

LÖSUNGEN

$$1a) f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(1/2) \text{ auf } f \Rightarrow f(1) = 2 \\ a + b + c = 2$$

$$B(2/5) \text{ auf } f \Rightarrow f(2) = 5 \\ 4a + 2b + c = 5$$

$$C(3/12) \text{ auf } f \Rightarrow f(3) = 12 \\ 9a + 3b + c = 12$$

$$\text{I. } a + b + c = 2 \quad | -a | -b$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 5$$

$$\text{III. } 9a + 3b + c = 12$$

$$\text{I. } c = 2 - a - b \quad | \text{ in II und III}$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 5$$

$$\text{III. } 9a + 3b + c = 12$$

$$\text{II. } 4a + 2b + 2 - a - b = 5$$

$$\text{III. } 9a + 3b + 2 - a - b = 12$$

$$\text{II. } 3a + b = 3 \quad | -3a$$

$$\text{III. } 8a + 2b = 10$$

$$\text{II. } b = 3 - 3a \quad | \text{ in III}$$

$$\text{III. } 8a + 2b = 10$$

$$\text{III. } 8a + 2 \cdot (3 - 3a) = 10$$

$$8a + 6 - 6a = 10$$

$$2a = 4 \quad | :2$$

$$\begin{aligned}
 & \underline{a=2} \\
 \Rightarrow & \underline{b=3-3a} \\
 & b=3-3 \cdot 2 \\
 & b=3-6 \\
 & \underline{b=-3} \\
 \Rightarrow & c=2-a-b \\
 & c=2-2+3 \\
 & c=3 \\
 \Rightarrow & f(x)=2x^2-3x+3
 \end{aligned}$$

1b) $f(x)=ax^2+bx+c$

A(-1|-5) auf $f \Rightarrow f(-1)=-5$
 $a-b+c=-5$

B(1|3) auf $f \Rightarrow f(1)=3$
 $a+b+c=3$

C(2|10) auf $f \Rightarrow f(2)=10$
 $4a+2b+c=10$

I. $a-b+c=-5 \quad | -a|+b$

II. $a+b+c=3$

III. $4a+2b+c=10$

I. $c=-5-a+b \quad | \text{in II und III}$

II. $a+b+c=3$

III. $4a+2b+c=10$

II. $a+b-5-a+b=3$

III. $4a+2b-5-a+b=10$

$$\text{II. } 2b = 8 \quad | :2$$

$$\text{III. } 3a + 3b = 15$$

$$\text{II. } b = 4 \quad | \text{ in III}$$

$$\text{III. } 3a + 3b = 15$$

$$\text{III. } 3a + 12 = 15$$

$$3a = 3$$

$$a = 1$$

$$\Rightarrow c = -5 - 1 + 4$$

$$c = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 4x - 2$$

$$1c) f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(1|-2) \text{ auf } f \Rightarrow f(1) = -2$$

$$a + b + c = -2$$

$$B(-1|8) \text{ auf } f \Rightarrow f(-1) = 8$$

$$a - b + c = 8$$

$$C(3|-4) \text{ auf } f \Rightarrow f(3) = -4$$

$$9a + 3b + c = -4$$

$$\text{I. } a + b + c = -2 \quad | -b | -a$$

$$\text{II. } a - b + c = 8$$

$$\text{III. } 9a + 3b + c = -4$$

$$\text{I. } c = -2 - b - a \quad | \text{ in II und III}$$

$$\text{II. } a - b + c = 8$$

$$\text{III. } 9a + 3b + c = -4$$

$$\begin{array}{l} \text{II. } a - b - 2 - b - a = 8 \\ \text{III. } 9a + 3b - 2 - b - a = -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{II. } -2b = 10 \quad | :(-2) \\ \text{III. } 8a + 2b = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{II. } b = -5 \quad | \text{ in III} \\ \text{III. } 8a + 2b = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{III. } 8a + 2 \cdot (-5) = -2 \\ 8a - 10 = -2 \\ 8a = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 1 \\ \Rightarrow c = -2 - b - a \\ c = -2 + 5 - 1 \\ c = 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 5x + 2$$

$$1d) f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(-2|10) \text{ auf } f \Rightarrow f(-2) = -10 \\ 4a - 2b + c = -10$$

$$B(1|5) \text{ auf } f \Rightarrow f(1) = 5 \\ a + b + c = 5$$

$$C(4|-16) \text{ auf } f \Rightarrow f(4) = -16 \\ 16a + 4b + c = -16$$

$$\begin{array}{l} \text{I. } 4a - 2b + c = -10 \\ \text{II. } a + b + c = 5 \quad | -a - b \\ \text{III. } 16a + 4b + c = -16 \end{array}$$

$$\text{I. } 4a - 2b + c = -10$$

$$\text{II. } c = 5 - a - b \quad | \text{ in I und III}$$

$$\text{III. } 16a + 4b + c = -16$$

$$\text{I. } 4a - 2b + 5 - a - b = -10$$

$$\text{III. } 16a + 4b + 5 - a - b = -16$$

$$\text{I. } 3a - 3b = -15 \quad | +3b$$

$$\text{III. } 15a + 3b = -21$$

$$\text{I. } 3a = -15 + 3b \quad | :3$$

$$\text{III. } 15a + 3b = -21$$

$$\text{I. } a = -5 + b \quad | \text{ in III}$$

$$\text{III. } 15a + 3b = -21$$

$$\text{III. } 15 \cdot (-5 + b) + 3b = -21$$

$$-75 + 15b + 3b = -21$$

$$18b = 54 \quad | :18$$

$$\underline{b = 3}$$

$$\Rightarrow a = -5 + b$$

$$\underline{a = -5 + 3 = -2}$$

$$\Rightarrow c = 5 - a - b$$

$$c = 5 + 2 - 3$$

$$c = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x^2 + 3x + 4$$

$$1e) f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(1/6) \text{ auf } f \Rightarrow f(1) = 6 \\ a + b + c = 6$$

$$B(2/16) \text{ auf } f \Rightarrow f(2) = 16 \\ 4a + 2b + c = 16$$

$$C(5/70) \text{ auf } f \Rightarrow f(5) = 70 \\ 25a + 5b + c = 70$$

$$\text{I. } a + b + c = 6 \quad | -a | -b$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 16$$

$$\text{III. } 25a + 5b + c = 70$$

$$\text{I. } \quad \quad c = 6 - a - b \quad | \text{ in II und III}$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 16$$

$$\text{III. } 25a + 5b + c = 70$$

$$\text{II. } 4a + 2b + 6 - a - b = 16$$

$$\text{III. } 25a + 5b + 6 - a - b = 70$$

$$\text{II. } 3a + b = 10 \quad | -3a$$

$$\text{III. } 24a + 4b = 64$$

$$\text{II. } \quad \quad b = 10 - 3a \quad | \text{ in III}$$

$$\text{III. } 24a + 4b = 64$$

$$\text{III. } 24a + 4 \cdot (10 - 3a) = 64$$

$$24a + 40 - 12a = 64$$

$$12a = 24 \quad | :12$$

$$\underline{a} = 2$$

$$\Rightarrow b = 10 - 3a$$

$$b = 10 - 6$$

$$\underline{b = 4}$$

$$\Rightarrow c = 6 - a - b$$

$$c = 6 - 4 - 2$$

$$\underline{c = 0}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 + 4x$$

$$1f) f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(1/11) \text{ auf } f \Rightarrow f(1) = 11$$

$$a + b + c = 11$$

$$B(2/23) \text{ auf } f \Rightarrow f(2) = 23$$

$$4a + 2b + c = 23$$

$$C(1,5/16) \text{ auf } f \Rightarrow f(1,5) = 16$$

$$2,25a + 1,5b + c = 16$$

$$\text{I. } a + b + c = 11 \quad | -a | -b$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 23$$

$$\text{III. } 2,25a + 1,5b + c = 16$$

$$\text{I. } c = 11 - a - b \quad | \text{ in II und III}$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 23$$

$$\text{III. } 2,25a + 1,5b + c = 16$$

$$\text{II. } 4a + 2b + 11 - a - b = 23$$

$$\text{III. } 2,25a + 1,5b + 11 - a - b = 16$$

$$\text{II. } 3a + b = 12 \quad | -3a$$

$$\text{III. } 1,25a + 0,5b = 5$$

$$\text{II. } b = 12 - 3a \quad | \text{ in III}$$

$$\text{III. } 1,25a + 0,5b = 5$$

$$\text{III. } 1,25a + 0,5 \cdot (12 - 3a) = 5$$

$$1,25a + 6 - 1,5a = 5$$

$$-0,25a = -1$$

$$a = 4$$

$$\Rightarrow b = 12 - 3 \cdot a$$

$$b = 12 - 3 \cdot 4$$

$$\underline{b = 0}$$

$$\Rightarrow c = 11 - a - b$$

$$c = 11 - 4 - 0$$

$$\underline{c = 7}$$

$$\Rightarrow f(x) = 4x^2 + 7$$

$$2a) \text{ SP}(3/4) \Rightarrow f(x) = a \cdot (x-3)^2 + 4 \quad f(x) = a \cdot (x+d)^2 + e$$

$$A(2/3) \text{ auf } f \Rightarrow f(2) = 3$$

$$a \cdot (2-3)^2 + 4 = 3$$

$$a \cdot (-1)^2 + 4 = 3$$

$$a + 4 = 3$$

$$a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -1 \cdot (x-3)^2 + 4$$

$$2b) f(x) = a \cdot (x+d)^2 + e$$

$$SP(-1/4) \Rightarrow f(x) = a \cdot (x+1)^2 + 4$$

$$A(2/3) \text{ auf } f \Rightarrow f(2) = 3$$

$$a \cdot (2+1)^2 + 4 = 3$$

$$a \cdot 3^2 + 4 = 3$$

$$9a + 4 = 3$$

$$9a = -1$$

$$a = -\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{9} \cdot (x+1)^2 + 4$$

$$2c) f(x) = a \cdot (x+d)^2 + e$$

$$SP(5/1) \Rightarrow f(x) = a \cdot (x-5)^2 + 1$$

$$A(2/3) \text{ auf } f \Rightarrow f(2) = 3$$

$$a \cdot (2-5)^2 + 1 = 3$$

$$a \cdot (-3)^2 + 1 = 3$$

$$9a + 1 = 3$$

$$9a = 2$$

$$a = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{9} \cdot (x-5)^2 + 1$$

3a) Die Gleichung hat Scheitelpunktsform. 10

$$\begin{aligned} f(x) &= 3 \cdot (x+3)^2 + 4 \\ &= 3 \cdot (x^2 + 6x + 9) + 4 \\ &= 3x^2 + 18x + 27 + 4 \\ &= 3x^2 + 18x + 31 \end{aligned}$$

b) Die Gleichung hat Scheitelpunktsform.

$$\begin{aligned} f(x) &= -2 \cdot (x-2)^2 + 5 \\ &= -2 \cdot (x^2 - 4x + 4) + 5 \\ &= -2x^2 + 8x - 8 + 5 \\ &= -2x^2 + 8x - 3 \end{aligned}$$

c) Die Gleichung hat Normalform.

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 + 6x + 12 \\ &= 3 \cdot (x^2 + 2x + 4) \\ &= 3 \cdot ((x+1)^2 + 4 - 1) \\ &= 3 \cdot ((x+1)^2 + 3) \\ &= 3 \cdot (x+1)^2 + 9 \end{aligned}$$

d) Die Gleichung hat die Normalform.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 8x + 10 \\ &= (x-4)^2 + 10 - 16 \\ &= (x-4)^2 - 6 \end{aligned}$$

e) Die Gleichung hat Normalform.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 8x \\ &= (x+4)^2 - 16 \end{aligned}$$

f) Die Gleichung hat sowohl Normal-, als auch Scheitelpunktsform. "

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 + 10 \\ &= (x+0)^2 + 10\end{aligned}$$

g) Die Gleichung hat Scheitelpunktsform.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x+7)^2 + 5 \\ &= (x^2 + 14x + 49) + 5 \\ &= x^2 + 14x + 54\end{aligned}$$

h) Die Gleichung hat Normalform.

$$\begin{aligned}f(x) &= -6x^2 + 12x - 30 \\ &= -6 \cdot (x^2 - 2x + 5) \\ &= -6 \cdot ((x-1)^2 + 5 - 1) \\ &= -6 \cdot ((x-1)^2 + 4) \\ &= -6 \cdot (x-1)^2 - 24\end{aligned}$$

i) Die Gleichung hat Normalform.

$$\begin{aligned}f(x) &= -x^2 + 3x + 4 \\ &= -1 \cdot (x^2 - 3x - 4) \\ &= -1 \cdot ((x-1,5)^2 - 4 - 2,25) \\ &= -1 \cdot ((x-1,5)^2 - 6,25) \\ &= -1 \cdot (x-1,5)^2 + 6,25\end{aligned}$$

j) Die Gleichung hat Normalform.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 5x + 8 \\ &= (x + 2,5)^2 + 8 - 6,25 \\ &= (x + 2,5)^2 + 1,75 \end{aligned}$$

k) Die Gleichung hat Scheitelpunktsform.

$$\begin{aligned} f(x) &= 3 \cdot (x - 4)^2 - 8 \\ &= 3 \cdot (x^2 - 8x + 16) - 8 \\ &= 3x^2 - 24x + 48 - 8 \\ &= 3x^2 - 24x + 40 \end{aligned}$$

l) Die Gleichung hat Scheitelpunktsform

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x + 7)^2 - 10 \\ &= -1 \cdot (x + 7)^2 - 10 \\ &= -1 \cdot (x^2 + 14x + 49) - 10 \\ &= -x^2 - 14x - 49 - 10 \\ &= -x^2 - 14x - 59 \end{aligned}$$

m) Die Gleichung hat Normalform.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 9x + 2 \\ &= (x - 4,5)^2 + 2 - 20,25 \\ &= (x - 4,5)^2 - 18,25 \end{aligned}$$

n) Die Gleichung hat Normalform.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4x + 4 \\ &= (x - 2)^2 + 4 - 4 \\ &= (x - 2)^2 \end{aligned}$$

4) a) $S(-3/1)$

b) $f(x) = 2 \cdot (x+3)^2 + 1$
 $= 2 \cdot (x^2 + 6x + 9) + 1$
 $= 2x^2 + 12x + 18 + 1$
 $= 2x^2 + 12x + 19$

c) $f(x) = 2 \cdot (x+3)^2 + \underline{2}$

5) a) $f(x) = x^2 - 6x + 2$
 $= (x-3)^2 + 2 - 9$
 $= (x-3)^2 - 7$

b) $S(3/-7)$

c) Wenn $A(1/-2)$ auf f liegt, so müsste gelten: $f(1) = -2$. Das prüfen wir:

$$f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 2 = 1 - 6 + 2 = -3 \neq -2$$

$\Rightarrow A$ liegt nicht auf f .

6) a) $f(x) = a(x+d)^2 + e$

$$S(2/4) \Rightarrow f(x) = a(x-2)^2 + 4$$

$$A(5/9) \text{ auf } f \Rightarrow f(5) = 9$$

$$a \cdot (5-2)^2 + 4 = 9$$

$$a \cdot 3^2 + 4 = 9$$

$$9a + 4 = 9 \quad | -4$$

$$g_a = 5$$

$$a = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{5}{9} \cdot (x-2)^2 + 4$$

$$\begin{aligned} b) \quad f(x) &= \frac{5}{9} \cdot (x-2)^2 + 4 \\ &= \frac{5}{9} \cdot (x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &= \frac{5}{9}x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{20}{9} + 4 \\ &= \frac{5}{9}x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{20}{9} + \frac{36}{9} \\ &= \frac{5}{9}x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{56}{9} \end{aligned}$$

c) Wenn B (0/8) auf f liegt, so müsste gelten:
 $f(0) = 8$. Das prüfen wir:

$$f(0) = \frac{5}{9} \cdot 0^2 - \frac{20}{9} \cdot 0 + \frac{56}{9} = \frac{56}{9} \neq 8$$

\Rightarrow B liegt nicht auf f .

d) Für C (3/y) muss gelten: $f(3) = y$.

$$\begin{aligned} f(3) &= \frac{5}{9} \cdot 3^2 - \frac{20}{9} \cdot 3 + \frac{56}{9} \\ &= \frac{5}{9} \cdot 9 - \frac{20}{9} \cdot 3 + \frac{56}{9} \\ &= 5 - \frac{20}{3} + \frac{56}{9} \\ &= \frac{41}{9} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow C \left(3 / \frac{41}{9} \right)$$

7/a) $S(5|3,8)$
 $A(10|8)$

15

$$f(x) = a \cdot (x+d)^2 + e$$

$$S(5|3,8) \Rightarrow f(x) = a \cdot (x-5)^2 + 3,8$$

$$A(10|8) \text{ auf } f \Rightarrow f(10) = 8$$

$$\Rightarrow a \cdot (10-5)^2 + 3,8 = 8$$

$$a \cdot 5^2 + 3,8 = 8$$

$$25a + 3,8 = 8$$

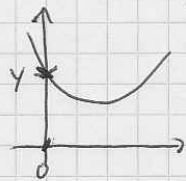
$$25a = 4,2 \quad | :25$$

$$a = 0,168$$

$$\Rightarrow f(x) = 0,168 \cdot (x-5)^2 + 3,8$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) &= 0,168 \cdot (x-5)^2 + 3,8 \\ &= 0,168 \cdot (x^2 - 10x + 25) + 3,8 \\ &= 0,168x^2 - 1,68x + 4,2 + 3,8 \\ &= 0,168x^2 - 1,68x + 8 \end{aligned}$$

c) Für den gesuchten Punkt muss gelten: Sein x-Wert ist gleich 0.



Daher: $B(0|y)$.

Nun macht man weiter wie bei Aufgabe 6d

$$\begin{aligned} f(0) &= 0,168 \cdot 0 - 1,68 \cdot 0 + 8 = 8 \\ \Rightarrow B(0|8). \end{aligned}$$

8) a) $A(1|3)$
 $B(2|7)$
 $C(3|13)$

16

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(1|3) \text{ auf } f \Rightarrow f(1) = 3$$
$$a + b + c = 3$$

$$B(2|7) \text{ auf } f \Rightarrow f(2) = 7$$
$$4a + 2b + c = 7$$

$$C(3|13) \text{ auf } f \Rightarrow f(3) = 13$$
$$9a + 3b + c = 13$$

$$\text{I. } a + b + c = 3 \quad | -a | -b$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 7$$

$$\text{III. } 9a + 3b + c = 13$$

$$\text{I. } c = 3 - a - b \quad | \text{in II und III}$$

$$\text{II. } 4a + 2b + c = 7$$

$$\text{III. } 9a + 3b + c = 13$$

$$\text{II. } 4a + 2b + 3 - a - b = 7$$

$$\text{III. } 9a + 3b + 3 - a - b = 13$$

$$\text{II. } 3a + b = 4 \quad | -3a$$

$$\text{III. } 8a + 2b = 10$$

$$\text{II. } b = 4 - 3a \quad | \text{in III}$$

$$\text{III. } 8a + 2b = 10$$

$$\text{II. } 8a + 2 \cdot (4 - 3a) = 10$$

$$8a + 8 - 6a = 10$$

$$2a = 2$$

$$a = 1$$

$$\Rightarrow b = 4 - 3a$$

$$b = 4 - 3$$

$$b = 1$$

$$\Rightarrow c = 3 - a - b$$

$$c = 3 - 1 - 1$$

$$c = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + x + 1$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) &= x^2 + x + 1 \\ &= (x + 0,5)^2 + 1 - 0,25 \\ &= (x + 0,5)^2 + 0,75 \end{aligned}$$

$$\text{c) } S(-0,5 / 0,75)$$

$$\text{g) } f(x) = 2 \cdot (x - 2)^2 - 3$$