970}$$

$$x_1 = 114,50$$

$$x_2 = 5,50$$

Ich werde getroffen, wenn ich entweder
weniger als $5,5 \text{ m}$ von der Kanone entfernt
bin oder mehr als $114,5 \text{ m}$.



3) a) gesucht: y-Wert
11 Uhr $\hat{=}$ $x = 1$

$$f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 16 = 11$$

Ich bin 11 km entfernt.

b) gesucht: y-Wert

12:15 Uhr $\hat{=}$ 2 Stunden und 15 min

$$\hat{=} 2,25 \text{ h}$$

$$x = 2,25$$

$$f(2,25) = 2,25^2 - 6 \cdot 2,25 + 16 \\ = 7,5625$$

Ich bin 7,5625 km entfernt.

c) gesucht: x-Wert

$$f(x) = 10$$

$$x^2 - 6x + 16 = 10 \quad | -10$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$x = 3 \pm \sqrt{9-6}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{3}$$

$$x_1 = 4,73$$

$$x_2 = 1,27$$

Zeit: 4,73 $\hat{=}$ 4 Stunden und 0,73 Stunden

$$(0,73 \cdot 60 = 43,8)$$

$\hat{=}$ 4 Stunden und ca. 44 Minuten

1,27 $\hat{=}$ 1 Stunde und 0,27 Stunden

$$(0,27 \cdot 60 = 16,2)$$

$\hat{=}$ 1 Stunde und ca. 16 Minuten

Ich bin um ca. 14:44 und um 11:16 Uhr

10 km entfernt.

d) gesucht: Scheitelpunkt

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 - 6x + 16 \\ &= (x-3)^2 + 16 - 9 \\ &= (x-3)^2 + 7 \\ &\Rightarrow S(3|7)\end{aligned}$$

Ich war um 13 Uhr 7 km entfernt.

e) $f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 16 = 7$
 $f(4) = 4^2 - 6 \cdot 4 + 16 = 8$

Ich habe 1 km zurückgelegt

$$\Rightarrow v = \frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 1 \text{ km/h}$$

Meine durchschnittl. Geschwindigkeit betrug 1 km/h.

f) gesucht: Schnittpunkt

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 - 6x + 16 = x + 4 \quad | -x$$

$$x^2 - 7x + 16 = 4 \quad | -4$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = 3,5 \pm \sqrt{12,25 - 12}$$

$$x = 3,5 \pm \sqrt{0,25}$$

$$x = 3,5 \pm 0,5$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 4$$

$$y = g(3) = 3 + 4 = 7$$

$$y = g(4) = 4 + 4 = 8$$

$$\Rightarrow S_1(3|7)$$

$$S_2(4|8)$$

Wir waren um 13 Uhr (7 km) und um 14 Uhr (8 km) gleich weit entfernt.